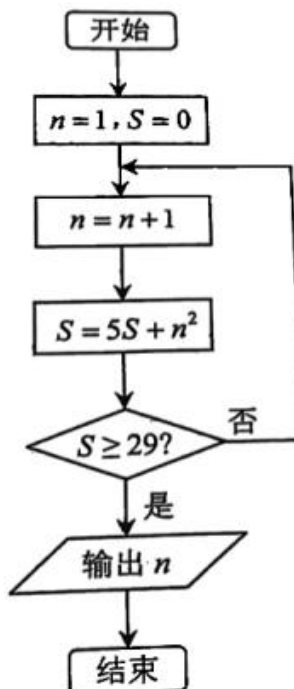


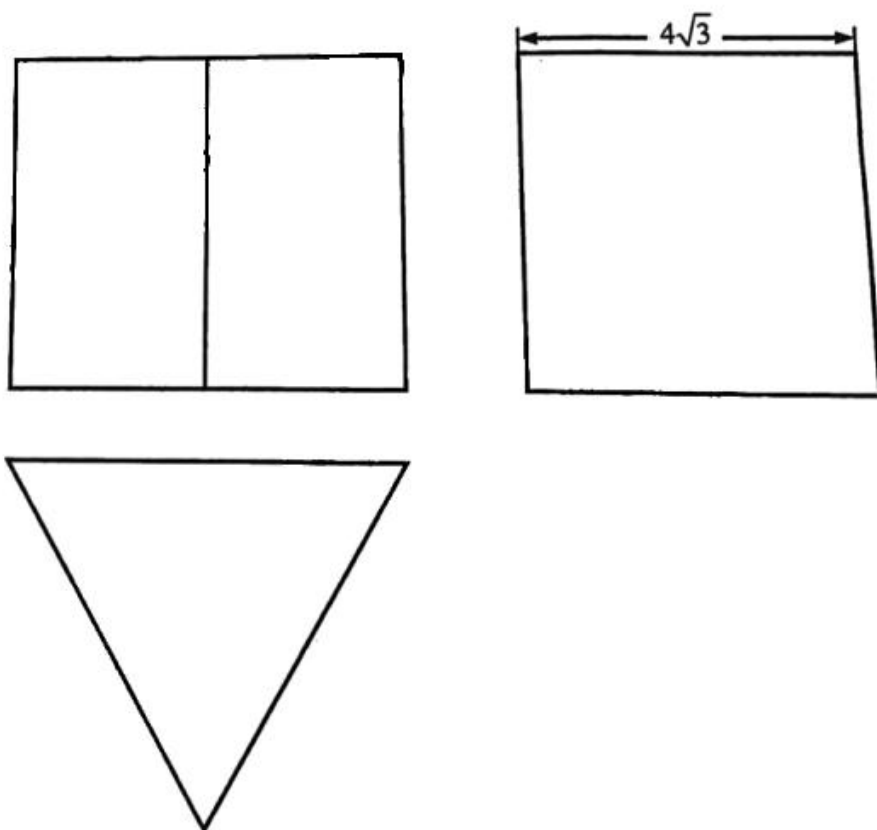
5. 执行如图所示的程序框图，则输出的 $n =$

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5



6. 一个正三棱柱的三视图如下图所示（正视图由两个全等的矩形组成，侧视图是一边长为 $4\sqrt{3}$ 的矩形，俯视图是正三角形）。若这个正三棱柱的表面积为 $136\sqrt{3}$ ，则它的侧视图的面积为

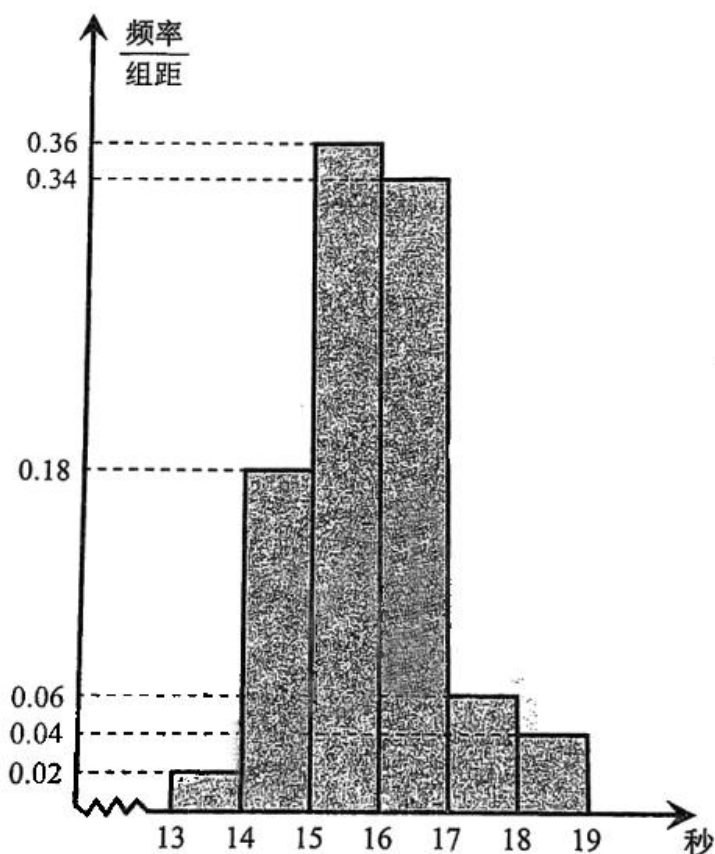
- A. 52
- B. 53
- C. $\frac{112\sqrt{3}}{3}$
- D. $36\sqrt{3}$



二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. $(x^4 - x^{-6})^{10}$ 的展开式中常数项是_____ (用数字作答).

14. 某学校为了解该校 400 名学生的百米成绩 (单位: 秒), 从这 400 名学生中随机选取了 50 名进行调查, 把他们的百米成绩分成 $[13,14)$, $[14,15)$, $[15,16)$, $[16,17)$, $[17,18)$, $[18,19]$, 共 6 个组, 绘制成如图所示的频率分布直方图.



根据样本的频率分布直方图, 估算该校这 400 名学生百米成绩在 $[14, 16)$ (单位: 秒) 的人数大约是_____人.

15. 已知抛物线 $M: y^2 = 16x$ 的焦点为 F , P 为抛物线 M 上一点. 若 $|PF| = 5$, 则 P 点的坐标为_____.

16. 已知 e 是自然对数的底数, 当 $x \in (0, +\infty)$ 时, 关于 x 的不等式 $x^3 - e^{ax} \geq 0$ 的解集非空, 则实数 a 的取值范围为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，

每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

某社区管委会积极响应正在开展的“创文活动”，特制订了饲养宠物的管理规定。为了解社区住户对这个规定的态度（赞同与不赞同），工作人员随机调查了社区 220 户住户，将他们的态度和家里是否有宠物的情况进行了统计，得到如下 2×2 列联表（单位：户）：

	赞同规定住户	不赞同规定住户	合计
家里有宠物住户	70	40	110
家里没有宠物住户	90	20	110
合计	160	60	220

同时，工作人员还从上述调查的不赞同管理规定的住户中，用分层抽样的方法按家里有宠物、家里没有宠物抽取了 18 户组成样本 T ，进一步研究完善饲养宠物的管理规定。

(1) 根据上述列联表，能否在犯错误的概率不超过 0.001 的前提下认为“社区住户对饲养宠物的管理规定的态度与家里是否有宠物有关系”？

(2) 工作人员在样本 T 中随机抽取 6 户住户进行访谈，求这 6 户住户中，至少有 1 户家里没有宠物的概率 P （结果用数字表示）。

$$\text{附： } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, \text{ 其中 } n = a+b+c+d.$$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.010	0.001
k_0	2.706	6.635	10.828

18. (12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_n = 2 - 2S_n$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 用 $\lceil x \rceil$ 表示不小于实数 x 的最小整数, 例如 $\lceil -6.8 \rceil = -6$, $\lceil 0 \rceil = 0$, $\lceil 1.5 \rceil = 2$.

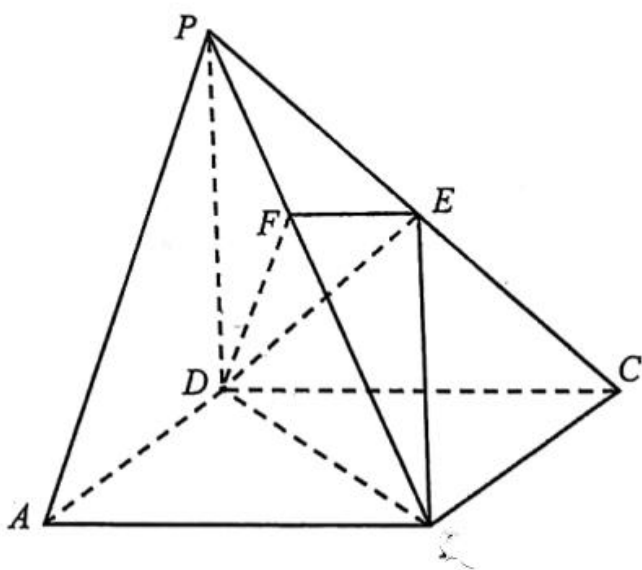
设 $b_n = \lceil -\log_3 a_n \rceil$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (12分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是矩形, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, $DE \perp PC$, 垂足为 E , $EF \perp PB$, 垂足为 F .

(1) 求证: $PB \perp$ 平面 EFD ;

(2) 若 $PD = DC = DA$, 求二面角 $F-DE-B$ 的正弦值.



20. (12分)

已知 e 是自然对数的底数, 函数 $f(x) = e^x + \sin x - 2x$ 的导函数为 $g(x)$.

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线方程;

(2) 若对任意 $x \in [-\frac{\pi}{3}, 0]$, 都有 $x \cdot g(x) \geq x^2 + m$, 求实数 m 的取值范围.

21. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_1 的动直线与椭圆 C

交于 P, M 两点, 直线 PF_2 与椭圆 C 交于 P, N 两点, 且 $\overrightarrow{PF_1} = \lambda \overrightarrow{F_1M}$, $\overrightarrow{PF_2} = \mu \overrightarrow{F_2N}$. 当 ΔF_1PF_2 的面积最大时, ΔMPN 为等边三角形.

(1) 求椭圆 C 的离心率;

(2) 若 $b > \frac{1}{2}$, 直线 $\lambda x + \mu y = 1$ 与椭圆 C 是否有公共点? 若有, 有多少个公共点? 若没

有, 请说明理由.



(二) 选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑。

22. [选修 4-4：坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中， O 是坐标原点，以 O 为极点， x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho = \frac{2}{\sqrt{1+3\cos^2\theta}}$ ，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 4\cos\theta$ ，

点 B 是曲线 C_2 上的点，且点 B 的极坐标为 $(\rho_1, 0)$ ， $\rho_1 > 0$ 。

(1) 直接写出点 B 的直角坐标，曲线 C_1 的直角坐标方程和曲线 C_2 的普通方程；

(2) 若点 A 是曲线 C_1 上的点，求 $\triangle AOB$ 的面积的最大值。

23. [选修 4-5：不等式选讲] (10 分)

已知 $a > 0$ ， $b > 0$ ， $a + b = 2$ 。

(1) 求证： $\sqrt{a+1} + \sqrt{b+1} \leq 2\sqrt{2}$ ；

(2) 若不等式 $|2x+1| - |2x-3| \geq ab$ 对满足已知条件的所有 a 、 b 都成立，求实数 x 的

取值范围。



关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于**中国拔尖人才培养**的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95% 以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承“专业、专注、有态度”的创办公念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网“年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。



 微信搜一搜

 自主选拔在线