2023年江西省 分宜中学 玉山一中 临川一中 南城一中 南康中学 高安中学 彭泽一中 泰和中学 樟树中学 高三联合考试

数学试卷（理科）

主命题：高安中学　　副命题：樟树中学

注意事项：

1 本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分.满分 150 分.考试时间为 120 分钟.

2 本试卷分试题卷和答题卷，第Ⅰ卷（选择题）的答案应填在答题卷卷首相应的空格内，做在第Ⅰ卷的无效.

3 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填涂在答题卡相应的位置。

一. 选择题 :本大题共 12 个小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的（　）

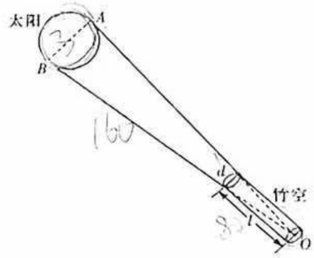
1.已知集合 $P = \{x|x \quad 3x-4<0\}$，$Q=\{x\in N | 1 \quad \leq 4\}$，则 $P\cap Q=$（

A. $\{1,2,3,4\}$　　B. $\{1,2,3\}$　　$\{1,2\}$　　$\{2,3,4\}$

2.已知复数 z 满足 $(z-3)(1-i)=1+i$，$|z|=$（

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{10}$

3.《周髀算经》中“侧影探日行”一文有记载：“即取竹空，径一寸，长八尺，捕影而视之，空正掩目，而日应空之孔.”意谓：“取竹空这一望筒，当望筒直径d是一寸，筒长l是八尺时(注：一尺等于十寸)，从筒中搜捕太阳的边缘观察，则筒的内孔正好覆盖太阳，而太阳的外缘恰好填满竹管的内孔.”如图所示，O为竹空底面圆心，则太阳角$\angle AOB$的正切值为（　）



A. $\frac{1}{160}$　　B. $\frac{1}{80}$　　C. $\frac{160}{80^2-1}$　　D. $\frac{320}{160^2-1}$

4.已知某样本的容量为 50，平均数为 36，方差为 48，现发现在收集这些数据时，其中的两个数据记录有误，一个错将 24 记录为 34，另一个错将 48 记录为 38.在对错误的数据进行更正后，重新求得样本的平均数为 $\overline{x}$，方差为 s^2，则（

A. $\overline{x}=36, s^2<48$　　B. $\overline{x}=36, s^2>48$　　C. $\overline{x}>36, s^2<48$　　D. $\overline{x}<36, s^2>48$

5.已知抛物线$C: y^2=2px(p>0)$的焦点为F，点$M(x_0, 2\sqrt{2})(x_0>\frac{p}{2})$是抛物线 C 上一点，以点M为圆心的圆与直线$x=\frac{p}{2}$交于E,G两点．若 $\cos\angle MFG=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，则抛物线 C 的方程是（　）

A. $y^2=x$　　B. $y^2=2x$　　C. $y^2=4x$　　$y^2=8x$

2p=1　　p=2
p=½　　p=1

6.已知圆 C：$x^2+(y-1)^2=r^2(r>0)$ 上的点 $Q(a,b)$ 均满足 $\begin{cases}a-b+2\geq 0,\\ a-3b\leq 0,\end{cases}$ 则 r 的最大值为（　　）

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

7.一袋中有大小相同的 3 个白球和 4 个红球，现从中任意取出 3 个球，记事件 A："3 个球中至少有一个白球"，事件 B："3 个球中至少有一个红球"，事件 C："3 个球中有红球也有白球"，下列结论不正确的是（

A. 事件 A 与事件 B 不为互斥事件　　B. 事件 A 与事件 C 不是相互独立事件

C. $P(C|A)=\frac{30}{31}$　　D. $P(AC)>P(AB)$

202
143

8. $\triangle ABC$ 中，已知$\triangle ABC$ 的面积为$\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2-b^2-c^2)$，设 D 是BC边的中点，且$\triangle ABC$ 的面积为$\sqrt{3}$，则 $\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB})$ 等于(　　)

A. 2　　B. 4　　C. -4　　D. -2

9.将边长为 4 的正方形纸片折成一个三棱锥，使三棱锥的四个面刚好可以组成该正方形纸片，若三棱锥的各顶点都在同一球面上，则该球的表面积为（　　）

A. $8\sqrt{6}\pi$　　B. $\sqrt{6}\pi$　　C. 24π　　D. 6π

10.已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)-\sqrt{3}\cos\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$ 在区间 $\left[-\frac{3\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调，且在区间 $[0,2\pi]$ 内恰好取得一次最大值 2，记 $f(x)$ 的最小正周期为 T,则当ω取最大值时，$f(\frac{T}{3})$ 的值为（　　）

A. 1　　B. -1　　C. $\sqrt{3}$　　D. $-\sqrt{3}$

11.已知双曲线 $C:\frac{x^2}{2}-y^2=1$，若直线l：$y=kx+t(kt\neq 0)$ 与双曲线 C 交于不同的两点 P,Q，且 P,Q 与 $M(0,1)$ 构成的三角形中有 $\angle MPQ=\angle MQP$，则 t 的取值范围是（　　）

A. $(-\infty,-3)\cup(0,+\infty)$　　B. $(-\infty,-3)\cup(0,\frac{1}{3})$　　C. $(-\frac{1}{3},0)\cup(3,+\infty)$　　D. $(-\frac{1}{3},3)$

12. 已知函数$f(x)$，$g(x)$，$g'(x)$的定义域均为R，$g'(x)$为$g(x)$的导函数.若$g(x)$为偶函数，且$f(x)+g'(x)=1$，$f(x)-g'(4-x)=1$.则以下命题错误的是（　　）

A. $g'(2022)=0$;　　B. $g(x)$关于直线$x=2$对称;　　C. $\sum_{k=1}^{2022}f(k)=2022$;　　D. $\sum_{k=1}^{2023}f(k)=2023$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，请把答案填在题中横线上.

13. $\left(2x-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^6$ 展开式中常数项为________（用数字作答）.

数学（理科）试卷 第 1 页 共 2 页　T r+1 = (

14.定义$|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta$，其中$\theta$为向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角，若$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=5$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-8$，则$|\vec{a}\times\vec{b}|$等于

15.已知圆锥的侧面积是底面面积的4倍，直线l是底面所在平面内的一条直线，则该直线l与母线所成的角的余弦值的取值范围为

16.已知函数$f(x)$的导函数$f'(x)$满足：$f'(x)-f(x)=e^{2x}$，且$f(0)=2$，当$x\in(0,+\infty)$时，$x(f(x)-a)\geq 1+\ln x+xe^{2x}$恒成立，则实数$a$的取值范围是____________.

三、解答题：共70分.解答应写出文字说明、证明过程和演算步骤.第17-21题为必考题，每个试题考生都必须作答.第22，23题为选考题，考生根据要求作答.

(1)必考题：共60分.

17.已知数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$满足$a_n+b_n=2n+1$，且$\{b_n\}$满足$b_{n+1}^2=b_n\cdot b_{n+2}(n\in N_+)$，$a_2=1,a_3=-1$.

(1)求数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的通项公式；

(2)设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，求当$S_n+2^{n+1}\geq 50$时，正整数n的最小值.

18.基础学科招生改革试点，也称强基计划，是教育部开展的招生改革工作，主要是为了选拔培养有志于服务国家重大战略需求且综合素质优秀或基础学科拔尖的学生．强基计划的校考由试点高校自主命题，校考过程中笔试通过后才能进入面试环节．2022年有3500名学生报考某试点高校，若报考该试点高校的学生的笔试成绩$\xi\sim N(\mu,100)$，且$P(\xi\leqslant 50)=P(\xi\geqslant 70)$.笔试成绩高于70分的学生进入面试环节．

(1)从报考该试点高校的学生中随机抽取10人，求这10人中至少有一人进入面试的概率；

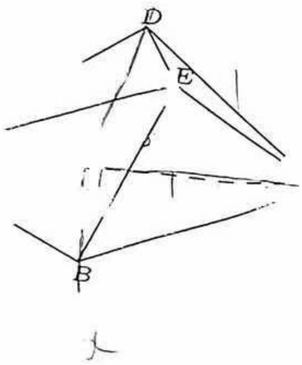
(2)现有甲、乙、丙、丁四名学生进入了面试，且他们通过面试的概率分别为$\frac{1}{3}$、$\frac{1}{3}$、$\frac{1}{2}$、$\frac{1}{2}$.设这4名学生中通过面试的人数为X，求随机变量X的分布列和数学期望．

附：若$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则$P(|X-\mu|\leqslant\sigma)\approx 0.6827$，$P(|X-\mu|\leqslant 2\sigma)\approx 0.9545$，$0.84135^{10}\approx 0.1777$，$0.97725^{10}\approx 0.7944$.

19.如图，在几何体$ABCDE$中，$AB=BC,AB\perp BC$，已知平面$ABC\perp$平面ACD，平面$ABC\perp$平面BCE，DE//平面ABC，$AD\perp DE$.

(1)证明：$DE\perp$平面ACD；

(2)若$AC=2CD=2$，设M为棱BE上的点，且满足$2BM=ME$，求当几何体$ABCDE$的体积取最大值时AM与CD所成角的余弦值.



20.设椭圆 E 的方程为 $\frac{x^2}{a^2}+y^2=1$（$a>1$），点 O 为坐标原点，点 A，B 的坐标分别为 $(a,0)$，$(0,1)$，点 M 在线段 AB 上，满足 $|BM|=2|MA|$，直线 OM 的斜率为 $\frac{1}{\ }$，

（1）求椭圆的方程：

（2）若动直线 l 与椭圆 E 交于 P，Q 两点，且恒有 $OP\perp OQ$，是否存在一个以原点 O 为圆心的定圆 C，使得动直线 l 始终与定圆 C 相切？若存在，求圆 C 的方程，若不存在，请说明理由

21.已知函数 $f(x)=e^x+2ax$，$g(x)=ax^2+1$，其中 a 为实数，e 为自然对数底数，$e=2.71828\cdots$.

（1）已知函数 $x\in R$，$f(x)\geq 1$，求实数 a 取值的集合；

（2）已知函数 $F(x)=f(x)-g(x)$ 有两个不同极值点 x_1、x_2.

①求实数 a 的取值范围；

②证明：$2\sqrt{a}(x_1+x_2)>3x_1x_2$.

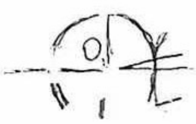
（二）选考题：共 10 分.请考生在第 22，23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22. 选修 4-4：坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xoy 中，圆 O 的方程为 $x^2+y^2=1$，圆 E 以 $(3,0)$ 为圆心且与圆 ~~O 外切~~. 以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

（1）求圆 E 的极坐标方程.

（2）若射线 $\theta=\alpha\left(0<\alpha<\frac{\pi}{2},\rho>0\right)$ 与圆 O 交于点 A，与圆 E 交于点 B,C，且 $|OA|+|OE$ … $|=6$，求直线 BC 的斜率



23. 选修 4-5：不等式选讲

已知正数 a,b,c 满足 $abc=1$.

（1）求证：$\left(\frac{a}{2}+1\right)\left(\frac{b}{2}+1\right)\left(\frac{c}{2}+1\right)\geq\frac{27}{8}$.

（2）若正数 m,n 满足 $m+n=1$，求证：$(am+n)(bm+n)(cm+n)\geq 1$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。