高三数学考试(理科)

本试题卷分为选择题和非选择题两部分,共 23 小题,时量 120 分钟,满分 150 分。

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|x^2-x-6<0\}$,$B=\{x|y=\sqrt{1-x}\}$,则 $A\cap B=$

A. $\{x|0\leqslant x<3\}$　　B. $\{x|-2<x\leqslant 1\}$

C. $\{x|0\leqslant x<2\}$　　D. $\{x|-3<x\leqslant 1\}$

2. 复数 $z=\dfrac{1-4i^3}{1-i}$ 的实部与虚部之和为

A. -4　　B. -1　　C. 1　　D. 4

3. 已知函数 $f(x)=2x^2+ax+2$,若 $f(x+1)$ 是偶函数,则 $a=$

A. -4　　B. -2　　C. 2　　D. 4

4. 已知某班共有学生 46 人,该班语文老师为了了解学生每天阅读课外书籍的时长情况,决定利用随机数表法从全班学生中抽取 10 人进行调查. 将 46 名学生按 01,02,…,46 进行编号. 现提供随机数表的第 7 行至第 9 行:

84	42	17	53	31	57	24	55	06	88	77	04	74	47	67	21	76	33	50	25	83	92	12	06	76
63	01	63	78	59	16	95	56	67	19	98	10	50	71	75	12	86	73	58	07	44	39	52	38	79
33	21	12	34	29	78	64	56	07	82	52	42	07	44	38	15	51	00	13	42	99	66	02	79	54

若从表中第 7 行第 41 列开始向右依次读取 2 个数据,每行结束后,下一行依然向右读数,则得到的第 8 个样本编号是

A. 07　　B. 12　　C. 39　　D. 44

5. 设等比数列$\{a_n\}$的前 n 项之积为 S_n,若 $S_3=1$,$S_9=512$,则 $a_{11}=$

A. 2　　B. 4　　C. 8　　D. 16

6. $(x-1)(\dfrac{1}{x}-2)^5$ 的展开式中的常数项是

A. -112　　B. -48　　C. 48　　D. 112

7. 已知椭圆 C:$\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{2}=1$ 的左、右顶点分别是 A,B,O 是坐标原点,P 在椭圆 C 上,且 $|OP|=\sqrt{5}$,则$\triangle PAB$ 的面积是

A. $2\sqrt{2}$　　B. 4　　C. $4\sqrt{2}$　　D. 8

8. 已知函数 $f(x)=2\cos^2\omega x+\sqrt{3}\sin 2\omega x-1(\omega>0)$在$[0,\pi]$上恰有 3 个零点,则 ω 的取值范围是

A. $[\dfrac{17}{12},\dfrac{23}{12})$　　B. $(\dfrac{17}{12},\dfrac{23}{12}]$　　C. $[\dfrac{23}{12},\dfrac{29}{12})$　　D. $(\dfrac{23}{12},\dfrac{29}{12}]$

9. 设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$a_3=4$，且 $a_{n+1}=(1+\frac{1}{n+1})a_n$，若 $2S_n+12\geqslant ka_n$ 恒成立，则 k 的最大值是

A. $2\sqrt{10}+1$　　B. $\frac{22}{3}$　　C. $\frac{15}{2}$　　D. 8

10. 已知双曲线 $E:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为 F_1，F_2，过 F_1 的直线 $l:\sqrt{3}x-y+m=0$ 与双曲线 E 的右支交于点 M，O 为坐标原点，过点 O 作 $ON\perp MF_1$，垂足为 N，若 $\overrightarrow{MN}=5\overrightarrow{NF_1}$，则双曲线 E 的离心率是

A. $3+\sqrt{5}$　　B. $2\sqrt{5}$

C. $3+\sqrt{7}$　　D. $2\sqrt{7}$

11. 在三棱锥 $P-ABC$ 中，$PA\perp$平面 ABC，$AB=AC$，$\angle BAC=90°$，且 $AB+PA=6$，当三棱锥 $P-ABC$ 的体积取最大值时，该三棱锥外接球的体积是

A. 27π　　B. 36π　　C. 54π　　D. 72π

12. 已知 $a=e^{0.1}-e^{-0.1}$，$b=\ln 1.21$，$c=0.2$，则

A. $b<a<c$　　B. $c<b<a$

C. $a<c<b$　　D. $b<c<a$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 若单位向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足$|2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{6}$，则向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 夹角的余弦值为___▲___.

14. 已知某生产线生产的某种零件的合格率是 95%，该零件是合格品，则每件可获利 10 元，该零件不是合格品，则每件亏损 15 元. 若某销售商销售该零件 10000 件，则该销售商获利的期望为___▲___万元.

15. 宋代是中国瓷器的黄金时代，涌现出了五大名窑：汝窑、官窑、哥窑、钧窑、定窑. 其中汝窑被认为是五大名窑之首. 如图 1，这是汝窑双耳罐，该汝窑双耳罐可近似看成由两个圆台拼接而成，其直观图如图 2 所示. 已知该汝窑双耳罐下底面圆的直径是 12 厘米，中间圆的直径是 20 厘米，上底面圆的直径是 8 厘米，高是 14 厘米，且上、下两圆台的高之比是 3∶4，则该汝窑双耳罐的侧面积是___▲___平方厘米.


图 1

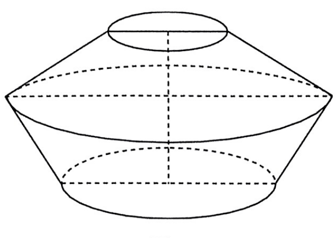


图 2

16. 已知 $f(x)$是定义域为 $\mathbf{R}$ 的单调递增的函数，$\forall n\in\mathbf{N}$，$f(n)\in\mathbf{N}$，且 $f(f(n))=3n$，则 $f(28)=$___▲___.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 17～21 题为必考题,每个试题考生都必须作答. 第 22,23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17.(12 分)

民族要复兴,乡村要振兴,合作社助力乡村产业振兴,农民专业合作社已成为新型农业经营主体和现代农业建设的中坚力量,为实施乡村振兴战略作出了巨大的贡献. 已知某主要从事手工编织品的农民专业合作社共有 100 名编织工人,该农民专业合作社为了鼓励工人,决定对“编织巧手”进行奖励,为研究“编织巧手”是否与年龄有关,现从所有编织工人中抽取 40 周岁以上(含 40 周岁)的工人 24 名,40 周岁以下的工人 16 名,得到的数据如表所示.

	“编织巧手”	非“编织巧手”	总计
年龄≥40 岁	19		
年龄<40 岁		10	
总计			40

(1)请完成答题卡上的 2×2 列联表,并判断能否有 99% 的把握认为是否是“编织巧手”与年龄有关;

(2)为进一步提高编织效率,培养更多的“编织巧手”,该农民专业合作社决定从上表中的非“编织巧手”的工人中采用分层抽样的方法抽取 6 人参加技能培训,再从这 6 人中随机抽取 2 人分享心得,求这 2 人中恰有 1 人的年龄在 40 周岁以下的概率.

参考公式:$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,其中 $n=a+b+c+d$.

参考数据:

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.10	0.05	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

18.(12 分)

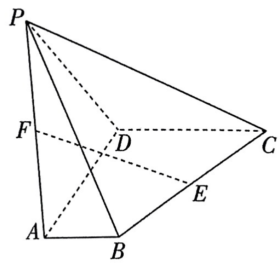
在$\triangle ABC$ 中,角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c,且 $5\cos 2B-14\cos B=7$.

(1)求 $\sin B$ 的值;

(2)若 $a=5,c=2$,D 是线段 AC 上的一点,求 BD 的最小值.

19.(12 分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,平面 $PCD\perp$平面 $ABCD$,四边形 $ABCD$ 是梯形,$AB/\!/CD$,$AB\perp AD$,E,F 分别是棱 BC,PA 的中点.



(1)证明:$EF/\!/$平面 PCD.

(2)若 $PC=\sqrt{3}PD=\sqrt{3}CD=\sqrt{3}AD=2\sqrt{3}AB$,求直线 EF 与平面 PAD 所成角的正弦值.

20.(12 分)

已知直线 $l_1 \perp x$ 轴，垂足为 x 轴负半轴上的点 E，点 E 关于坐标原点 O 的对称点为 F，且 $|EF|=4$，直线 $l_1 \perp l_2$，垂足为 A，线段 AF 的垂直平分线与直线 l_2 交于点 B. 记点 B 的轨迹为曲线 C.

(1)求曲线 C 的方程.

(2)已知点 $P(2,4)$，不过点 P 的直线 l 与曲线 C 交于 M,N 两点，以线段 MN 为直径的圆恒过点 P，试问直线 l 是否过定点？若是，求出该定点坐标；若不是，请说明理由.

21.(12 分)

已知函数 $f(x)=\ln(1+x)-\frac{1}{2}ax^2$，$g(x)=ax+\frac{1}{x+1}-\frac{\sin x}{e^x}(a\neq 0)$.

(1)讨论 $f(x)$ 的单调性；

(2)已知 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数，若对任意的 $x\in[0,+\infty)$，都有 $f'(x)\leqslant g(x)$，求 a 的取值范围.

(二)选考题：共 10 分. 请考生从第 22,23 两题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一个题目计分.

22.[选修 4—4：坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+4\cos\alpha, \\ y=4\sin\alpha \end{cases}$ (α 为参数)，以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程是 $\rho\cos\theta-\rho\sin\theta-3=0$.

(1)求曲线 C 的直角坐标方程和直线 l 的普通方程；

(2)若 $P(0,-3)$，直线 l 与曲线 C 交于 A,B 两点，M 是线段 AB 的中点，求 $\frac{|PM|}{|PA|+|PB|}$ 的值.

23.[选修 4—5：不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=|2x+a|$.

(1)当 $a=-3$ 时，求不等式 $f(x)<3x$ 的解集；

(2)若 $f(x)\geqslant 2-|2x+2|$ 恒成立，求 a 的取值范围.