

姓 名 _____
准考证号 _____

绝密★启用前

湘 豫 名 校 联 考
2023 年 9 月 高 三 一 轮 复 习 诊 断 考 试 (一)
数 学

注意事项:

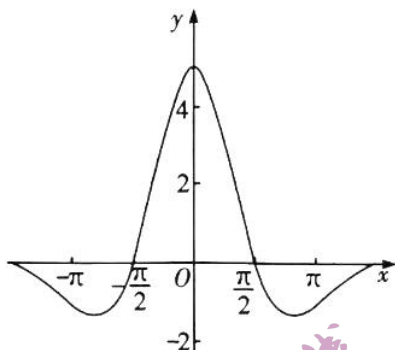
1. 本试卷共 6 页。时间 120 分钟, 满分 150 分。答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号填写在试卷指定位置, 并将姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上, 然后认真核对条形码上的信息, 并将条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 作答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。作答非选择题时, 将答案写在答题卡上对应的答题区域内。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将试卷和答题卡一并收回。

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

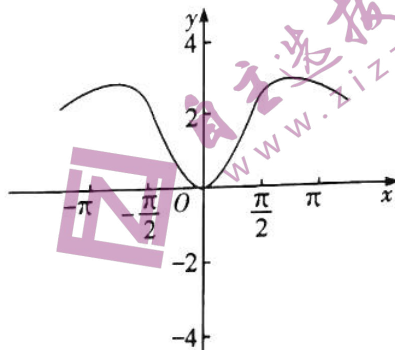
1. 已知命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, x < 2^x$, 则 $\neg p$ 为
A. $\forall x \in \mathbf{R}, x \geq 2^x$ B. $\exists x \in \mathbf{R}, x < 2^x$
C. $\exists x \in \mathbf{R}, x \geq 2^x$ D. $\exists x \in \mathbf{R}, x > 2^x$
2. 已知全集 $U = \{x \in \mathbf{Z} \mid |x| \leq 3\}$, 集合 $A = \{0, 1, 3\}$, $B = \{-3, -1, 0\}$, 则集合 $(\complement_U A) \cap B =$
A. $\{-3\}$ B. $\{-3, -1\}$ C. $\{0, -1\}$ D. $\{-3, -1, 0\}$
3. 若曲线 $y = ax + b \ln x$ 在点 $A(1, 2)$ 处的切线在 y 轴上的截距为 1, 则 $b =$
A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
4. 把函数 $f(x) = \cos(x + \varphi)$ 的图象上各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ (纵坐标不变), 然后把所得曲线向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度, 得到函数 $g(x)$ 的图象, 若 $g(x)$ 的一个极值点为 $x = \frac{\pi}{3}$, 则 φ 的最小正数为
A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

数学试题 第 1 页 (共 6 页)

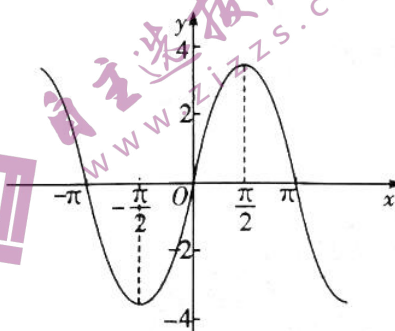
5. 函数 $f(x) = \frac{10\sin x}{2^x + 2^{-x}}$ 的大致图象为



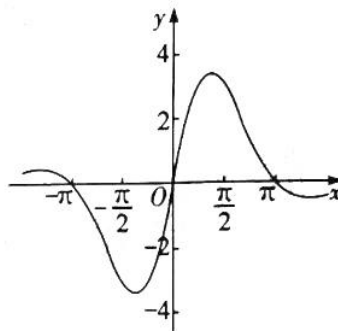
A



B



C



D

6. 若函数 $f(x) = 2^{\sin(2x + \frac{\pi}{3})}$ 在 $[-a, a]$ 上单调递增, 则实数 a 的最大值是

A. $\frac{\pi}{12}$

B. $\frac{\pi}{6}$

C. $\frac{\pi}{3}$

D. $\frac{5\pi}{12}$

7. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , D 为 AB 边上一点, $\angle ACD = 30^\circ$, $\angle BCD = 90^\circ$, $CD = 2$, 则 $2a + b$ 的最小值为

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

B. 2

C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{16\sqrt{3}}{3}$

8. 函数 $f(x) = ax^3 + 2x^2 + ax + 1$ 在 $(-1, +\infty)$ 上存在极大值 $f(x_1)$ 和极小值 $f(x_2)$, 且 $x_1 < x_2$, 则实数 a 的取值范围为

A. $(0, \frac{2\sqrt{3}}{3})$

B. $(\frac{2}{3}, \frac{2\sqrt{3}}{3})$

C. $(1, \frac{2\sqrt{3}}{3})$

D. (1, 2)

二、选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分.在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分.

9. 已知 $\log_2 a > \log_2 b$, 则下列不等式恒成立的是

A. $2^a > 2^b$

B. $a^2 > b^2$

C. $\frac{1}{a} + a > \frac{1}{b} + b$

D. $a \ln b > b \ln a$

10. 已知函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 曲线 $y = f(x)$ 上存在不同的两点 $(x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2))$, 且 $f'(x_1) + f'(x_2) = 1, f'(x_1) \cdot f'(x_2) < 0$ 成立, 则下列满足上述条件的函数是

A. $y = xe^x$

B. $y = x^3 + 2x$

C. $y = x \ln x$

D. $y = \frac{1}{x}$

11. 已知角 α, β 都是锐角, 且 $3\cos \alpha + \sqrt{10} \cos \beta = 3, 3\sin \alpha - \sqrt{10} \sin \beta = 2, \tan \alpha = \frac{3}{4}$, 则下列结论正确的是

A. $\cos(\alpha + \beta) = -\frac{\sqrt{10}}{10}$

B. $\sin(\alpha + \beta) = \frac{3\sqrt{10}}{10}$

C. $\tan(2\alpha + \beta) = \frac{9}{13}$

D. $\tan \beta = 3$

12. 已知定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 在区间 $(0, 4)$ 上满足 $f(4-x) = f(x)$, 当 $x \in (0, 2]$ 时, $f(x) = |\log_2 x|$; 当 $x \in [4, +\infty)$ 时, $f(x) = -x^2 + 10x - 24$. 若直线 $y = a$ 与函数 $f(x)$ 的图象有6个不同的交点, 各交点的横坐标为 $x_i (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$, 且 $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5 < x_6$, 则下列结论正确的是

A. $x_1 x_2 = 1$

B. $(x_3 - 4)(x_4 - 4) = 0$

C. $x_5 x_6 \in (24, 25)$

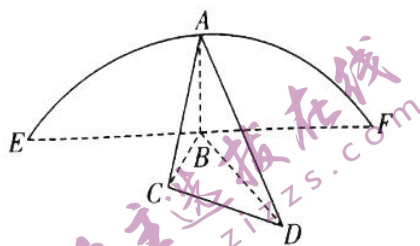
D. $\sum_{i=1}^6 x_i f(x_i) \in (0, 18)$

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 用指数模型: $y = e^{0.4t}$ 描述累计一个池塘甲种微生物的数量 y 随时间 t (单位:天) 的变化规律, 则该池塘甲种微生物的数量增加到原来的3倍需要的时间约为 天. ($\ln 3 \approx 1.10$, 结果精确到0.1)

14. 一场大雨过后, 某市上空出现了圆弧形彩虹, 某研究小组欲测量人们在地面可观察到的该彩虹(最外环)的弧长, 已知彩虹所在圆面垂直于水平

面,示意图如图所示,彩虹最高点为 A , EF 为彩虹所在圆面与水平面 BCD 的交线,点 B 为 EF 的中点,若在点 C 处测得点 A 的仰角为 45° ,在点 D 处测得点 A 的仰角为 30° ,并测得 $\angle BCD = 120^\circ$, $CD = 600$ m, $EF = 1200\sqrt{3}$ m,则彩虹(\widehat{EAF})所在圆的半径为 _____ m,彩虹(\widehat{EAF})的长度为 _____ m. (第一空 3 分,第二空 2 分)



15. 已知奇函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , $f(1-3x) - f(1+3x) = -6x$, 则 $f(2024) =$ _____.

16. 若不等式 $ae^{ax-1} \geq 1 + \ln x$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立, 则实数 a 的取值范围是 _____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

已知函数 $f(x) = 2\sqrt{3} \sin \omega x \cos \omega x - 2\cos^2 \omega x + 2$ ($\omega > 0$), 且 $f(x)$ 相邻两个极值点的差的绝对值为 $\frac{\pi}{2}$.

(1) 当 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 时, 求函数 $f(x)$ 的值域;

(2) 若 $2f(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{12}) + 1 = 3f(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{3})$, 求 $\frac{1 - \sin 2\theta}{\sin 2\theta - 2\cos^2 \theta}$ 的值.

18. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = -1 + \frac{n}{e^x + 1}$, $x \in \mathbf{R}$, $n > 0$ 的图象经过点 $P(p, -\frac{1}{2})$, $Q(q, 0)$, 且 $e^p + q + (e^p + e^q) - 7 = 0$.

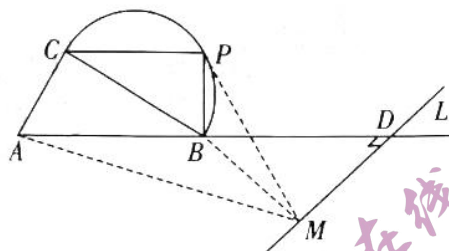
(1) 求不等式 $f(x) > 0$ 的解集;

(2) 若 $\forall m \in \mathbf{R}$, 不等式 $ax^2 - (a+1)x \leq f(m)$ ($a \geq 0$) 恒成立, 求此关于 x 的不等式的解集.

19. (本小题满分 12 分)

某公司为宣传其产品,设计一大型广告立牌置于公司楼下显目位置,广告立牌垂直于地面,其设计图如下所示,由直角 $\triangle ABC$ 和以 BC 为直径的半圆拼接而成, $AC \perp BC$, AB 固定于地面,且 $AB=10$ m,点 P 为半圆上一点(异于 B,C 两点),四边形 $ABPC$ 为梯形, $CP \parallel AB$,该广告立牌右侧有一条垂直于 AB 的直线小道 L (直线小道路面与地面平齐),与 AB 的延长线交于点 D ,且 $BD=10$ m.

- (1)若沿该造型外部边缘增加铁丝加以固定,求铁丝长度(即 $CA + \widehat{CPB}$)的最大值及此时 $\tan \angle CAB$ 的值;
- (2)若 $\angle CAB=60^\circ$,行人 M (视为质点,行人高度忽略不计)沿直线小道 L 向该广告立牌走近,当对底边 AB 观察的视线所张的角最大时,求从 M 处观察 P 点时仰角的正切值.



20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)$ 与 $y = \ln x$ 互为反函数,函数 $g(x) = \sin x + \cos x (x \in \mathbf{R})$.

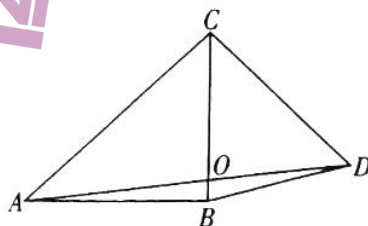
(1)求函数 $y = g(x) + \sin x \cos x$ 的值域;

(2)证明: $\frac{g(x) - 2x - 2}{f(x)} \geq 1$

21. (本小题满分 12 分)

已知平面四边形 $ABDC$ 中, 对角线 CB 为钝角 $\angle ACD$ 的平分线, CB 与 AD 相交于点 O , $AC=5$, $AD=7$, $\cos \angle ACD = -\frac{1}{5}$.

- (1) 求 CO 的长;
- (2) 若 $BC=BD$, 求 $\triangle ABD$ 的面积.



22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \ln x - e^x + (a-1)(x+1)$, $a \in \mathbf{R}$.

- (1) 当 $a=1$ 时, 求曲线 $f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;
- (2) 讨论函数 $g(x) = f(x) + e^x$ 的单调性;
- (3) 若 $\forall x > 0$, 不等式 $f(x) < 0$ 恒成立, 求整数 a 的最大值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线