座号＿＿＿＿ 班级＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 学校＿＿＿＿ 县(市)＿＿＿＿

密 封 装 订 线

2023届宁德市普通高中毕业班五月份质量检测

数学试题

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上.

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 若集合 $M=\{x|-3<x\le 1\}$，$N=\{x\in \mathbf{Z}\,|\,x^2-x-6<0\}$，则 $M\cap N=$

A. $\{x|-2<x\le 1\}$　　B. $\{-2,-1,0,1\}$　　C. $\{x|-3<x<2\}$　　D. $\{-1,0,1\}$

2. 某学校利用实践基地开展劳动教育活动，在其中一块土地上栽种某种蔬菜，并指定一位同学观测其中一棵幼苗生长情况，该同学获得前6天的数据如下：

第 x 天	1	2	3	4	5	6
高度 y (cm)	1	4	7	9	11	13

经这位同学的研究，发现第 x 天幼苗的高度 y（cm）的经验回归方程为 $\hat{y}=2.4x+\hat{a}$，据此预测第10天这棵幼苗的高度大约为

2.4x−0.1

A. 19cm　　B. 21cm　　C. 23cm　　D. 25cm

3. 使 $x>y$ 成立的一个充分不必要条件是

B. $x-y+\dfrac{1}{x-y}>2$

$\ln x^2>2\ln y$　　D. $a^{[illegible]}>1(a>0,且a\ne 1)$

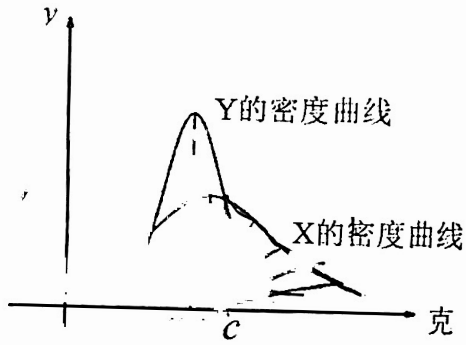
4. 已知抛物线 $C:x^2=4y$ 的焦点为 F，P 为抛物线上一个动点，$A(-1,3)$，则 $|PA|+|PF|$ 的最小值为

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

5. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 P 为圆 $O: x^2+y^2=1$ 上的任一点，$A(2,0)$，$B(-1,1)$．若 $\overrightarrow{OP}=\lambda\overrightarrow{OA}+\mu\overrightarrow{OB}$，则 $2\lambda+\mu$ 的最大值为

A．$\sqrt{3}$　　B．2　　C．$\sqrt{5}$　　D．$\sqrt{6}$

6. 某地生产红茶已有多年，选用本地两个不同品种的茶青生产红茶．根据其种植经验，在正常环境下，甲、乙两个品种的茶青每 500 克的红茶产量（单位：克）分别为 X，Y，且 $X\sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$，$Y\sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$，其密度曲线如图所示，则以下结论错误的是



A．Y 的数据较 X 更集中

B．$P(X\le c)<P(Y\le c)$

C．甲种茶青每 500 克的红茶产量超过 μ_2 的概率大于 $\frac{1}{2}$

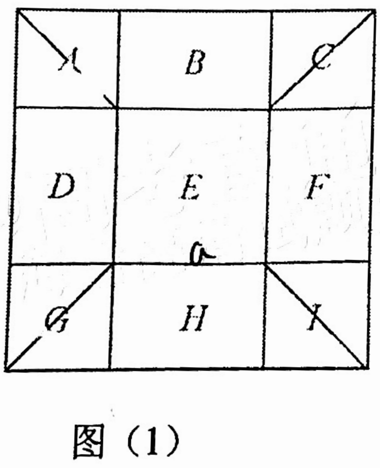
D．$P(X>c)+P(Y\le c)=1$

7. 已知 $0<\alpha<\beta<\frac{\pi}{2}$，$a=\sin^3\alpha-\sin^3\beta$，$b=3(\ln\sin\alpha-\ln\sin\beta)$，$c=3(\sin\alpha-\sin\beta)$，则

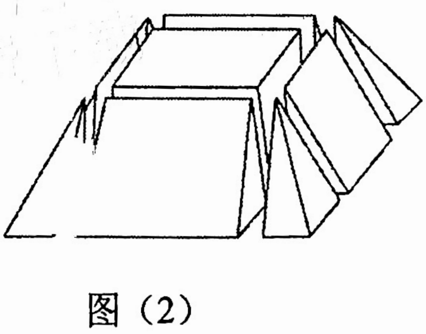
A．$b<c<a$　　B．$c<b<a$　　C．[illegible]　　$a<b<c$

8. 中国古代数学家很早就对空间几何体进行了系统的研究，中国传世数学著作《九章算术》卷五“商功”主要讲述了以立体问题为主的各种形体体积的计算公式．例如在推导正四棱台（古人称方台）体积公式时，将正四棱台切割成九部分进行求解．下图（1）为俯视图，图（2）为立体切面图．E 对应的是正四棱台中间位置的长方体；B、D、H、F 对应四个三棱柱，A、C、I、G 对应四个四棱锥．若这四个三棱柱的体积之和为 12，四个四棱锥的体积之和为 4，则该正四棱台的体积为

A．24　　B．28　　C．32　　D．36



图（1）



图（2）

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得2分．

9．若$(x-1)^6=a_0+a_1(x+1)+a_2(x+1)^2+a_3(x+1)^3+\cdots+a_6(x+1)^6$，则

A．$a_0=64$　　　　B．$a_0+a_2+a_4+a_6=365$

C．$a_5=12$　　　　D．$a_1+2a_2+3a_3+4a_4+5a_5+6a_6=-6$

10．某工厂有甲、乙两个车间生产同一种产品，其产量比为2:3．从两个车间中各随机抽取了10个样品进行测量，其数据（单位：mm）如下：

甲车间：9.4　10.1　9.8　10.2　10.0　10.1　10.2　9.6　10.3　9.8

乙车间：10.3　9.2　9.6　10.0　10.3　9.8　10.4　9.4　10.[illegible]　10.[illegible]

规定数据在$(9.5,10.5)$之内的产品为合格品．若将频率作为概率，则以下结论正确的是

A．甲车间样本数据的第40百分位数为9.9

B．从样本数据看，甲车间的极差小于乙车间的极差

C．从两个车间生产的产品任取一件，取到合格品的概率为0.84

D．从两个车间生产的产品任取一件，若取到不合格品，则该产品出自甲车间的概率为0.4

11．在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=\sqrt{2}$，P、Q、M分别为BC，CC_1，BB_1的中点，则以下结论正确的是

A．直线A_1M与平面APQ平行

B．直线DD_1与直线AQ垂直

C．平面APQ截正方体所得的截面面积为$\frac{9}{4}$

D．四面体AD_1PQ的体积为$\frac{\sqrt{2}}{6}$

12．已知函数$f(x)$的图象关于直线$x=1$对称，当$x\geq1$时，$f(x)=(\ln x-ax+1)\cdot(x-e)$，则以下结论正确的是

A．当$x<1$时，$f(x)=-(x+e-2)[\ln(2-x)+ax-2a+1]$

B．若$a=1$，则$f(x)>0$的解集为$(2-e,e)$

C．若$f(x)$恰有四个零点，则a的取值范围是$(0,1)$

D．若对$x\in\mathbf{R}$，$f(x)\leq0$，则$a=\frac{2}{e}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．已知复数 z 满足 $|z|-z=1-3\mathrm{i}$，则 $|z|=$__________．

14．已知函数 $f(x)$ 满足如下条件：①定义域为 $\mathbf{R}$；②存在 $x_0\in\mathbf{R}$，使得 $f(x_0)=f'(x_0)=0$；③ $f(x)\le 0$，试写出一个符合上述要求的函数 $f(x)=$__________．

15．已知函数 $f(x)=A|\cos(\omega x+\varphi)|\left(A>0,|\varphi|\le\dfrac{\pi}{2},\ \omega>0\right)$，射线 $y=-2(x\ge 0)$ 与该函数图象的交点的横坐标从左至右依次构成数列 $\{x_n\}$，且 $x_n=4n-\dfrac{7}{3}(n\in\mathbf{N}^*)$，则 $f(5)=$__________．

16．已知椭圆 C 的一个焦点为 F，短轴 B_1B_2 的长为 $2\sqrt{3}$，P，Q 为 C 上异于 B_1，B_2 的两点．设 $\angle PB_1B_2=\alpha$，$\angle PB_2B_1=\beta$，且 $\tan(\alpha+\beta)=-3(\tan\alpha+\tan\beta)$，则 ΔPQF 的周长的最大值为__________．

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17．（10 分）

已知数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 满足 $b_n=a_n+n^2$，$a_1+b_1=3$，$a_2+b_2=8$，且数列 $\{a_n\}$ 是等差数列．

（1）求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式；

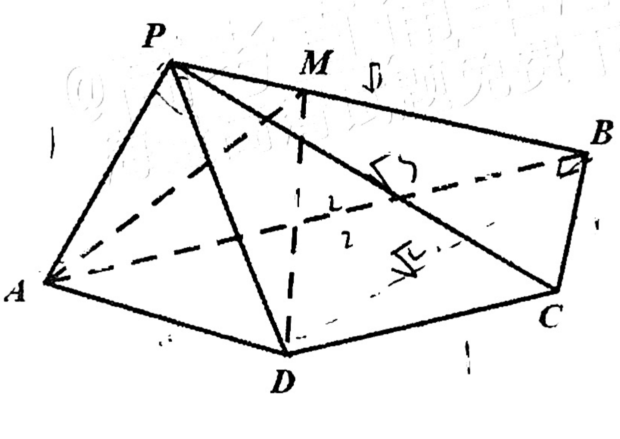
（2）记数列 $\left\{\dfrac{1}{b_n}\right\}$ 的前 n 项和为 S_n，求证：$\dfrac{1}{2}\le S_n<1$．

18．（12 分）

在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$AB\,/\!/\,CD$，$\angle BCD=90^\circ$，$BC=CD=PA=PD=1$，$AB=2$，$PB=\sqrt{3}$．

（1）证明：平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$；

（2）在线段 PB 上是否存在点 M，使得二面角 $P-AD-M$ 的大小为 45°？若存在，求 $\dfrac{PM}{PB}$ 的值；若不存在，说明理由．



19.（12分）

记ΔABC的内角A，B，C的对边分别为a，b，c．已知$B=\dfrac{\pi}{3}$，$b=7$，$a>c$，且其内切圆O的面积为3π．

（1）求a和c；

（2）连接AO交BC于点D，求AD的长.

20.（12分）

人工智能(AI)是一门极富挑战性的科学，自诞生以来，理论和技术日益成熟．某校成立了A，B两个研究性小组，分别设计和开发不同的AI软件用于识别音乐的类别．记两个研究性小组的AI软件每次能正确识别音乐类别的概率分别为P_1，P_2．

为测试AI软件的识别能力，计划采取两种测试方案．

方案一：将100首音乐随机分配给A，B两个小组识别，每首音乐只被一个AI软件识别一次，并记录结果；

方案二：对同一首歌，A，B两组分别识别两次，如果识别的正确次数之和不少于三次，则称该次测试通过．

（1）若方案一的测试结果如下：正确识别的音乐数之和占总数的$\dfrac{3}{5}$；在正确识别的音乐数中，A组占$\dfrac{2}{3}$；在错误识别的音乐数中，B组占$\dfrac{1}{2}$．

(i)请根据以上数据填写下面的2×2列联表，并通过独立性检验分析，是否有95%的把握认为识别音乐是否正确与两种软件类型有关？

	正确识别	错误识别	合计
A组软件			60
B组软件			
合计			100

(ii)利用(i)中的数据，视频率为概率，求方案二在一次测试中获得通过的概

（2）研究性小组为了验证 AI 软件的有效性，需多次执行方案二，假设 $P_1+P_2=\frac{4}{3}$，问该测试至少要进行多少次，才能使通过次数的期望值为 16？并求此时 P_1，P_2 的值.

附：$\chi^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

$P(\chi^2\geq x_0)$	0.100	0.050	0.010	0.005	0.001
x_0	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

21.（12 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $F_1\left(-\sqrt{5},0\right)$，$F_2\left(\sqrt{5},0\right)$，点 M 满足 $|MF_1|-|MF_2|=4$，记点 M 的轨迹为 E.

（1）求 E 的方程；

（2）点 $A(2,0)$，点 B，C 为 E 上的两个动点，且满足 $\angle BAC=\frac{\pi}{2}$. 过 A 作直线 $AQ\perp BC$ 交 E 于点 Q. 若 $\angle BQC=\frac{\pi}{2}$，求直线 BC 的斜率.

22.（12 分）

已知函数 $f(x)=\frac{a\sin x}{e^x}$，$x\in(0,\pi)$.

（1）若 $f(x)\leq 1$，求实数 a 的取值范围；

（2）若 $a=4$，且 $f(x_1)=f(x_2)$，$x_1<x_2$，求证：$x_1+x_2>\frac{\pi}{2}$ 且 $\frac{\pi-x_2}{e^{\pi}}<\sin x_2$.