"皖南八校"2022届高三第一次联考

数 学(理科)

"皖八"理事会(18校) 南陵中学 2021.10

考生注意:

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分150分,考试时间120分钟。
2. 考生作答时,请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑;非选择题请用直径0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答,**超出答题区域书写的答案无效,在试题卷、草稿纸上作答无效。**
3. 本卷命题范围:第一章《集合与常用逻辑用语》,第二章《函数、导数及其应用》(含定积分),第三章《三角函数、解三角形》,第四章《平面向量与复数》。

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|-2<x<3\}$,$B=\{x|x^2-7x+10<0\}$,则 $A\cup B=$

A. $\{x|2<x<3\}$

B. $\{x|-2<x<2\}$

C. $\{x|-2<x<5\}$

D. $\{x|2<x<5\}$

2. 已知i为虚数单位,若复数 $z=1+i$,$\bar{z}$ 为 z 的共轭复数,则 $(1+\bar{z})\cdot z=$

A. $3+i$　　B. $3-i$　　C. $1+3i$　　D. $1-3i$

3. "$|a|\neq 3$"是"$a\neq 3$"的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 已知向量 $a=(1,2)$,$a+2b=(7,-2)$,则向量 a 在向量 b 方向上的投影为

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{13}}{13}$　　D. $-\frac{\sqrt{13}}{13}$

5. 若 $\cos 2t=\int_0^t \cos x dx$,其中 $t\in(0,\frac{\pi}{2})$,则 $t=$

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{2}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

6. 函数 $f(x)=\frac{x\cdot 2^x-1+x}{2^x+1}$，$a=f(\lg 3)$，$b=f(\ln \frac{1}{2})$，$c=f(2^{\frac{1}{3}})$，则 a,b,c 的大小关系为

A. $a>b>c$　　B. $c>a>b$　　C. $b>a>c$　　D. $b>c>a$

7. 1471 年德国数学家米勒向诺德尔教授提出一个问题：在地球表面的什么部位，一根垂直的悬杆呈现最长(即视角最大，视角是指由物体两端射出的两条光线在眼球内交叉而成的角)，这个问题被称为米勒问题，诺德尔教授给出解答，以悬杆的延长线和水平地面的交点为圆心，悬杆两端点到地面的距离的积的算术平方根为半径在地面上作圆，则圆上的点对悬杆视角最大. 米勒问题在实际生活中应用十分广泛. 某人观察一座山上的铁塔，塔高 90 m，山高 160 m，此人站在对塔“最大视角”(忽略人身高)的水平地面位置观察此塔，则此时“最大视角”的正弦值为

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{9}{41}$　　C. $\frac{16}{25}$　　D. $\frac{9}{16}$

8. 已知函数 $f(x)=\cos(12x+\frac{\pi}{3})$ 的图象上各点的横坐标伸长到原来的 4 倍，再向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位，得到的函数的一个对称中心是

A. $(\frac{\pi}{18},0)$　　B. $(\frac{\pi}{9},0)$　　C. $(\frac{2\pi}{9},0)$　　D. $(\frac{37\pi}{288},0)$

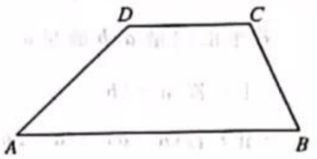
9. 如图，在梯形 $ABCD$ 中，$AB//CD$，$AB=33$，$CD=21$，$AD=14$，$BC=10$，$\angle A$，$\angle B$ 均为锐角，则对角线 $BD=$

A. 5

B. 15

C. 25

D. 30



10. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足：$f(x-1)$ 关于 $(1,0)$ 中心对称，$f(x+1)$ 是偶函数，且 $f\left(-\frac{3}{2}\right)=1$. 则下列选项中说法正确的有

A. $f(x)$ 为偶函数　　B. $f(x)$ 周期为 2

C. $f\left(\frac{9}{2}\right)=1$　　D. $f(x-2)$ 是奇函数

11. 已知 $M(\cos\alpha,\sin\alpha)$，$N\left[\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right),\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)\right]$，$P(\sqrt{3},3)$，则 $|2\overrightarrow{PM}-\overrightarrow{PN}|$ 的最大值为

A. $2\sqrt{3}$　　B. $3\sqrt{3}$　　C. $2-\sqrt{3}$　　D. $2+\sqrt{3}$

12. 已知函数 $f(x)=(3a)^x-x^{3a}\ (a>1)$，当 $x\geqslant 2e$ 时，$f(x)\geqslant 0$ 恒成立，则实数 a 的取值范围为

A. $\left(\frac{e}{3},+\infty\right)$　　B. $\left[\frac{2e}{3},+\infty\right)$

C. $(1,e)$　　D. $\left(1,\frac{2e}{3}\right]$

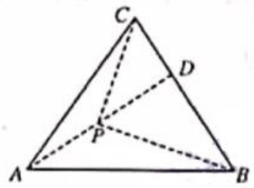
二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 命题"$\forall x>1, x^2+x-1\geq 0$"的否定是______________.

14. 已知 $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{12}\right)=\frac{3}{5}$，则 $\sin\left(2\alpha-\frac{\pi}{3}\right)=$__________.

15. 已知 $f(x)=\begin{cases}\sin(\frac{\pi}{2}x+\frac{\pi}{6})(-2\pi\leq x\leq 0)\\ |\ln x-1|\ (x>0)\end{cases}$，若方程 $f(x)=m$ 恰有4个不同的实数解 a,b,c,d，且 $a<b<c<d$，则 $\frac{cd}{a+b}=$__________.

16. 如图，正三角形 ABC 内有一点 P，$\angle BPC=\frac{\pi}{2}$，$\angle APC=\frac{5\pi}{6}$，连接 AP 并延长交 BC 于 D，则 $\frac{|CD|}{|CB|}=$__________.



三、解答题：本大题共6小题，共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分10分）

若平面向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a}=(3,3)$，$|\boldsymbol{b}|=2$.

（Ⅰ）若 $|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}|=\sqrt{58}$，求 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角；

（Ⅱ）若 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\parallel(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})$，求 $\boldsymbol{b}$ 的坐标.

18.（本小题满分12分）

已知 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A,\omega>0,\varphi\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)\right)$，

其图像相邻两条对称轴的距离为 $\frac{\pi}{2}$，且 $f(0)=1$，$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=A$.

（Ⅰ）求 $f(x)$；

（Ⅱ）把函数 $f(x)$ 图像向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 得到函数 $g(x)$ 图像，若 $g(\alpha)=1$，求 $\tan(\alpha-\pi)+\tan\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$ 的值.

19.(本小题满分12分)

已知函数 $f(x)=\sqrt{\dfrac{x-a}{x-a-3}}$ 的定义域为 A，函数 $g(x)=\dfrac{2^{x+1}+4}{2^x+1}$ 的值域为 B.

(Ⅰ)当 $a=3$ 时，求 $(\complement_{R}A)\cap B$；

(Ⅱ)若“$x\in A$”是“$x\in B$”的必要不充分条件，求实数 a 的取值范围.

20.(本小题满分12分)

在△ABC 中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，若 $c=1$，$\sqrt{2}\sin\left(A+\dfrac{\pi}{4}\right)=b$.

(Ⅰ)求角 C；

(Ⅱ)求△ABC 的面积的最大值.

21.(本小题满分12分)

已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，且当 $x\leqslant 0$ 时，$f(x)=\log_2(a-x)$.

(Ⅰ)求函数 $f(x)$ 的解析式；

(Ⅱ)若对任意的 $x\in[-1,1]$，都有不等式 $f(x^2-mx+m)+f(2x^2-mx+2)<0$ 恒成立，求实数 m 的取值范围.

22.(本小题满分12分)

已知函数 $f(x)=ae^x-\ln x-e$.

(Ⅰ)当 $a=1$ 时，讨论函数 $f(x)$ 的零点存在情况；

(Ⅱ)当 $a>1$ 时，证明：当 $x>0$ 时，$f(x)>2-e$.

“皖南八校”2022届高三第一次联考·数学(理科)
参考答案、提示及评分细则

1.C 由 $x^2-7x+10<0$，得 $2<x<5$，所以 $B=\{x|2<x<5\}$，因为 $A=\{x|-2<x<3\}$，所以 $A\cup B=\{x|-2<x<5\}$，故选 C.

2.A ∵$z=1+i$，$\bar{z}=1-i$，则 $(1+\bar{z})\cdot z=(2-i)(1+i)=3+i$，故选 A.

3.A $|a|\neq 3\Leftrightarrow a\neq 3$ 且 $a\neq -3$，所以“$|a|\neq 3$”是“$a\neq 3$”的充分不必要条件，故选 D.

4.D ∵$\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}=(7,-2)$，∴$\boldsymbol{b}=(3,-2)$，∴向量 $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 方向上的投影为 $\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}=\dfrac{1\times 3+2\times(-2)}{\sqrt{(-2)^2+3^2}}=-\dfrac{\sqrt{13}}{13}$，故选 D.

5.A ∵$\int_0^t \cos x dx=\sin x|_0^t=\sin t$，又 $\cos 2t=\int_0^t \cos x dx$，∴$\cos 2t=\sin t$，即 $1-2\sin^2 t=\sin t$，解得 $\sin t=-1$ 或 $\sin t=\dfrac{1}{2}$，又∵$t\in(0,\dfrac{\pi}{2})$，∴$t=\dfrac{\pi}{6}$，故选 A.

6.B ∵$f(x)=\dfrac{x\cdot 2^x-1+x}{2^x+1}=x-\dfrac{1}{2^x+1}$，易知 $f(x)$ 在 R 上单调递增，因为 $0=\lg 1<\lg 3<\lg 10=1$，$\ln\dfrac{1}{2}<\ln 1=0$，$2^{\frac{1}{3}}>2^0=1$，所以 $2^{\frac{1}{3}}>\lg 3>\ln\dfrac{1}{2}$，所以 $f(2^{\frac{1}{3}})>f(\lg 3)>f(\ln\dfrac{1}{2})$，即 $c>a>b$. 故选 B.

7.B 由米勒问题的解答可知，此人应站在离塔水平距离为 $l=\sqrt{160\times 250}=200$ m 处观察，设此时视角为 θ，塔底离地面高度为 n，塔顶离地面高度为 m，则 $l=\sqrt{mn}$，则 $\tan\theta=\dfrac{\frac{m}{l}-\frac{n}{l}}{1+\frac{m}{l}\cdot\frac{n}{l}}=\dfrac{l(m-n)}{l^2+mn}=\dfrac{m-n}{2\sqrt{mn}}$，故 $\sin\theta=\dfrac{m-n}{m+n}=\dfrac{90}{250+160}=\dfrac{9}{41}$.

8.C 函数 $f(x)=\cos(12x+\dfrac{\pi}{3})$ 的图象上各点的横坐标伸长到原来的 4 倍，得到图象的解析式为 $y=\cos(3x+\dfrac{\pi}{3})$，再向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位，得到图象的解析式为 $y=\cos(3x-\dfrac{\pi}{6})$，令 $3x-\dfrac{\pi}{6}=k\pi+\dfrac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，解得 $x=\dfrac{k\pi}{3}+\dfrac{2\pi}{9}(k\in\mathbf{Z})$，当 $k=0$ 时，$x=\dfrac{2\pi}{9}$，所以 $\left(\dfrac{2\pi}{9},0\right)$ 是函数 $y=\cos\left(3x-\dfrac{\pi}{6}\right)$ 的一个对称中心. 故选 C.

9.C 过点 D 作 $DE//BC$ 交 AB 于点 E，则 $DE=10$，$AE=12$，$AD=14$. 由余弦定理得 $\cos A=\dfrac{14^2+12^2-10^2}{2\times 14\times 12}=\dfrac{5}{7}$，在△$ABD$ 中，$BD^2=AB^2+AD^2-2AB\cdot AD\cos A=625$，解得 $BD=25$.

10.D 由题意可得 $f(x)$ 是奇函数，且关于直线 $x=1$ 对称，从而 $f(x)$ 的周期 $T=4$，所以选项 A、B 错误；$f\left(\dfrac{9}{2}\right)=f\left(\dfrac{1}{2}\right)=f\left(\dfrac{3}{2}\right)=-f\left(-\dfrac{3}{2}\right)=-1$，故选项 C 错误；对选项 D：有已知 $f(x)$ 关于 $(0,0)$ 和直线 $x=1$ 对称，从而 $f(x)$ 关于 $(2,0)$ 对称，又因为 $f(x)$ 的周期 $T=4$，可得 $f(x)$ 关于 $(-2,0)$ 对称，所以 $f(x-2)$ 是奇函数，D 正确，故选 D.

11.B 由题可知，M，N 为单位圆 $O:x^2+y^2=1$ 上的两个动点，且满足 $|\overrightarrow{MN}|=1$，由 $|\overrightarrow{MN}|=1$ 可知，△OMN 为等边三角形，则 $\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=|\overrightarrow{OM}|\cdot|\overrightarrow{ON}|\cdot\cos 60^\circ=\dfrac{1}{2}$，所以，$(2\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{ON})^2=4-4\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}+1=3$，则 $|2\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{ON}|=\sqrt{3}$. 由 $\overrightarrow{PM}=\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OM}$，$\overrightarrow{PN}=\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{ON}$，得 $|2\overrightarrow{PM}-\overrightarrow{PN}|=|\overrightarrow{PO}+2\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{ON}|\leqslant|\overrightarrow{PO}|+$

$|2\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{ON}|$，又 $P(\sqrt{3},3)$，则 $|\overrightarrow{PO}|=2\sqrt{3}$，因此当 $\overrightarrow{PO}$ 与 $2\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{ON}$ 同向时，等号成立，此时 $|2\overrightarrow{PM}-\overrightarrow{PN}|$ 的最大值为 $3\sqrt{3}$. 故选：B.

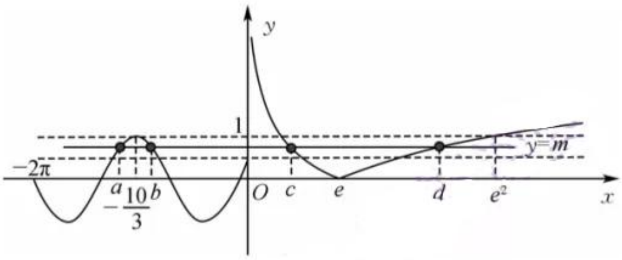
12. D　$f(x)\geqslant 0$ 即 $(3a)^x\geqslant x^{3a}$，则 $x\ln(3a)\geqslant 3a\ln x$，则 $\frac{\ln(3a)}{3a}\geqslant\frac{\ln x}{x}$，令 $g(x)=\frac{\ln x}{x}(x\geqslant 1)$，$g'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}(x\geqslant 1)$，当 $x\in(1,e)$，$g'(x)>0$，$g(x)$ 单调递增；当 $x\in(e,+\infty)$，$g'(x)<0$，$g(x)$ 单调递减，

∵ $a>1$，∴ $3a>3>e$，又 $g(3a)\geqslant g(x)$，所以 $3a\leqslant x(x\geqslant 2e)$ 恒成立，故 $a\in\left(1,\frac{2e}{3}\right]$.

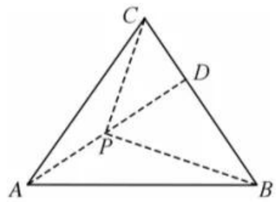
13. $\exists x_0>1, x_0^2+x_0-1<0$

14. $-\frac{7}{25}$　因为 $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{12}\right)=\frac{3}{5}$，则 $\sin\left(2\alpha-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left[2\left(\alpha+\frac{\pi}{12}\right)-\frac{\pi}{2}\right]=-\cos\left[2\left(\alpha+\frac{\pi}{12}\right)\right]=2\sin^2\left(\alpha+\frac{\pi}{12}\right)-1=-\frac{7}{25}$.

15. $-\frac{3e^2}{20}$　如图，易知 $\frac{1}{2}<m<1$，a,b 关于直线 $x=-\frac{10}{3}$ 对称，所以 $a+b=-\frac{20}{3}$，又 $0<c<e<d$ 且 $|\ln c-1|=|\ln d-1|$，所以 $1-\ln c=\ln d-1$，所以 $\ln cd=\ln c+\ln d=2$，所以 $cd=e^2$，从而 $\frac{cd}{a+b}=-\frac{3e^2}{20}$.



16. $\frac{1}{3}$　设正三角形边长为 2，$|CD|=2\lambda$，设 $\angle CDP=\theta$，



在 $\triangle CAD$ 中，$\angle CAD=\frac{2\pi}{3}-\theta$，$\frac{CD}{\sin\left(\frac{2\pi}{3}-\theta\right)}=\frac{CA}{\sin\theta}$，

代入数据可得，$\frac{2\lambda}{\sin\left(\frac{2\pi}{3}-\theta\right)}=\frac{2}{\sin\theta}$　①，

在 $\triangle CDP$ 中，$CP=CB\cdot\cos\angle BCP=2\cos\left(\frac{5\pi}{6}-\theta\right)$，$\frac{CD}{\sin\frac{\pi}{6}}=\frac{CP}{\sin\theta}$，

代入数据可得，$4\lambda=\frac{2\cos\left(\frac{5\pi}{6}-\theta\right)}{\sin\theta}$　②

$\frac{①}{②}$ 得，$\frac{1}{2}\cos\left(\frac{5\pi}{6}-\theta\right)=\sin\left(\frac{2\pi}{3}-\theta\right)$，解得 $\tan\theta=-3\sqrt{3}$，代入①式得 $\lambda=\frac{1}{3}$.

17. 解：(Ⅰ) 由 $\boldsymbol{a}=(3,3)$ 可知 $|\boldsymbol{a}|=3\sqrt{2}$，…… 1 分

由 $|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}|=\sqrt{58}$ 可得 $\boldsymbol{a}^2+4\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+4\boldsymbol{b}^2=58$，即 $18+4\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+16=58$，解得 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=6$，…… 3 分

设 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 θ，则 $\cos\theta=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

又 ∵ $\theta\in[0,\pi]$，∴ $\theta=\frac{\pi}{4}$.　…… 5 分

(Ⅱ) 设 $\boldsymbol{b}=(x,y)$，则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(3+x,3+y)$，$\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}=(3-2x,3-2y)$，

∵ $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})//(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})$，所以 $(3+x)(3-2y)-(3+y)(3-2x)=0$，…… 7 分

解得 $x=y$. ①

又∵ $|\boldsymbol{b}|=2$，∴ $x^2+y^2=4$. ②

由①、②，解得 $x=y=\sqrt{2}$ 或 $x=y=-\sqrt{2}$，

所以 $\boldsymbol{b}$ 的坐标为 $(\sqrt{2},\sqrt{2})$ 或 $(-\sqrt{2},-\sqrt{2})$. …… 10 分

18. 解：(Ⅰ) $\frac{T}{2}=\frac{\pi}{2}\Rightarrow T=\pi=\frac{2\pi}{\omega}\Rightarrow\omega=2$. …… 2 分

$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=A\sin\left(\frac{2\pi}{6}+\varphi\right)=A$，则 $\sin\left(\frac{\pi}{3}+\varphi\right)=1$，∵ $\varphi\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$，∴ $\varphi=\frac{\pi}{6}$，…… 4 分

又 $f(0)=A\sin\varphi=1$，则 $A=2$，

故 $f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$ …… 6 分

(Ⅱ) 由题意可得 $g(x)=2\sin(2x)$， …… 8 分

$g(\alpha)=2\sin(2\alpha)=1$，∴ $\sin\alpha\cdot\cos\alpha=\frac{1}{4}$， …… 10 分

$\tan(\alpha-\pi)+\tan\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\tan\alpha+\frac{1}{\tan\alpha}=\frac{1}{\sin\alpha\cos\alpha}=4$. …… 12 分

19. 解：(Ⅰ) 由 $\frac{x-a}{x-a-3}\geqslant 0$，解得：$x\leqslant a$ 或 $x>a+3$，即 $A=(-\infty,a]\cup(a+3,+\infty)$，

由于 $g(x)=\frac{2^{x+1}+4}{2^x+1}=2+\frac{2}{2^x+1}$，

∵ $2^x+1>1$，∴ $0<\frac{1}{2^x+1}<1$，∴ $2<2+\frac{2}{2^x+1}<4$，即 $B=(2,4)$. …… 4 分

当 $a=3$ 时，$A=(-\infty,3]\cup(6,+\infty)$，

∴ $\complement_{\mathbf{R}}A=(3,6]$，∴ $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=(3,4)$. …… 6 分

(Ⅱ) 依题可知，B 是 A 的真子集，即 $(2,4)\subsetneqq(-\infty,a]\cup(a+3,+\infty)$， …… 9 分

所以 $a+3\leqslant 2$ 或 $a\geqslant 4$，解得：$a\leqslant -1$ 或 $a\geqslant 4$，

所以实数 a 的取值范围为 $(-\infty,-1]\cup[4,+\infty)$. …… 12 分

20. 解：(Ⅰ) 由题意可得：$\sqrt{2}c\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin A+\frac{\sqrt{2}}{2}\cos A\right)=b$， …… 2 分

再由正弦定理得 $\sin C\sin A+\sin C\cos A=\sin B=\sin(\pi-A-C)=\sin(A+C)=\sin A\cos C+\cos A\sin C$，即

$\sin C\sin A=\sin A\cos C$， …… 4 分

又 $\sin A\neq 0$，所以 $\tan C=1$，又 $C\in(0,\pi)$，所以 $C=\frac{\pi}{4}$. …… 6 分

(Ⅱ) $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$，∴ $1=a^2+b^2-\sqrt{2}ab\geqslant(2-\sqrt{2})ab$， …… 8 分

故 $ab\leqslant\frac{2+\sqrt{2}}{2}$， …… 10 分

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{\sqrt{2}}{4}ab\leqslant\frac{\sqrt{2}+1}{4}$，当且仅当 $a=b$ 时，取到最大值. …… 12 分

21. 解：(Ⅰ) 依题可知 $f(0)=0$，解得 $a=1$，所以当 $x\leqslant 0$ 时，$f(x)=\log_2(1-x)$，…… 2 分

设 $x>0$，则 $-x<0$，所以 $f(-x)=\log_2(1+x)$，又∵ $f(x)$ 是奇函数，∴ $f(-x)=-f(x)$，

即 $-f(x)=\log_2(1+x)$，所以当 $x>0$ 时，$f(x)=-\log_2(1+x)$，

综上所述，$f(x)=\begin{cases}\log_2(1-x) & (x\leqslant 0)\\ -\log_2(1+x) & (x>0)\end{cases}$. …… 5 分

(Ⅱ) 当 $x\leqslant 0$ 时，$f(x)=\log_2(1-x)$，所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,0]$ 上单调递减，

又∵$f(x)$是$\mathbf{R}$上的奇函数，∴$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递减，

从而$f(x)$在$\mathbf{R}$上单调递减，…………………………………………………………………… 6分

由$f(x^2-mx+m)+f(2x^2-mx+2)<0$，

可得$f(x^2-mx+m)<-f(2x^2-mx+2)=f(-2x^2+mx-2)$，

又∵$f(x)$在$\mathbf{R}$上单调递减，

∴$x^2-mx+m>-2x^2+mx-2$，即$3x^2-2mx+m+2>0$对任意的$x\in[-1,1]$恒成立，……………… 8分

记$g(x)=3x^2-2mx+m+2$，对称轴为$x=\frac{m}{3}$，依题意有$g(x)_{\min}>0$，

①当$\frac{m}{3}<-1$，即$m<-3$时，$g(x)$在$[-1,1]$上单调递增，

∴$g(x)_{\min}=g(-1)=5+3m>0$，解得$m>-\frac{5}{3}$，与$m<-3$矛盾，此时无解；

②当$-1\leqslant\frac{m}{3}\leqslant1$，即$-3\leqslant m\leqslant3$时，$g(x)$在$[-1,\frac{m}{3}]$上单调递减，在$(\frac{m}{3},1]$上单调递增，

∴$g(x)_{\min}=g(\frac{m}{3})=-\frac{m^2}{3}+m+2>0$，解得$\frac{3-\sqrt{33}}{2}<m<\frac{3+\sqrt{33}}{2}$，

又因为$-3\leqslant m\leqslant3$，所以此时$\frac{3-\sqrt{33}}{2}<m\leqslant3$；

③当$\frac{m}{3}>1$，即$m>3$时，$g(x)$在$[-1,1]$上单调递减，

∴$g(x)_{\min}=g(1)=5-m>0$，解得$m<5$，又因为$m>3$，所以此时$3<m<5$；

综上所述，实数m的取值范围为$(\frac{3-\sqrt{33}}{2},5)$. ……………………………………………………… 12分

22. 解：(Ⅰ)当$a=1$时，$f(x)=e^x-\ln x-e$，易知$f(1)=0$，

$f'(x)=e^x-\frac{1}{x}$，$f'(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，且$f'\left(\frac{1}{3}\right)=e^{\frac{1}{3}}-3<0$；$f'(1)=e-1>0$，……… 2分

故$f'(x)$在$\left(\frac{1}{3},1\right)$存在唯一零点$x_0$，

则函数$f(x)$在$(0,x_0)$上单调递减，在$(x_0,+\infty)$上单调递增，

由于$f(x_0)<f(1)=0$，$f\left(\frac{1}{e^3}\right)=e^{\frac{1}{e^3}}+3-e>0$，…………………………………………………… 4分

故在$(0,x_0)$函数$f(x)$存在一个函数零点，故综上函数$f(x)$存在两个零点. ……………………………… 5分

(Ⅱ)当$a>1$，$x>0$时，$ae^x>e^x$，要证$f(x)>2-e$，只需证$e^x-\ln x-e>2-e$，

即证$e^x-\ln x>2$，令$g(x)=e^x-\ln x-2$，则$g'(x)=e^x-\frac{1}{x}$. ……………………………………………… 7分

由(1)知$g'(x)$单调递减，且在$\left(\frac{1}{3},1\right)$存在唯一零点$x_0$，即$e^{x_0}-\frac{1}{x_0}=0$.

当$x\in(0,x_0)$时，$g(x)$单调递减，当$(x_0,+\infty)$时，$g(x)$单调递增. …………………………………… 9分

所以$g(x)\geqslant g(x_0)=e^{x_0}-\ln x_0-2=e^{x_0}-\ln\frac{1}{e^{x_0}}-2=\frac{1}{x_0}+x_0-2>0$，

故当$a>1$，$x>0$时，$f(x)>2-e$. ……………………………………………………………………………… 12分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。