湘豫名校联考
2023年5月高三第三次模拟考试
数学(文科)

注意事项:

1. 本试卷共6页。时间120分钟,满分150分。答题前,考生先将自己的姓名、准考证号填写在试卷指定位置,并将姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上,然后认真核对条形码上的信息,并将条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 作答选择题时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。作答非选择题时,将答案写在答题卡上对应的答题区域内。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将试卷和答题卡一并收回。

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|x\geqslant 2\}$,$B=\{x|2^x<16\}$,则 $A\cap B=$

A. $(2,4)$　　B. $[2,4)$　　C. $[2,+\infty)$　　D. $\{2,4\}$

2. 已知复数 $z=\dfrac{2-i^3}{i+i^2}$,则 z 在复平面内对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(-6,10)$,$2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}=(8,-15)$,则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$

A. -29　　B. 29　　C. -13　　D. 13

4. 已知 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y-3\leqslant 0,\\ x-y+1\geqslant 0,\\ x\geqslant 0,y\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=3x+4y$ 的最大值为

A. 4　　B. 9　　C. 11　　D. 12

5. 某学校统计了10位同学一周的课外体育运动总时长(单位:小时),数据分别

为 6.3,7.4,7.6,8.0,8.1,8.3,8.3,8.5,8.7,8.8,则以下数字特征中数值最大的为

A. 平均数　　B. 中位数　　C. 方差　　D. 众数

6. 若双曲线 C_1 与双曲线 C_2:$\frac{x^2}{7}-y^2=1$ 有相同的焦距,且 C_1 过点(3,1),则双曲线 C_1 的标准方程为

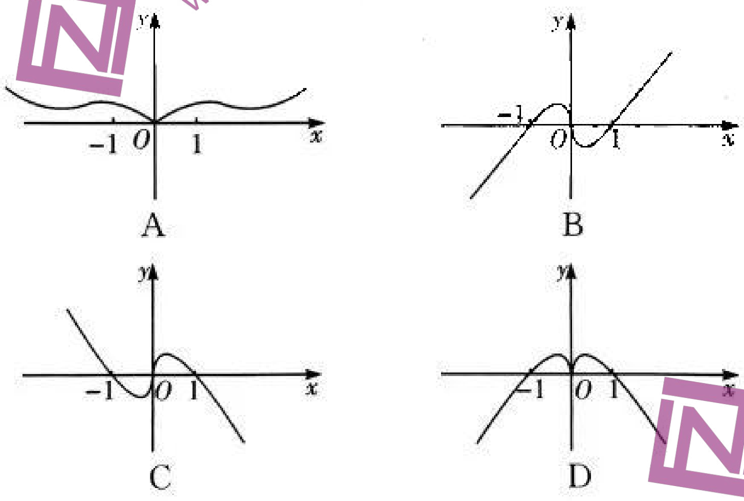
A. $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{2}=1$

B. $\frac{y^2}{9-\sqrt{73}}-\frac{x^2}{\sqrt{73}-1}=1$

C. $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{2}=1$ 或 $\frac{y^2}{9-\sqrt{73}}-\frac{x^2}{\sqrt{73}-1}=1$

D. $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{2}=1$ 或 $y^2-\frac{x^2}{3}=1$

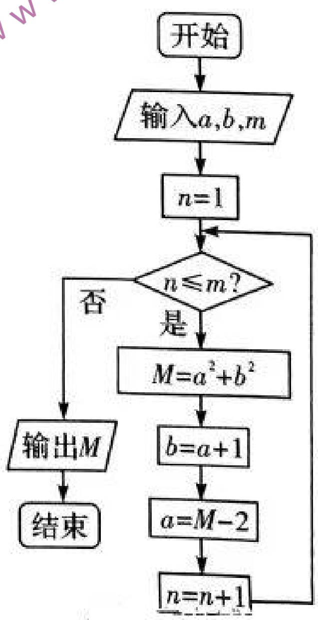
7. 函数 $f(x)=\frac{2x^3}{1+x^2}-x$ 的部分图象大致为



8. 执行如图所示的程序框图,若输入的 a,b,m 分别为 1,1,4,则输出的 $M=$

A. 4　　B. 5

C. 18　　D. 272



第8题图

9. 已知 $a>0,b>0$,且 $a+b=1$,则下列不等式不正确的是

A. $ab\leqslant\frac{1}{4}$　　B. $a^2+b^2\geqslant\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b+1}>2$　　D. $\sqrt{a}+\sqrt{b}\leqslant 1$

10. 已知等差数列$\{a_n\}$中，$a_1+a_8=2a_5-2$，$a_3+a_{11}=26$，则数列$\{a_n \cdot \cos n\pi\}$的前 2 022 项的和为

A. 1 010　　B. 1 011　　C. 2 021　　D. 2 022

11. 已知非钝角△ABC中，$\angle BAC=60°$，$AB=2$，Q是边BC上的动点. 若$PA\perp$平面ABC，$PA=\sqrt{2}$，且△PAQ周长的最小值为$1+\sqrt{2}+\sqrt{3}$，则三棱锥$P-ABC$外接球的体积为

A. $\sqrt{6}\pi$　　B. 6π　　C. $2\sqrt{2}\pi$　　D. 8π

12. 已知函数$f(x)=bx-(b+3)x^3$在$[-1,1]$上的最小值为-3，则实数b的取值范围是

A. $(-\infty,-4]$　B. $[9,+\infty)$　　C. $[-4,9]$　　D. $\left[-\frac{9}{2},9\right]$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 若数列$\{a_n\}$是公比为 2 的等比数列，$a_7<3a_6$，写出一个满足题意的通项公式$a_n=$________.

14. 已知点P为圆$C: x^2+(y-4)^2=4$上的动点，则点P到直线$l: 3x+4y-5=0$的距离的最大值为________.

15. 已知$f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的奇函数，且满足$f(2-x)-f(2+x)=0$，又当$x\in[-2,0)$时，$f(x)=2^x+2$，则$f\left(\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{84}\right)=$________.

16. 将函数$f(x)=\sin 2x$的图象先向右平移$\frac{\pi}{8}$个单位长度，再把所得函数图象的横坐标变为原来的$\frac{2}{\omega}(\omega>0)$倍，纵坐标不变，得到函数$g(x)$的图象，若函数$g(x)$在$\left(\frac{\pi}{4},\pi\right)$上没有零点，则$\omega$的取值范围是________.

三、解答题：共 70 分. 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（本小题满分 12 分）

已知a，b，c分别为△ABC的内角A，B，C的对边，$a^2+c^2=$

$ac\left(3\cos^2\frac{B}{2}-\sin^2\frac{B}{2}\right)$.

(1)求证：a,b,c 成等比数列；

(2)若 $\frac{\sin^2 B}{\sin^2 A+\sin^2 C}=\frac{3}{4}$，求 $\cos B$ 的值.

18.（本小题满分 12 分）

随着人们生活水平的提高，健康越来越成为当下人们关心的话题，因此，健身也成了广大市民的一项必修课.某健身机构统计了 2022 年 1～5 月份某初级私人健身教练课程的月报名人数 y（单位：人）与该初级私人健身教练价格 x（单位：元/小时）的情况，如下表所示.

月份	1	2	3	4	5
初级私人健身教练价格 x（元/小时）	210	200	190	170	150
初级私人健身教练课程的月报名人数 y（人）	5	8	7	9	11

(1)求 $(x_i,y_i)(i=1,2,3,4,5)$ 的相关系数 r，并判断月报名人数 y 与价格 x 是否有很强的线性相关性？（当 $|r|\in[0.75,1]$ 时，可以认为两个变量有很强的线性相关性；否则，没有很强的线性相关性）（精确到 0.001）

(2)请建立 y 关于 x 的线性回归方程；（精确到 0.001）

(3)当价格为每小时 230 元时，估计该课程的月报名人数为多少人？（结果保留整数）

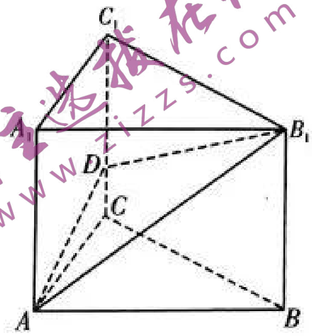
参考公式：对于一组数据 $(x_i,y_i)(i=1,2,3,\cdots,n)$，相关系数 $r=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$，其回归直线 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为 $\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$. 参考数据：$\sqrt{29}\approx5.385$.

19.(本小题满分 12 分)

如图,直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,$AC=2$,$BC=3$,$AB=\sqrt{13}$,D 为 CC_1 上一点,且 $CD:C_1D=4:9$.

(1)证明:平面 $AB_1D\perp$ 平面 ABB_1A_1;

(2)若直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的表面积为 $\dfrac{77+13\sqrt{13}}{2}$,求五面体 $ABCDB_1$ 的体积.



20.(本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C:\dfrac{y^2}{a^2}+\dfrac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$的上、下焦点分别为 F_1,F_2,离心率为 $\dfrac{2}{3}$,过点 F_1 作直线 l(与 y 轴不重合)交椭圆 C 于 M,N 两点,$\triangle MNF_2$ 的周长为 12.

(1)求椭圆 C 的标准方程;

(2)若点 A 是椭圆 C 的上顶点,设直线 l,AM,AN 的斜率分别为 k,k_1,k_2,当 $k\neq0$ 时,求证:$\dfrac{1}{k}\left(\dfrac{1}{k_1}+\dfrac{1}{k_2}\right)$为定值.

21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=e^x+a(1-\cos x)(a\in\mathbf{R})$.

(1)当 $a=0$ 时,求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(\pi,f(\pi))$ 处的切线方程;

(2)若 $\forall x\in(0,\pi)$,$f(x)\geqslant 0$ 恒成立,求实数 a 的取值范围.

(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22.(本小题满分 10 分)**选修 4—4:坐标系与参数方程**

在平面直角坐标系 xOy 中,已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=3-\dfrac{\sqrt{3}}{2}t,\\ y=\sqrt{3}-\dfrac{1}{2}t\end{cases}$($t$ 为参数).以坐标原点 O 为极点,x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=2\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{6}\right)$.

(1)求直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程;

(2)若点 P 的极坐标为 $\left(2\sqrt{3},\dfrac{\pi}{6}\right)$,直线 l 与曲线 C 相交于 A,B 两点,求 $\dfrac{1}{|PA|}+\dfrac{1}{|PB|}$ 的值.

23.(本小题满分 10 分)**选修 4—5:不等式选讲**

已知函数 $f(x)=|x+4|+|x-2a|$.

(1)当 $a=2$ 时,求不等式 $f(x)\leqslant 13$ 的解集;

(2)当 $a>0$ 时,若 $f(x)\geqslant a^2+5a$ 恒成立,求实数 a 的取值范围.

湘豫名校联考
2023年5月高三第三次模拟考试
数学(文科)参考答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	C	A	C	D	C	B	C	D	D	A	B

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. B 【命题意图】本题考查集合的交集运算,考查数学运算、逻辑推理的核心素养.

【解析】因为集合 $B=\{x|2^x<16\}=\{x|x<4\}$, $A=\{x|x\geqslant 2\}$,所以 $A\cap B=\{x|2\leqslant x<4\}=[2,4)$.故选B.

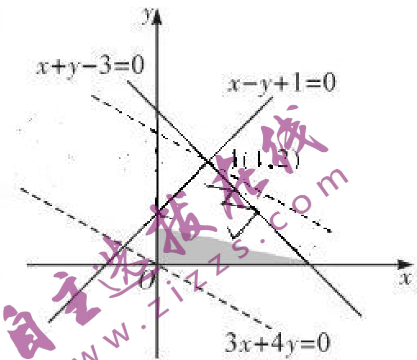
2. C 【命题意图】本题考查复数的几何意义,考查数学运算、直观想象的核心素养.

【解析】因为复数 $z=\frac{2-i^3}{i+i^2}=\frac{2+i}{-1+i}=\frac{(2+i)(-1-i)}{(-1+i)(-1-i)}=\frac{-1-3i}{2}=-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$,所以 z 在复平面内对应的点的坐标为 $\left(-\frac{1}{2},-\frac{3}{2}\right)$,位于第三象限.故选C.

3. A 【命题意图】本题考查向量的数量积,考查数学运算的核心素养.

【解析】因为向量 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(-6,10)$,所以 $2\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}=(-12,20)$①.又 $2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}=(8,-15)$②,①②两式相减得 $5\boldsymbol{b}=(20,-35)$,所以 $\boldsymbol{b}=(4,-7)$, $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}+(-6,10)=(4,-7)+(-6,10)=(-2,3)$,所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=(-2,3)\cdot(4,-7)=-29$.故选A.

4. C 【命题意图】本题考查线性规划,考查数学运算、直观想象的核心素养.



【解析】作出可行域,如图中阴影部分所示,由 $z=3x+4y$ 可得 $y=-\frac{3}{4}x+\frac{z}{4}$,平移直线 $y=-\frac{3}{4}x$,当直线经过点A时,z 取最大值.由 $\begin{cases}x+y-3=0,\\x-y+1=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=1,\\y=2,\end{cases}$ 所以 $A(1,2)$.故 $z_{max}=3\times1+4\times2=11$.故选C.

5. D 【命题意图】本题考查数字特征的应用,考查数学运算的核心素养.

【解析】经计算,这10位同学一周课外体育运动总时长的平均数为8,而众数为8.3,中位数为8.2,方差小于 $\frac{1.7^2\times10}{10}=2.89$,故最大值为8.3,为众数.故选D.

6. C 【命题意图】本题考查双曲线的标准方程,考查数学运算、逻辑推理的核心素养.

【解析】设双曲线 C_1 的方程为 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 或 $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$,因为 C_1 和 C_2 有相同的焦距,双曲线 C_2: $\frac{x^2}{7}-y^2=1$ 的焦距为 $4\sqrt{2}$,所以双曲线 C_1 的焦距 $2c=4\sqrt{2}$.若 C_1 的焦点在 x 轴上,将点(3,1)代入 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$,得 $\frac{3^2}{a^2}-\frac{1^2}{b^2}=1$①.又 $a^2+b^2=c^2=8$②,联立①②两式得 $a^2=6$, $b^2=2$.所以双曲线 C_1 的标准方程为 $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{2}=1$.若 C_1 的焦点在 y 轴上,将点(3,1)代入 $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$,得 $\frac{1^2}{a^2}-\frac{3^2}{b^2}=1$③.又 $a^2+b^2=c^2=8$④,联立③④两式得 $a^2=9-\sqrt{73}$, $b^2=\sqrt{73}-1$,所以双曲线 C_1 的标准方程为

$\frac{y^2}{9-\sqrt{73}}-\frac{x^2}{\sqrt{73}-1}=1$. 综上所述，双曲线 C_1 的标准方程为 $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{2}=1$ 或 $\frac{y^2}{9-\sqrt{73}}-\frac{x^2}{\sqrt{73}-1}=1$. 故选 C.

7. B 【命题意图】本题考查函数的图象识别，考查逻辑推理、数学运算的核心素养.

【解析】$f(x)=\frac{2x^3}{1+x^2}-x=\frac{2x^3-x-x^3}{1+x^2}=\frac{x^3-x}{1+x^2}$，易知 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$. 因为 $f(-x)=\frac{(-x)^3-(-x)}{1+(-x)^2}=\frac{-x^3+x}{1+x^2}=-\frac{x^3-x}{1+x^2}=-f(x)$，所以 $f(x)$ 为奇函数，图象关于原点对称. 排除 A，D 选项；又 $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^3-\frac{1}{2}}{1+\left(\frac{1}{2}\right)^2}<0$，$f(2)=\frac{2^3-2}{1+2^2}>0$，所以排除 C 选项. 故选 B.

8. C 【命题意图】本题考查算法程序框图，考查数学运算、逻辑推理的核心素养.

【解析】执行程序框图，第一次循环：$1<4$，$M=1^2+1^2=2$，$b=2$，$a=0$，$n=2$；第二次循环：$2<4$，$M=0^2+2^2=4$，$b=1$，$a=2$，$n=3$；第三次循环：$3<4$，$M=2^2+1^2=5$，$b=3$，$a=3$，$n=4$；第四次循环：$4=4$，$M=3^2+3^2=18$，$b=4$，$a=16$，$n=5$，此时 $5>4$，退出循环，输出 $M=18$. 故选 C.

9. D 【命题意图】本题考查四个平均数的大小关系，基本不等式的性质，考查数学运算的核心素养.

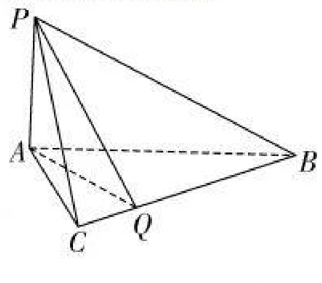
【解析】方法一：$ab\leqslant\left(\frac{a+b}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$（当且仅当 $a=b$ 时取等号），A 正确；易知 $\frac{a+b}{2}\leqslant\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$，则 $\frac{1}{2}\leqslant\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$，即 $a^2+b^2\geqslant\frac{1}{2}$（当且仅当 $a=b$ 时取等号），B 正确；由题得 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b+1}=\frac{1}{1-b}+\frac{1}{b+1}=\frac{2}{1-b^2}$，$1-b^2\in(0,1)$，故 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b+1}>2$，C 正确；易知 $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2}\leqslant\sqrt{\frac{a+b}{2}}=\sqrt{\frac{1}{2}}$，即 $\sqrt{a}+\sqrt{b}\leqslant\sqrt{2}$（当且仅当 $a=b$ 时取等号），D 错误. 故选 D.

方法二（特殊情况）：取 $a=b=\frac{1}{2}$，则 $\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$，D 错误. 故选 D.

10. D 【命题意图】本题考查等差数列的基本运算，数列的前 n 项和，考查数学抽象、逻辑推理和数学运算的核心素养.

【解析】设等差数列的首项为 a_1，公差为 d，则由 $\begin{cases}a_1+a_8=2a_5-2,\\a_3+a_{11}=26,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}a_1+a_1+7d=2(a_1+4d)-2,\\a_1+2d+a_1+10d=26,\end{cases}$ 化简得 $\begin{cases}7d=8d-2,\\2a_1+12d=26,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a_1=1,\\d=2.\end{cases}$ 所以 $a_n=1+(n-1)\times2=2n-1$. 设数列 $\{a_n\cdot\cos n\pi\}$ 的前 n 项和为 S_n，则 $S_{2\,022}=-a_1+a_2-a_3+a_4-\cdots-a_{2\,021}+a_{2\,022}=(a_2-a_1)+(a_4-a_3)+\cdots+(a_{2\,022}-a_{2\,021})=1\,011d=2\,022$. 故选 D.

11. A 【命题意图】本题考查三棱锥的外接球的体积，考查直观想象、逻辑推理和数学运算的核心素养.



【解析】在 $\triangle PAQ$ 中，设 $AQ=x$，则 $PQ=\sqrt{x^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{x^2+2}$. 所以 $\triangle PAQ$ 的周长为 $\sqrt{2}+x+\sqrt{x^2+2}\geqslant1+\sqrt{2}+\sqrt{3}$. 所以 $\sqrt{x^2+2}\geqslant1+\sqrt{3}-x$，不等式两边平方，得 $x^2+2\geqslant4+2\sqrt{3}-2(1+\sqrt{3})x+x^2$，解得 $x\geqslant1$，即 AQ 的最小值是 1. 所以点 A 到边 BC 的距离为 1. 当 AQ 取最小值时，因为在 $\mathrm{Rt}\triangle ABQ$ 中，$AB=2$，所以 $\angle BAQ=60°$. 又 $\angle BAC=60°$，所以 C，Q 两点重合，所以 $\angle ACB=90°$，即 $AC\perp BC$. 又 $PA\perp$ 平面 ABC，$BC\subset$ 平面 ABC，所以 $PA\perp BC$. 因为 $PA\cap AC=A$，所以 $BC\perp$ 平面 PAC. 因为 $PC\subset$ 平面 PAC，所以 $BC\perp PC$. 因为 PB 是 $\mathrm{Rt}\triangle PAB$ 和 $\mathrm{Rt}\triangle PCB$ 的公共斜边，所以 PB 为三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的直径，设外接球的半径为 R，则 $R=\frac{1}{2}PB=\frac{1}{2}\sqrt{PA^2+AB^2}=\frac{1}{2}\sqrt{(\sqrt{2})^2+2^2}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，所以三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的体积 $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi\times\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^3=\sqrt{6}\pi$. 故选 A.

12. D 【命题意图】本题考查通过导数判断函数的最值，求参数的取值范围，考查逻辑推理、数学运算的核心素养.

【解析】方法一：由题可得 $f'(x)=b-3(b+3)x^2$.

(1)当 $b+3=0$，即 $b=-3$ 时，$f(x)=-3x$ 在$[-1,1]$上单调递减，函数的最小值为 $f(1)=-3$，符合题意，所以 $b=-3$ 符合题意.

(2)当 $b+3\neq0$，即 $b\neq-3$ 时，①当 $0<b+3\leqslant3$，即 $-3<b\leqslant0$ 时，$f'(x)=b-3(b+3)x^2$ 为开口向下的抛物线，且 $\Delta=12(b+3)b\leqslant0$，$f'(x)\leqslant0$ 恒成立，所以 $f(x)$在$[-1,1]$上单调递减，函数的最小值为 $f(1)=-3$，符合题意. ②当 $b+3<0$，即 $b<-3$ 时，$f'(x)=b-3(b+3)x^2$ 为开口向上的抛物线，且 $\Delta=12(b+3)b>0$. 令 $f'(x)=0$，则 $3(b+3)x^2=b$. 解得 $x=-\sqrt{\frac{b}{3(b+3)}}$ 或 $x=\sqrt{\frac{b}{3(b+3)}}$. 当 $\sqrt{\frac{b}{3(b+3)}}>-1$，即 $b<-\frac{9}{2}$ 时，函数 $f(x)$ 在 $\left[-1,-\sqrt{\frac{b}{3(b+3)}}\right]$ 上单调递增，在 $\left[-\sqrt{\frac{b}{3(b+3)}},\sqrt{\frac{b}{3(b+3)}}\right]$ 上单调递减，在 $\left[\sqrt{\frac{b}{3(b+3)}},1\right]$ 上单调递增. 又 $f(-1)=3$，所以 $f(x)$在$[-1,1]$上的最小值为 $f\left(\sqrt{\frac{b}{3(b+3)}}\right)=\frac{2b}{3}\sqrt{\frac{b}{3(b+3)}}$. 令 $f\left(\sqrt{\frac{b}{3(b+3)}}\right)=-3$，得 $\frac{2b}{3}\sqrt{\frac{b}{3(b+3)}}=-3$，化简得 $(2b+9)^2(b-9)=0$，解得 $b=-\frac{9}{2}$(舍去)或 $b=9$(舍去). 当 $-\sqrt{\frac{b}{3(b+3)}}\leqslant-1$，即 $\sqrt{\frac{b}{3(b+3)}}\geqslant1$，即 $-\frac{9}{2}\leqslant b<-3$ 时，函数 $f(x)$在$[-1,1]$上单调递减，所以函数 $f(x)$在$[-1,1]$上的最小值为 $f(1)=-3$，符合题意. ③当 $b+3>3$，即 $b>0$ 时，$f'(x)=b-3(b+3)x^2$ 为开口向下的抛物线，且 $\Delta=12(b+3)b>0$. 令 $f'(x)=0$，则 $3(b+3)x^2=b$. 解得 $x=-\sqrt{\frac{b}{3(b+3)}}$ 或 $x=\sqrt{\frac{b}{3(b+3)}}$. 当 $b>0$ 时，$-\sqrt{\frac{b}{3(b+3)}}>-1$，即 $\sqrt{\frac{b}{3(b+3)}}<1$，即 $b>0$ 时，函数 $f(x)$ 在 $\left[-1,-\sqrt{\frac{b}{3(b+3)}}\right]$上单调递减，在$\left[-\sqrt{\frac{b}{3(b+3)}},\sqrt{\frac{b}{3(b+3)}}\right]$上单调递增，在$\left[\sqrt{\frac{b}{3(b+3)}},1\right]$上单调递减，所以此时 $f(x)$ 在$[-1,1]$上的最小值为 $f(1)=-3$ 或 $f\left(-\sqrt{\frac{b}{3(b+3)}}\right)=-\frac{2b}{3}\sqrt{\frac{b}{3(b+3)}}$. 令 $f\left(-\sqrt{\frac{b}{3(b+3)}}\right)\geqslant-3$，得 $-\frac{2b}{3}\sqrt{\frac{b}{3(b+3)}}\geqslant-3$，化简得 $(2b+9)^2(b-9)\leqslant0$，解得 $b\leqslant9$，故 $0<b\leqslant9$.

综上所述，实数 b 的取值范围是$\left[-\frac{9}{2},9\right]$. 故选 D.

方法二：由题可得，$f(1)=-3$，即 $f(x)\geqslant-3(\forall x\in[-1,1])$，所以 $bx-(b+3)x^3\geqslant-3$，即 $bx(1-x^2)\geqslant-3(1-x^3)$，即 $bx(1+x)\geqslant-3(x^2+x+1)$. 当 $x=0$ 或 $x=-1$ 时，不等式显然成立；当 $0<x<1$ 时，$b\geqslant\frac{-3(x^2+x+1)}{x(1+x)}=-3\left(1+\frac{1}{x^2+x}\right)$，因为 $x^2+x\in(0,2)$，所以 $\frac{1}{x^2+x}\in\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$，$1+\frac{1}{x^2+x}\in\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$，$-3\left(1+\frac{1}{x^2+x}\right)\in\left(-\infty,-\frac{9}{2}\right)$，所以 $b\geqslant-\frac{9}{2}$；当 $-1<x<0$ 时，$b\leqslant-3\left(1+\frac{1}{x^2+x}\right)$，因为 $x^2+x\in\left(-\frac{1}{4},0\right)$，所以 $\frac{1}{x^2+x}\in(-\infty,-4)$，$1+\frac{1}{x^2+x}\in(-\infty,-3)$，$-3\left(1+\frac{1}{x^2+x}\right)\in(9,+\infty)$，所以 $b\leqslant9$. 综上可得，实数 b 的取值范围是$\left[-\frac{9}{2},9\right]$. 故选 D.

方法三(间接法)：当 $b=-3$ 时，$f(x)=-3x$ 在$[-1,1]$单调递减，且最小值为 $f(1)=-3$，满足条件，可排除 A，B 选项；当 $b=-\frac{9}{2}$ 时，$f(x)=\frac{3}{2}x^3-\frac{9}{2}x$，$f'(x)=\frac{9}{2}x^2-\frac{9}{2}=\frac{9}{2}(x^2-1)$，因为当 $x\in[-1,1]$时，$f'(x)\leqslant0$，$f(x)$在$[-1,1]$上单调递减，所以 $f(x)$ 的最小值为 $f(1)=-3$，满足条件，可排除 C 选项. 故选 D.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 2^{n-1}（答案不唯一） 【命题意图】本题考查等比数列的通项公式，考查逻辑推理、数学运算的核心素养.

【解析】设等比数列的首项为 a_1，且公比 $q=2$，则由 $a_7<3a_6$，得 $2a_6<3a_6$，即 $a_6>0$，即 $a_1>0$，所以 $a_n=a_1 2^{n-1}$. 令 $k=a_1$，所以 $a_n=k\cdot 2^{n-1}(k>0)$，所以可取 $a_n=2^{n-1}$.（答案不唯一）

14. $\frac{21}{5}$ 【命题意图】本题考查直线与圆的位置关系，考查直观想象和数学运算的核心素养.

【解析】由题可得，圆心 $C(0,4)$，半径 $r=2$，圆心 $C(0,4)$ 到直线 l：$3x+4y-5=0$ 的距离等于 $\frac{|3\times0+4\times4-5|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{11}{5}>r$，所以点 P 到直线 l 的距离的最大值为 $\frac{11}{5}+2=\frac{21}{5}$.

15. $\frac{149}{64}$ 【命题意图】本题考查函数的奇偶性、周期性、对数运算求值，考查数学抽象、数学运算的核心素养.

【解析】因为 $f(x)$ 为奇函数，所以 $f(-x)=-f(x)$. 因为 $f(2-x)-f(2+x)=0$，所以 $f(2+x)=f(2-x)=-f[-(2-x)]=-f(x-2)$，所以 $f(x+4)=-f(x)$，所以 $f(x+8)=-f(x+4)=f(x)$. 所以 $f(x)$ 的一个周期为 8. $\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{84}=\log_{2^{-1}}84^{-1}=\log_2 84$. 因为 $2^6<84<2^8$，所以 $6<\log_2 84<8$，所以 $-2<\log_2 84-8<0$. 因为当 $x\in[-2,0)$ 时，$f(x)=2^x+2$，$f(x)$ 是周期为 8 的奇函数，所以 $f\left(\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{84}\right)=f(\log_2 84)=f(\log_2 84-8)=2^{\log_2 84-8}+2=\frac{2^{\log_2 84}}{2^8}+2=\frac{84}{256}+2=\frac{149}{64}$.

16. $\left(0,\frac{1}{4}\right]\cup\left[1,\frac{5}{4}\right]$ 【命题意图】本题考查三角函数的图象平移、函数的零点，考查直观想象和逻辑推理的核心素养.

【解析】将函数 $f(x)=\sin 2x$ 的图象先向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度，得到函数 $y=\sin 2\left(x-\frac{\pi}{8}\right)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$ 的图象，再把所得函数图象的横坐标变为原来的 $\frac{2}{\omega}(\omega>0)$ 倍，纵坐标不变，得到函数 $g(x)=\sin\left(2\times\frac{\omega}{2}x-\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{4}\right)$ 的图象. 当 $x\in\left(\frac{\pi}{4},\pi\right)$ 时，$\omega x-\frac{\pi}{4}\in\left(\frac{\omega\pi}{4}-\frac{\pi}{4},\omega\pi-\frac{\pi}{4}\right)$. 由 $g(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{4},\pi\right)$ 上没有零点，得 $\begin{cases}\frac{\omega\pi}{4}-\frac{\pi}{4}\geqslant k\pi,\\ \omega\pi-\frac{\pi}{4}\leqslant(k+1)\pi\end{cases}(k\in\mathbf{Z})$，即 $\begin{cases}4k+1\leqslant\omega\leqslant k+\frac{5}{4},\\ 4k+1\leqslant k+\frac{5}{4}\end{cases}(k\in\mathbf{Z})$，解得 $0<\omega\leqslant\frac{1}{4}$ 或 $1\leqslant\omega\leqslant\frac{5}{4}$. 故 ω 的取值范围是 $\left(0,\frac{1}{4}\right]\cup\left[1,\frac{5}{4}\right]$.

三、解答题：共 70 分. 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.【命题意图】本题考查解三角形、等比数列的判定，考查逻辑推理和数学运算的核心素养.

【解析】(1) 因为 $a^2+c^2=ac\left(3\cos^2\frac{B}{2}-\sin^2\frac{B}{2}\right)$，

所以 $a^2+c^2=ac\left(3\times\frac{1+\cos B}{2}-\frac{1-\cos B}{2}\right)$. ………… 1 分

所以 $a^2+c^2=ac(1+2\cos B)$. ………… 2 分

根据余弦定理，得 $a^2+c^2=ac\left(1+2\times\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}\right)$，………… 3 分

所以 $a^2+c^2=ac+a^2+c^2-b^2$. ………………………………………… 4 分

所以 $b^2=ac$. ………………………………………… 5 分

所以 a,b,c 成等比数列. ………………………………………… 6 分

(2)由余弦定理,得 $\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\dfrac{a^2+c^2-ac}{2ac}=\dfrac{a^2+c^2}{2ac}-\dfrac{1}{2}$. ………………………… 8 分

因为 $\dfrac{\sin^2 B}{\sin^2 A+\sin^2 C}=\dfrac{3}{4}$,所以由正弦定理,得 $\dfrac{b^2}{a^2+c^2}=\dfrac{3}{4}$. ………………………… 9 分

所以 $\dfrac{ac}{a^2+c^2}=\dfrac{3}{4}$. ………………………………………… 10 分

所以 $\cos B=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{4}{3}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{6}$. ………………………………………… 12 分

18.【命题意图】本题考查线性回归关系的判断,线性回归方程及其应用,考查数据分析和数学运算的核心素养.

【解析】(1)由已知数据可得 $\overline{x}=\dfrac{210+200+190+170+150}{5}=184$, $\overline{y}=\dfrac{5+8+7+9+11}{5}=8$, ………… 1 分

$\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{5}(x_i-\overline{x})^2}=\sqrt{26^2+16^2+6^2+(-14)^2+(-34)^2}=4\sqrt{145}$, ………………………… 2 分

$\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{5}(y_i-\overline{y})^2}=\sqrt{(-3)^2+0^2+(-1)^2+1^2+3^2}=2\sqrt{5}$, ………………………… 3 分

$\sum\limits_{i=1}^{5}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})=26\times(-3)+16\times0+6\times(-1)+(-14)\times1+(-34)\times3=-200$, ………… 4 分

所以相关系数 $r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{5}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{5}(x_i-\overline{x})^2}\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{5}(y_i-\overline{y})^2}}=\dfrac{-200}{4\sqrt{145}\times2\sqrt{5}}\approx-0.929$. ………………………… 5 分

因为 $|r|>0.75$,所以 y 与 x 有很强的线性相关性. ………………………………………… 6 分

(2)因为 $\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{5}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{5}(x_i-\overline{x})^2}=\dfrac{-200}{2\ 320}\approx-0.086$. ………………………… 7 分

$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\,\overline{x}=8-(-0.086)\times184=23.824$, ………………………………………… 8 分

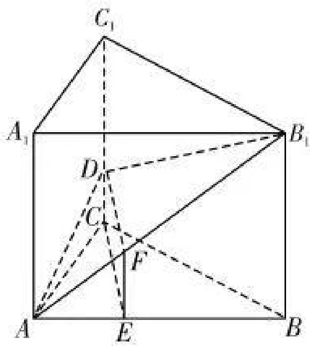
所以 y 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y}=-0.086x+23.824$. ………………………………………… 9 分

(3)当 $x=230$ 时, $\hat{y}=-0.086\times230+23.824=4.044\approx4$,

故当价格为每小时 230 元时,估计该课程的月报名人数为 4 人. ………………………………………… 12 分

19.【命题意图】本题考查面面垂直的证明、三棱柱的表面积、五面体的体积,考查直观想象、逻辑推理和数学运算的核心素养.

【解析】(1)如图,作 $CE\perp AB$ 于点 E, $EF/\!/BB_1$ 交 AB_1 于点 F,连接 DF.



因为 $AC=2$, $BC=3$, $AB=\sqrt{13}$,

所以 $AC^2+BC^2=2^2+3^2=(\sqrt{13})^2=AB^2$.

所以 $AC\perp BC$. ………………………………………… 1 分

所以 $CE=\dfrac{AC\cdot BC}{AB}=\dfrac{2\times3}{\sqrt{13}}=\dfrac{6\sqrt{13}}{13}$.

由勾股定理得 $AE=\sqrt{AC^2-CE^2}=\sqrt{2^2-\left(\dfrac{6\sqrt{13}}{13}\right)^2}=\dfrac{4\sqrt{13}}{13}$.

所以 $\dfrac{EF}{BB_1}=\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{\frac{4\sqrt{13}}{13}}{\sqrt{13}}=\dfrac{4}{13}=\dfrac{CD}{CC_1}$,所以 $EF=CD$. ………………………… 3 分

又 $EF/\!/BB_1$, $CD/\!/BB_1$,所以 $EF/\!/CD$.

所以四边形 $EFDC$ 是平行四边形，所以 $DF /\!/ CE$. ………………………… 4 分

因为平面 $ABC\perp$ 平面 ABB_1A_1，平面 $ABC\cap$ 平面 $ABB_1A_1=AB$，$CE\perp AB$，

所以 $CE\perp$ 平面 ABB_1A_1. ………………………… 5 分

所以 $DF\perp$ 平面 ABB_1A_1.

又 $DF\subset$ 平面 AB_1D，所以平面 $AB_1D\perp$ 平面 ABB_1A_1. ………………………… 6 分

(2)由题易得五面体 $ABCDB_1$ 即四棱锥 $A-BCDB_1$.

由(1)知 $AC\perp BC$，

又 $AC\perp CC_1$，$BC\cap CC_1=C$，所以 $AC\perp$ 平面 $BCDB_1$. ………………………… 8 分

所以四棱锥 $A-BCDB_1$ 的高为 $AC=2$.

因为直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的表面积为 $\frac{77+13\sqrt{13}}{2}$，

所以 $\frac{1}{2}\times2\times3\times2+(2+3+\sqrt{13})\times CC_1=\frac{77+13\sqrt{13}}{2}$，解得 $CC_1=\frac{13}{2}$，即 $BB_1=\frac{13}{2}$.

所以 $CD=2$，$C_1D=\frac{9}{2}$.

又 $S_{梯形BCDB_1}=\frac{1}{2}\times\left(2+\frac{13}{2}\right)\times3=\frac{17}{4}\times3$. ………………………… 10 分

所以 $V_{四棱锥A-BCDB_1}=\frac{1}{3}\times S_{梯形BCDB_1}\times AC=\frac{1}{3}\times\frac{17}{4}\times3\times2=\frac{17}{2}$.

故五面体 $ABCDB_1$ 的体积为 $\frac{17}{2}$. ………………………… 12 分

20.【命题意图】本题考查椭圆的标准方程、直线与椭圆的位置关系、三角形的周长等，考查直观想象和数学运算的核心素养.

【解析】(1)依题意，$\triangle MNF_2$ 的周长为 $|MF_2|+|MN|+|NF_2|=|MF_1|+|MF_2|+|NF_1|+|NF_2|=4a=12$，

解得 $a=3$. ………………………… 1 分

设椭圆 C 的半焦距为 c，

因为椭圆 C 的离心率为 $\frac{2}{3}$，

所以 $e=\frac{c}{a}=\frac{2}{3}$，即 $\frac{c}{3}=\frac{2}{3}$，解得 $c=2$. ………………………… 2 分

因为 $a^2=b^2+c^2$，

所以 $b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$. ………………………… 3 分

所以椭圆 C 的标准方程为 $\frac{y^2}{9}+\frac{x^2}{5}=1$. ………………………… 4 分

(2)由(1)知，$F_1(0,2)$，$A(0,3)$. 易知直线 l 的方程为 $y=kx+2(k\neq0)$. ………………………… 5 分

由 $\begin{cases}y=kx+2,\\ \frac{y^2}{9}+\frac{x^2}{5}=1,\end{cases}$ 消去 y 得 $(5k^2+9)x^2+20kx-25=0$，$\Delta>0$. ………………………… 6 分

设 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=-\frac{20k}{5k^2+9}$，$x_1x_2=-\frac{25}{5k^2+9}$. ………………………… 7 分

所以 $k_1=\frac{y_1-3}{x_1}=\frac{kx_1+2-3}{x_1}=\frac{kx_1-1}{x_1}$，$k_2=\frac{y_2-3}{x_2}=\frac{kx_2+2-3}{x_2}=\frac{kx_2-1}{x_2}$. ………………………… 8 分

所以 $k_1+k_2=k-\frac{1}{x_1}+k-\frac{1}{x_2}=2k-\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\frac{6}{5}k$.

$k_1\cdot k_2=\left(k-\frac{1}{x_1}\right)\cdot\left(k-\frac{1}{x_2}\right)=k^2-k\times\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}+\frac{1}{x_1x_2}=-\frac{9}{25}$.

所以$\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}=\frac{k_1+k_2}{k_1\cdot k_2}=-\frac{10}{3}k$. ………………………………………… 11 分

所以$\frac{1}{k}\left(\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}\right)=-\frac{10}{3}$，为定值. ………………………………………… 12 分

21.【命题意图】本题考查导数的几何意义、不等式恒成立求参数问题，考查逻辑推理、数学运算的核心素养.

【解析】(1)当 $a=0$ 时，$f(x)=e^x(a\in\mathbf{R})$. ………………………………………… 1 分

因为 $f'(x)=e^x$，所以 $f'(\pi)=e^\pi$. ………………………………………… 2 分

又 $f(\pi)=e^\pi$， ………………………………………… 3 分

所以曲线 $y=f(x)$ 在点$(\pi,f(\pi))$处的切线方程为 $y-e^\pi=e^\pi(x-\pi)$，即 $e^\pi x-y+e^\pi(1-\pi)=0$. ………… 4 分

(2)当 $a\geqslant0$ 时，易得 $e^x>0$，$a(1-\cos x)\geqslant0$，

所以$\forall x\in(0,\pi)$，$f(x)=e^x+a(1-\cos x)>0$ 恒成立. ………………………………………… 6 分

当 $a<0$ 时，$e^x+a(1-\cos x)\geqslant0$，即 $a(1-\cos x)\geqslant-e^x$，

不等式两边同时除以 ae^x，且 $ae^x<0$，

得$\frac{1-\cos x}{e^x}\leqslant-\frac{1}{a}$. ………………………………………… 7 分

令 $g(x)=\frac{1-\cos x}{e^x}$，$0<x<\pi$，

则 $g'(x)=\frac{e^x\sin x-e^x(1-\cos x)}{e^{2x}}=\frac{\sin x+\cos x-1}{e^x}=\frac{\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)-1}{e^x}$. ………………………… 8 分

令 $g'(x)=0$，则 $x=\frac{\pi}{2}$.

当 $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$时，$g'(x)>0$；当 $x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$时，$g'(x)<0$.

所以 $g(x)$在$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上单调递增；$g(x)$在$\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$上单调递减. ………………………… 10 分

所以 $g(x)_{\max}=g\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1}{e^{\frac{\pi}{2}}}$.

因为$\frac{1-\cos x}{e^x}\leqslant-\frac{1}{a}$在$(0,\pi)$上恒成立，

所以$\frac{1}{e^{\frac{\pi}{2}}}\leqslant-\frac{1}{a}$，即$-e^{\frac{\pi}{2}}\leqslant a<0$.

综上所述，实数 a 的取值范围为$[-e^{\frac{\pi}{2}},+\infty)$. ………………………………………… 12 分

(二)选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22.【命题意图】本题考查极坐标与参数方程，考查直观想象、逻辑推理、数学运算的核心素养.

【解析】(1)因为直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=3-\frac{\sqrt{3}}{2}t,\\ y=\sqrt{3}-\frac{1}{2}t\end{cases}$ (t 为参数)，

所以消去参数 t 可得直线 l 的普通方程为 $x-\sqrt{3}y=0$. ………………………………………… 2 分

因为曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=2\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)$，即 $\rho=\sqrt{3}\sin\theta+\cos\theta$，

所以 $\rho^2=\sqrt{3}\rho\sin\theta+\rho\cos\theta$.

由$\begin{cases}x=\rho\cos\theta,\\ y=\rho\sin\theta,\end{cases}$ 得 $x^2+y^2-x-\sqrt{3}y=0$.

所以曲线 C 的直角坐标方程为 $x^2+y^2-x-\sqrt{3}y=0$. ………………………… 4 分

(2)因为点 P 的极坐标为 $\left(2\sqrt{3},\frac{\pi}{6}\right)$,

所以点 P 的直角坐标为 $(3,\sqrt{3})$.

易得点 P 在直线 l 上,

将直线 l 的参数方程 $\begin{cases}x=3-\frac{\sqrt{3}}{2}t,\\ y=\sqrt{3}-\frac{1}{2}t\end{cases}$ (t 为参数)代入 $x^2+y^2-x-\sqrt{3}y=0$. ………………………… 6 分

化简得 $t^2-3\sqrt{3}t+6=0$, $\Delta>0$.

设 A, B 两点所对应的参数分别为 t_1, t_2, 则 $t_1+t_2=3\sqrt{3}$, $t_1t_2=6$. ………………………… 8 分

所以 $t_1>0$, $t_2>0$.

所以 $\frac{1}{|PA|}+\frac{1}{|PB|}=\frac{1}{|t_1|}+\frac{1}{|t_2|}=\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}=\frac{t_1+t_2}{t_1t_2}=\frac{3\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$. ………………………… 10 分

23.【命题意图】本题考查绝对值不等式的求解,绝对值不等式恒成立问题,考查逻辑推理和数学运算的核心素养.

【解析】(1)当 $a=2$ 时, $f(x)=|x+4|+|x-4|$. ………………………… 1 分

不等式 $f(x)\leqslant 13$, 即为 $|x+4|+|x-4|\leqslant 13$.

则 $\begin{cases}x\leqslant -4,\\ -(x+4)-(x-4)\leqslant 13,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-4<x<4,\\ (x+4)-(x-4)\leqslant 13,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x\geqslant 4,\\ (x+4)+(x-4)\leqslant 13.\end{cases}$ ………………………… 3 分

解得 $-\frac{13}{2}\leqslant x\leqslant -4$ 或 $-4<x<4$ 或 $4\leqslant x\leqslant \frac{13}{2}$. ………………………… 4 分

故不等式 $f(x)\leqslant 13$ 的解集为 $\left[-\frac{13}{2},\frac{13}{2}\right]$. ………………………… 5 分

(2) $f(x)=|x+4|+|x-2a|\geqslant|x+4-(x-2a)|=|2a+4|$(当且仅当 $(x+4)(x-2a)\leqslant 0$ 时等号成立)

………………………… 6 分

因为 $f(x)\geqslant a^2+5a$ 恒成立, 所以 $|2a+4|\geqslant a^2+5a$. ………………………… 7 分

又 $a>0$, 所以 $2a+4\geqslant a^2+5a$. ………………………… 8 分

解得 $0<a\leqslant 1$. ………………………… 9 分

故实数 a 的取值范围是 $(0,1]$. ………………………… 10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。