

“四省八校”2020 届高三第二次教学质量检测考试

数 学 (理 科)

2019.11

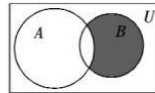
命审单位:遵义四中 命题人:柯华 审题人:简蕾邛

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的。

1. 若全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = (-\infty, -1) \cup (4, +\infty)$, $B = \{x \mid |x| \leq 2\}$, 则如图阴影部分所表示的集合为



- A. $\{x \mid -2 \leq x < 4\}$ B. $\{x \mid x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 4\}$
 C. $\{x \mid -2 \leq x \leq -1\}$ D. $\{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$
2. 已知 $(1+i)(1-ai) > 0$ (i 为虚数单位), 则实数 a 等于
 A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
3. 平面内到两定点 A, B 的距离之比等于常数 λ ($\lambda > 0$ 且 $\lambda \neq 1$) 的动点 P 的轨迹叫做阿波罗尼斯圆. 已知 $A(0,0), B(3,0), |PA| = \frac{1}{2}|PB|$, 则点 P 的轨迹围成的平面图形的面积为
 A. 2π B. 4π C. $\frac{9}{4}\pi$ D. $\frac{3}{2}\pi$
4. \vec{a}, \vec{b} 是单位向量, “ $(\vec{a} + \vec{b})^2 < 2$ ” 是 “ \vec{a}, \vec{b} 的夹角为钝角” 的
 A. 充要条件 B. 充分而不必要条件 C. 必要而不充分条件 D. 既不充分也不必要条件
5. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $S_{11} = 55$, 则 $a_6 =$
 A. 6 B. 5 C. 4 D. 3
6. 已知 $a = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{4}, 5^b = \frac{1}{4}, c = 6^{-\frac{1}{3}}$, 则
 A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $c > a > b$ D. $b > c > a$
7. 已知 $\sin(\frac{\pi}{4} + \alpha) = \frac{4}{5}$, 则 $\sin 2\alpha =$
 A. $-\frac{7}{25}$ B. $-\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{7}{25}$

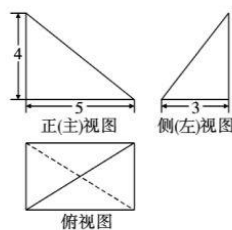
数学(理科)试题 第 1 页(共 4 页)

8. 已知 $\vec{a} = (1, x)$, $\vec{b} = (y, 1)$ ($x > 0, y > 0$). 若 $\vec{a} // \vec{b}$, 则 $\frac{xy}{x+y}$ 的最大值为

- A. $\frac{1}{2}$
- B. 1
- C. $\sqrt{2}$
- D. 2

9. 某三棱锥的三视图如图所示, 则该三棱锥的外接球的表面积为

- A. 50π
- B. $50\sqrt{2}\pi$
- C. 100π
- D. $100\sqrt{2}\pi$



10. 某中学《同唱华夏情, 共圆中国梦》文艺演出于 2019 年 11 月 20 日在学校演艺大厅开幕, 开幕式文艺演出共由 6 个节目组成, 若考虑整体效果, 对节目演出顺序有如下要求: 节目《文明之光》必须排在前三位, 且节目《一带一路》、《命运与共》必须排在一起, 则开幕式文艺表演演出顺序的编排方案共有

- A. 120 种
- B. 156 种
- C. 188 种
- D. 240 种

11. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$, A, B 是双曲线上关于原点对称的两点, M 是双曲线上异于 A, B 的动点, 直线 MA, MB 的斜率分别为 k_1, k_2 , 若 $k_1 \in [1, 2]$, 则 k_2 的取值范围为

- A. $[\frac{1}{8}, \frac{1}{4}]$
- B. $[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}]$
- C. $[-\frac{1}{4}, -\frac{1}{8}]$
- D. $[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}]$

12. 已知 $e^{\frac{1}{x}} - \ln x > e + a \frac{1-x}{x}$ 对任意 $x \in (0, 1)$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围为

- A. $(0, e+1)$
- B. $(0, e+1]$
- C. $(-\infty, e+1)$
- D. $(-\infty, e+1]$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 是公比 $q = \int_0^1 x^2 dx$ 的等比数列, 且 $a_3 = a_1 \cdot a_2$, 则 $a_{10} =$ _____.

14. $(x + \frac{1}{x} - 2)^6$ ($x > 0$) 的展开式中含 x^3 项的系数为 _____.

15. 已知变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-2 \leq 0 \\ x-2y+2 \geq 0 \\ x+y+1 \geq 0 \end{cases}$, 若 $-x+y \geq -m^2+4m$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围为 _____.

16. 对任意实数 x , 以 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 称它为 x 的整数部分, 如 $[4.2] = 4, [-7.6] = -8$ 等. 定义 $\{x\} = x - [x]$, 称它为 x 的小数部分, 如 $\{3.1\} = 0.1, \{-7.6\} = 0.4$ 等. 若直线 $kx + y - k = 0$ 与 $y = \{x\}$ 有四个不同的交点, 则实数 k 的取值范围是 _____.

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分)

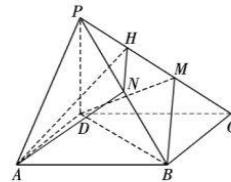
在锐角 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\frac{b}{\cos A \sin C} = \frac{c}{\sin C} + \frac{a}{\cos A}$.

- (1) 求角 C 的大小;
- (2) 若 $b = 1$, 求 c 的取值范围.

18. (12 分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是菱形,点 M 在线段 PC 上, $PD = BD = BC = \sqrt{3}$, N 是线段 PB 的中点,且三棱锥 $M-BCD$ 的体积是四棱锥 $P-ABCD$ 的体积的 $\frac{1}{6}$.

- (1) 若 H 是 PM 的中点,证明:平面 $ANH \parallel$ 平面 BDM ;
- (2) 若 $PD \perp$ 平面 $ABCD$, 求二面角 $B-DM-C$ 的正弦值.



19. (12 分)

某烘焙店加工一个成本为 60 元的蛋糕,然后以每个 120 元的价格出售,如果当天卖不完,剩下的这种蛋糕作餐厨垃圾处理.

- (1) 若烘焙店一天加工 16 个这种蛋糕,求当天的利润 y (单位:元)关于当天需求量 n (单位:个, $n \in \mathbf{N}$) 的函数解析式;
- (2) 烘焙店记录了 100 天这种蛋糕的日需求量(单位:个),整理得下表:

日需求量 n	14	15	16	17	18	19	20
频数	10	20	16	16	15	13	10

以 100 天记录的各需求量的频率作为各需求量发生的概率.

- ①若烘焙店一天加工 16 个这种蛋糕, X 表示当天的利润(单位:元),求 X 的分布列、数学期望及方差;
- ②若烘焙店一天加工 16 个或 17 个这种蛋糕,仅从获得利润大的角度考虑,你认为应加工 16 个还是 17 个? 请说明理由.

20. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点为 $F(-1, 0)$, 且点 $(1, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ 在椭圆 C 上.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设过点 F 的直线 l 与 C 相交于 A, B 两点, 直线 $m: x = -2$, 过 F 作垂直于 l 的直线与直线 m 交于点 T ,

求 $\frac{|TF|}{|AB|}$ 的最小值和此时 l 的方程.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = (2-x)e^x, g(x) = a(x-1)^2$.

(1) 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(2) 若函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的图象有两个交点, 它们的横坐标分别为 x_1, x_2 , 求证: $x_1 + x_2 < 2$.

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分. 作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑.

22. (10分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知直线 $l: \begin{cases} x = 1 + \frac{1}{2}t \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases} (t \text{ 为参数})$, 曲线 $C_1: \begin{cases} x = \sqrt{2} \cos \theta \\ y = \sin \theta \end{cases} (\theta \text{ 为参数})$.

(1) 设 l 与 C_1 相交于 A, B 两点, 求 $|AB|$;

(2) 若 Q 是曲线 $C_2: \begin{cases} x = \cos \alpha \\ y = 3 + \sin \alpha \end{cases} (\alpha \text{ 为参数})$ 上的一个动点, 设点 P 是曲线 C_1 上的一个动点, 求 $|PQ|$ 的最大值.

23. (10分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知 $x + 2y + 3z = \sqrt{14}$.

(1) 求 $x^2 + y^2 + z^2$ 的最小值 M ;

(2) 若 $a, b \in \mathbf{R}^+, a + b = M$, 求证: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 4$.

数学(理科)试题 第 4 页(共 4 页)

专注名校多元录取

自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供自主招生、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站 (www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国自主招生、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



识别二维码，快速关注

温馨提示：

全国重点中学 2020 届高三上学期期中考试试题及答案汇总 (更新下载中)，点击链接获得
<http://www.zizzs.com/c/201911/40242.html>