

## 高三数学

### 考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。
4. 本卷命题范围：集合、常用逻辑用语、不等式、函数、导数。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{x | x = 2k - 1, k \in \mathbb{Z}\}$ ,  $B = \{x | x = 4k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$ , 则  
 A.  $A \cap B = A$       B.  $A \cup B = B$       C.  $B \cap (\complement_{\mathbb{R}} A) = \emptyset$       D.  $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) = \emptyset$
2. 下列求导正确的是  
 A.  $[(2x^2 - 1)^2]' = 2(2x - 1)$       B.  $(2^x + x^2)' = 2^x + 2x$   
 C.  $(\sin x - \cos \frac{\pi}{3})' = \cos x + \frac{1}{3} \sin \frac{\pi}{3}$       D.  $(\log_2 x)' = \frac{\log_2 e}{x}$
3. 已知幂函数  $f(x) = (m^2 + m - 1)x^m$  的图象与坐标轴没有公共点，则  $f(\sqrt{2}) =$   
 A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\sqrt{2}$       C. 2      D.  $2\sqrt{2}$
4. 2023 年 8 月 6 日 2 时 33 分，山东平原县发生里氏 5.5 级地震，8 月 9 日 3 时 28 分，菏泽市牡丹区发生 2.6 级地震。短时间内的两次地震引起了人们对地震灾害和避险方法的关注。地震发生时释放大量的能量，这些能量是造成地震灾害的元凶。研究表明地震释放的能量  $E$  (单位：焦耳) 的常用对数与震级  $M$  之间满足线性关系，若 4 级地震所释放的能量为  $6.3 \times 10^{10}$  焦耳，6 级地震所释放的能量为  $6.3 \times 10^{13}$  焦耳，则这次平原县发生的地震所释放的能量约为 (参考数据： $\lg 6.3 \approx 0.8, 10^{0.05} \approx 1.1$ )  
 A.  $8 \times 10^{11}$  焦耳      B.  $1.1 \times 10^{11}$  焦耳  
 C.  $8 \times 10^{12}$  焦耳      D.  $1.1 \times 10^{13}$  焦耳
5. 已知函数  $f(x) = \frac{x+1}{ax^2 - 2ax + 1}$  的定义域为  $\mathbb{R}$ ，则实数  $a$  的取值范围为  
 A.  $\{a | 0 \leq a \leq \frac{1}{2}\}$       B.  $\{a | a \leq 0, \text{ 或 } a > 1\}$   
 C.  $\{a | 0 \leq a < 1\}$       D.  $\{a | a \leq 0, \text{ 或 } a \geq 1\}$
6. 已知函数  $f(x) = \lg(x^2 - ax + 12)$  在  $[-1, 3]$  上单调递减，则实数  $a$  的取值范围是  
 A.  $[6, +\infty)$       B.  $[6, 7)$       C.  $(-\infty, -2]$       D.  $(-13, -2]$

【高三 9 月质量检测·数学 第 1 页(共 4 页)】

7. “ $a=1$ ”是“ $f(x)=\lg \frac{a+x}{1-ax}$ 是奇函数”的

- A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件

8. 若  $a \ln a > b \ln b > c \ln c = 1$ , 则

- A.  $e^{b+c} \ln a > e^{a+c} \ln b > e^{a+b} \ln c$   
B.  $e^{a+b} \ln c > e^{a+c} \ln b > e^{b+c} \ln a$   
C.  $e^{a+c} \ln b > e^{b+c} \ln a > e^{a+b} \ln c$   
D.  $e^{a+b} \ln c > e^{b+c} \ln a > e^{a+c} \ln b$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 已知实数  $a, b, c$  满足  $a < 0 < b < c$ , 则

- A.  $a+b > c-a$   
B.  $b^e > c^e$   
C.  $\frac{1}{a-b} < \frac{1}{a-c}$   
D.  $c-a \geq 2\sqrt{(c-b)(b-a)}$

10. 存在定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$ , 满足对任意  $x \in \mathbf{R}$ , 使得下列等式成立的是

- A.  $f(x^5) = x^3$   
B.  $f(\cos x) = x$   
C.  $f(x^2+x) = |x|$   
D.  $f(|x|) = x^2+1$

11. 已知函数  $f(x) = e^x \ln(x+1)$ ,  $g(x) = f'(x)$ , 则

- A.  $g(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递增  
B.  $g(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减  
C.  $\forall m, n \in (0, +\infty), f(m+n) > f(m) + f(n)$   
D.  $\forall m, n \in (0, +\infty), f(m+n) < f(m) + f(n)$

12. 已知函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 且  $f(x) - x^2$  是奇函数,  $f(x) + x$  是偶函数, 设函数  $g(x) =$

$$\begin{cases} f(x), & 0 \leq x \leq 1, \\ 2g(x-1), & x > 1, \end{cases} \text{ 则}$$

- A.  $f(3) = 6$   
B. 当  $x \in (3, 4)$  时,  $g(x) = 4x^2 - 20x + 24$   
C. 若对任意  $x \in [0, t]$ ,  $g(x) \geq -3$  恒成立, 则实数  $t$  的最大值为  $\frac{17}{4}$   
D. 若  $g(x) = m(-2 < m < -1)$  在  $[0, 5]$  内的根有  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 则  $\sum_{i=1}^n x_i = 16$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 命题“矩形的对角线相等”的否定为\_\_\_\_\_。

14. “以直代曲”是微积分中最基本、最朴素的数学思想方法。在切点附近, 用曲线在该点处的切线近似代替曲线就是这一思想的典型应用。曲线  $y = \ln x$  在点  $(1, 0)$  处的切线方程为\_\_\_\_\_, 已知  $|\sqrt[2024]{e} - 1| < 0.0005$ , 利用上述“切线近似代替曲线”的思想计算  $\sqrt[2024]{e}$  所得结果为\_\_\_\_\_. (结果用分数表示)

15. 已知  $a > 0, b > 0$ , 直线  $y = x + 2a$  与曲线  $y = e^{x-1} - b + 1$  相切, 则  $\frac{2}{a} + \frac{1}{b}$  的最小值为\_\_\_\_\_。

16. 若函数  $f(x) = ax + xe^{-ax} - \ln x - 1$  的最小值为 0, 则实数  $a$  的最大值为\_\_\_\_\_。

四、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

已知集合  $A = \{x | -2 \leq x \leq a\}$ , 定义在集合  $A$  上的两个函数  $y = 2x + 3$  和  $y = x^2$  的值域分别为集合  $B$  和集合  $C$ .

(1) 若  $a = 1$ , 求  $A \cup B, (C \cap A) \cap C$ ;

(2) 若  $C \subseteq B$ , 求实数  $a$  的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

求下列函数的值域.

(1)  $y = \sqrt{x+2} - x$ ;

(2)  $y = \sqrt{x} - \sqrt{x-4}$ ;

(3)  $y = \sqrt{x} + \sqrt{9-x}$

19. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = x^2 - ax, a \in \mathbf{R}$ .

(1) 判断  $f(x)$  的奇偶性;

(2) 若函数  $F(x) = f(x) + 6 \ln x$  在  $x = 1$  和  $x = 3$  处取得极值, 且关于  $x$  的方程  $F(x) = m$  有 3 个不同的实根, 求实数  $m$  的取值范围.

20. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = ax^2 + b, g(x) = e^x + e^{-x} - (b-2)x (a, b \in \mathbf{R})$ .

(1) 若  $f(1) = f'(1) = g(0)$ , 解不等式  $g(f(x)) \geq g(|x-3|)$ ;

(2) 若  $a=1, b=2, g(x) \geq kf'(e^{-x}+2) - 2$  对任意实数  $x$  恒成立, 求  $k$  的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \frac{1}{x^2}, g(x) = \ln x$ .

(1) 若  $F(x) = mf(x) + 2g(x) (m \in \mathbf{R})$  存在极值, 求  $m$  的取值范围;

(2) 若关于  $x$  的不等式  $af(x) + g(x) \geq a$  在区间  $(0, 1]$  上恒成立, 求实数  $a$  的取值范围.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \frac{ae^x}{x} + \ln x - x (a > 0)$ .

(1) 讨论  $f(x)$  的极值点的个数;

(2) 若  $f(x)$  恰有三个极值点  $x_1, x_2, x_3 (x_1 < x_2 < x_3)$ , 且  $x_3 - x_1 \leq 1$ , 求  $x_1 + x_2 + x_3$  的最大值.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

 自主选拔在线