

# 2023 年普通高等学校招生全国统一考试

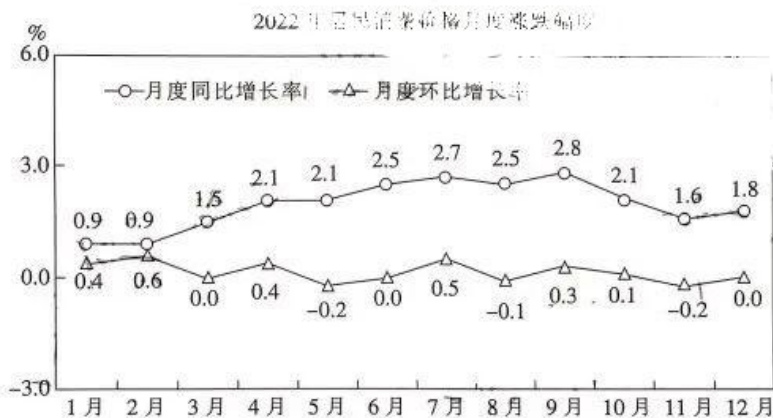
## 考前预测·精品押题卷·数学理科(二)

### 注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{x | x^2 < 2x\}$ ,  $B = \{x | y = \sqrt{1-x}\}$ , 则  $A \cap B =$   
A.  $(0, 1]$  B.  $(0, 1)$  C.  $(1, 2)$  D.  $(0, 2)$
2. 已知复数  $z$  满足  $(1-i)(z-2i) = 2i$ , 则  $z$  的虚部为  
A. 1 B. -1 C. 3 D. 3i
3. 已知  $a = \sin 230^\circ$ ,  $b = \log_{\frac{1}{10}} 2023$ ,  $c = 2^{-0.9}$ , 则  
A.  $c < b < a$  B.  $c < a < b$  C.  $a < b < c$  D.  $a < c < b$
4. 在统计中,月度同比增长率是指本月与上一年同月相比较的增长率,月度环比增长率是指本月和上一个月相比较的增长率,如图是 2022 年 1 月至 2022 年 12 月我国居民消费价格月度涨跌幅度统计图,则以下说法错误的是



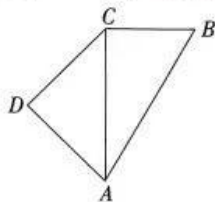
- A. 在这 12 个月中,我国居民消费价格月度同比增长率数据的中位数为 2.1%
  - B. 在这 12 个月中,月度环比增长率数据为正数的个数比月度环比增长率数据为负数的个数多 3
  - C. 在这 12 个月中,我国居民消费价格月度同比增长率数据的均值为 1.85%
  - D. 在这 12 个月中,我国居民消费价格月度环比增长率数据的众数为 0.0%
5. 已知数列  $\{a_n + 2n\}$  为等比数列,  $a_1 - a_2 = 1$ ,  $a_3 = -2$ , 则数列  $\{a_n\}$  的前 10 项和为  
A. 352 B. 401 C. 625 D. 913
  6. 黄地绿彩云龙纹盘是收藏于中国国家博物馆的一件明代国宝级瓷器. 该龙纹盘敞口,弧壁,广底,圈足. 器内施白釉,外壁以黄釉为地,刻云龙纹并填绿彩,美不胜收. 黄地绿彩云龙纹盘可近似看作是圆台和圆柱的组合物,其口径(盘口圆的直径)22.5 cm,足径(盘底圆的直径)14.4 cm,高 3.8 cm,其中底部圆柱高 0.8 cm,则黄地绿彩云龙纹盘的侧面积约为(附:圆台的侧面积  $S = \pi(R+r)l$ ,  $R, r$  分别为两底面半径,  $l$  为母线长,其中  $\pi$  的值取 3,  $\sqrt{25.4025} \approx 5.04$ )



- A.  $300.88 \text{ cm}^2$       B.  $313.52 \text{ cm}^2$       C.  $327.24 \text{ cm}^2$       D.  $344.52 \text{ cm}^2$
7. 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  满足  $f(x+3) = -f(x)$ ,  $g(x) = f(x) - 2$  为奇函数, 则  $f(198) =$   
A. 0      B. 1      C. 2      D. 3
8. 已知向量  $a, b, c$  满足  $|b| = 1, a + 2b = 4c, a \cdot c = 3, b \cdot c = 1$ , 则  $|a| =$   
A.  $\sqrt{2}$       B. 2      C.  $2\sqrt{2}$       D. 4
9. 已知  $a > 1, b > 1, a^3 b = 100$ , 则  $\log_a 10 + 3 \log_b 10$  的最小值为  
A. 4      B. 6      C. 8      D. 12
10. 正割 (Secant) 及余割 (Cosecant) 这两个概念是由伊朗数学家、天文学家阿布尔·威发首先引入, sec, csc 这两个符号是荷兰数学家基拉德在《三角学》中首先使用, 后经欧拉采用得以通行, 在三角中, 定义正割  $\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$ , 余割  $\csc \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$ . 已知函数  $f(x) = \frac{1}{\sec x} + \frac{1}{\csc x}$ , 给出下列说法:  
①  $f(x)$  的定义域为  $\{x | x \neq k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$ ; ②  $f(x)$  的最小正周期为  $2\pi$ ; ③  $f(x)$  的值域为  $[-\sqrt{2}, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \sqrt{2}]$ ; ④  $f(x)$  图象的对称轴为直线  $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbf{Z})$ .  
其中所有正确说法的序号为  
A. ②③      B. ①④      C. ③      D. ②③④
11. 已知函数  $f(x)$  的定义域为  $(0, +\infty)$ , 其导函数为  $f'(x)$ ,  $f(x) = \ln x - f'(x)$ ,  $f(1) = 2f'(1)$ , 则  $f(x)$   
A. 无极值      B. 有极大值, 也有极小值  
C. 有极大值, 无极小值      D. 有极小值, 无极大值
12. 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 直线  $l$  经过点  $F_1$  交  $C$  于  $A, B$  两点, 点  $M$  在  $C$  上,  $AM \parallel F_1 F_2$ ,  $|AB| = |MF_1|$ ,  $\angle F_1 M F_2 = 60^\circ$ , 则  $C$  的离心率为  
A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 若命题“ $\exists x_0 \in \mathbf{R}, a \leq |x_0| + 1$ ”为真命题, 则实数  $a$  的取值范围为 \_\_\_\_\_. (用区间表示)
14. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的一条渐近线恰好平分第一、三象限, 若  $C$  的虚轴长为 4, 则  $C$  的实轴长为 \_\_\_\_\_.
15. 2023 年 9 月第 19 届亚运会将在杭州举办, 在杭州亚运会三馆(杭州奥体中心的体育馆、游泳馆和综合训练馆)对外免费开放预约期间, 将含甲、乙在内的 5 位志愿者分配到这三馆负责接待工作, 每个场馆至少分配 1 位志愿者, 且甲、乙分配到同一个场馆, 则甲分配到游泳馆的概率为 \_\_\_\_\_.
16. 在平面四边形  $ABCD$  中,  $AD = CD = \sqrt{3}$ ,  $\angle ADC = \angle ACB = 90^\circ$ ,  $\angle ABC = 60^\circ$ , 现将  $\triangle ADC$  沿着  $AC$  折起, 得到三棱锥  $D-ABC$ , 若二面角  $D-AC-B$  的平面角为  $135^\circ$ , 则三棱锥  $D-ABC$  的外接球表面积为 \_\_\_\_\_.



三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)在① $3ab\sin C = 4 \vec{AB} \cdot \vec{AC}$ ;② $a(3\sin B + 4\cos B) = 4c$ ,这两个条件中任选一个,补充在下面问题中,并加以解答.

已知 $\triangle ABC$ 的内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ , \_\_\_\_\_.

(1)求 $\sin A$ 的值;来源:高三答案公众号

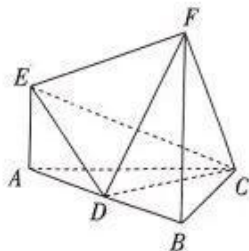
(2)若 $\triangle ABC$ 的面积为 2,  $a = 4$ ,求 $\triangle ABC$ 的周长.

注:如选择多个条件分别解答,按第一个解答计分.

18. (12 分)如图,在多面体 $ABCECF$ 中, $AE \perp$ 平面 $ABC$ , $AE \parallel BF$ , $D$ 为 $AB$ 的中点, $AC = BC = 2\sqrt{2}$ , $AB = BF = 4AE = 4$ .

(1)证明: $DE \perp$ 平面 $CDF$ ;

(2)求二面角 $E-CF-D$ 的平面角的余弦值.



19. (12 分)为更好保障消费者的食品安全,某蛋糕总店开发了 A, B 两种不同口味的生态减风蛋糕.制作主料均为生态有机原料. 已知 A 蛋糕的成本为 60 元/个, B 蛋糕的成本为 61 元/个,两种蛋糕的售价均为 68 元/个,两种蛋糕的保质期均为一天,一旦过了保质期,则销毁处理. 为更好了解市场的需求情况, A, B 两种蛋糕分别在甲、乙两个分店同时进行了为期一个月(30 天)的试销,统计结果如下表,假设两种蛋糕的日销量相互独立.

|             |    |    |    |    |
|-------------|----|----|----|----|
| A 蛋糕的销售量(个) | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 天数          | 6  | 6  | 10 | 8  |
| B 蛋糕的销售量(个) | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 天数          | 4  | 9  | 12 | 5  |

以每种蛋糕日销售量取每个值时的频率估计该种蛋糕日销售量取该值时的概率.

(1)求这两种蛋糕的日销量之和不低于 78 个的概率;

(2)若每日生产 A, B 两种蛋糕各  $n$  个,当  $n = 37$  与  $n = 38$  时,哪种情况下每日销售两种蛋糕的获利之和的数学期望最大? 请说明理由.

20. (12分) 已知抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点为  $F$ ,  $A, B$  分别为  $C$  上两个不同的动点,  $O$  为坐标原点, 当  $\triangle OAB$  为等边三角形时,  $|AB| = 8\sqrt{3}$ .

(1) 求  $C$  的标准方程;

(2) 抛物线  $C$  在第一象限的部分是否存在点  $P$ , 使得点  $P$  满足  $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = 4\overrightarrow{PF}$ , 且点  $P$  到直线  $AB$  的距离为 2? 若存在, 求出点  $P$  的坐标及直线  $AB$  的方程; 若不存在, 请说明理由.

21. (12分) 已知函数  $f(x) = (x+1)e^x + a^2e^{-x}$ , 其中  $a \geq 0$ .

(1) 当  $a = e$  时, 求  $f(x)$  的极值;

(2) 若不等式  $f(x) \geq a$  对任意  $x \in \mathbf{R}$  恒成立, 求  $a$  的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (10分) 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \sqrt{3} \sin \alpha, \\ y = \sqrt{2} \cos \alpha \end{cases}$  ( $\alpha$  为参数), 以坐标原点  $O$  为极点,  $x$  轴

的非负半轴为极轴建立极坐标系, 直线  $l$  的极坐标方程为  $\rho(2\cos \theta + \sin \theta) = \sqrt{6}$ , 其中  $\rho > 0, 0 \leq \theta < 2\pi$ .

(1) 求  $C_1$  的普通方程与直线  $l$  的直角坐标方程;

(2) 直线  $l$  与曲线  $C_1$  交于  $A, B$  两点, 且  $A, B$  两点对应的极角分别为  $\theta_1, \theta_2$ , 求  $\theta_1 + \theta_2$  的值.

23. (10分) 【选修 4-5: 不等式选讲】

已知函数  $f(x) = 2|x+a| + |x-a|$ .

(1) 当  $a = 2$  时, 求不等式  $f(x) \leq 7$  的解集;

(2) 若  $f(x)$  的最小值为 10, 求实数  $a$  的值.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：[www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线