天一大联考
2020—2021 学年高中毕业班阶段性测试(四)
文科数学·答案

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.

1. 答案 D

命题意图 本题主要考查集合的概念,集合的运算.

解析 由题可知 $M=\{y|y\leqslant 1\}$,$N=\mathbf{R}$.所以 $M\cap N=(-\infty,1]$.

2. 答案 A

命题意图 本题主要考查复数的运算,共轭复数的概念.

解析 因为 $z=\frac{1-2i}{3+i}=\frac{(1-2i)(3-i)}{(3+i)(3-i)}=\frac{1-7i}{10}$,所以 $\bar{z}=\frac{1+7i}{10}$,对应的点在第一象限.

3. 答案 B

命题意图 本题主要考查几何概型.

解析 由圆的几何性质可知,相对的区域的面积相等,所以飞镖落到阴影部分内的概率为$\frac{1}{2}$.

4. 答案 B

命题意图 本题主要考查命题真假、真值表.

解析 因为 $e^{-x}+1>1$,$|\sin x|\leqslant 1$,所以 p 假. 易知 q 真. 由真值表可知 B 正确.

5. 答案 D

命题意图 本题主要考查向量的模,数量积的运算.

解析 由已知可得$(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}=0$,于是$2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+|\boldsymbol{b}|^2=0$,即$2|\boldsymbol{a}|\cos\theta\times|\boldsymbol{b}|+|\boldsymbol{b}|^2=0$,解得$|\boldsymbol{b}|=4$,所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-8$.

6. 答案 D

命题意图 本题主要考查二倍角公式及同角三角函数关系.

解析 $3\cos 2\alpha+8\sin\alpha+5=0$ 即 $3(1-2\sin^2\alpha)+8\sin\alpha+5=0$,即 $3\sin^2\alpha-4\sin\alpha-4=0$,解得 $\sin\alpha=-\frac{2}{3}$. 又 $\alpha\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$,所以 $\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

7. 答案 C

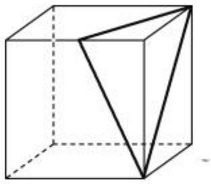
命题意图 本题主要考查三角函数的图象与性质.

解析 由题意,可知函数$f(x)$的四分之一周期为$\frac{\pi}{4}$,则$f(x)$的周期 $T=\pi$,$\therefore\omega=\frac{2\pi}{T}=2$. 又函数$f(x)$的图象过点$\left(\frac{2\pi}{3},-3\right)$,$\therefore -3=3\sin\left(\frac{2\pi}{3}\times 2+\varphi\right)$,$\therefore\frac{2\pi}{3}\times 2+\varphi=-\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}$,$\therefore\varphi=-\frac{11\pi}{6}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}$. 令 $k=1$,得 $\varphi=\frac{\pi}{6}$. $\therefore f(x)=3\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$. 由 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\leqslant 2x+\frac{\pi}{6}\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}$,解得 $k\pi-\frac{\pi}{3}\leqslant x\leqslant k\pi+\frac{\pi}{6},k\in\mathbf{Z}$. 取 $k=0$,得 $x\in\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6}\right]$,即为所求.

8. 答案 B

命题意图 本题主要考查三视图的概念,表面积的计算.

解析 多面体是正方体沿如图所示的粗线割下一个三棱锥所得的几何体,其表面积 $S=3\times 1+2\times\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}+1\right)\times 1+\frac{1}{2}\times 1\times 1+\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=5+\frac{\sqrt{6}}{4}$.



9. **答案** B

命题意图 本题主要考查双曲线的渐近线、离心率等几何性质.

解析 设 $F(c,0)$,不妨设一条渐近线为 $y=\frac{b}{a}x$,则 l 的方程为 $y=-\frac{a}{b}(x-c)$,即 $ax+by-ac=0$. 原点到 l 的距离 $d=\frac{ac}{\sqrt{a^2+b^2}}=a=2b$,所以 $e^2=\frac{c^2}{a^2}=\frac{a^2+b^2}{a^2}=\frac{a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}{a^2}=\frac{5}{4}$,$e=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

10. **答案** A

命题意图 本题主要考查数学文化,导数运算,利用图象研究方程根的个数.

解析 由题可知 $f(1)=1$,$f(0)=0$,问题转化为方程 $f'(x)=1$ 在 $[0,1]$ 上有几个根. $f'(x)=(x+1)e^{x-1}$,方程 $f'(x)=1$ 即 $(x+1)e^{x-1}=1$,等价于 $e^x=\frac{e}{x+1}$,在同一坐标系中画出函数 $y=e^x$ 与 $y=\frac{e}{x+1}$ 在 $[0,1]$ 上的图象,交点只有一个. 所以函数 $f(x)=xe^{x-1}$ 在 $[0,1]$ 上这样的 c 点的个数为 1.

11. **答案** C

命题意图 本题主要考查正弦定理、三角恒等变换.

解析 因为 $A+B+C=\pi$,所以 $\sin A=\sin(\pi-B-C)=\sin 3C$,由正弦定理可得 $\frac{a}{c}=\frac{\sin A}{\sin C}=\frac{3}{2}$,即 $\frac{\sin 3C}{\sin C}=\frac{\sin 2C\cos C+\cos 2C\sin C}{\sin C}=\frac{2\sin C\cos^2 C+(2\cos^2 C-1)\sin C}{\sin C}=4\cos^2 C-1=\frac{3}{2}$. 所以 $\cos^2 C=\frac{5}{8}$,$\cos B=\cos 2C=2\cos^2 C-1=\frac{1}{4}$,$\sin B=\sqrt{1-\cos^2 B}=\frac{\sqrt{15}}{4}$,所以 $\triangle ABC$ 的面积 $S=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{3\sqrt{15}}{4}$.

12. **答案** C

命题意图 本题主要考查抛物线的方程与性质,直线与抛物线的综合应用,三角形的面积计算.

解析 抛物线的焦点 $F\left(\frac{p}{2},0\right)$,准线 l 的方程为 $x=-\frac{p}{2}$. 设 $M\left(\frac{a^2}{2p},a\right)$,$N\left(\frac{b^2}{2p},b\right)(a\neq b)$,则 $A\left(-\frac{p}{2},a\right)$,$B\left(-\frac{p}{2},b\right)$. 设 MN 与 x 轴的交点 $E(m,0)$. $S_{\triangle ABF}=\frac{1}{2}|a-b|\cdot p$,$S_{\triangle MNF}=\frac{1}{2}|a-b|\cdot\left|m-\frac{p}{2}\right|$. 由 $S_{\triangle ABF}=2S_{\triangle MNF}$ 得 $\left|m-\frac{p}{2}\right|=\frac{p}{2}$,所以 $m=0$(舍去)或 $m=p$. 因为 M、N、D、E 四点共线,所以 $k_{MN}=k_{DE}$,即 $\frac{a-b}{\frac{a^2-b^2}{2p}}=\frac{1}{2-p}$,结合 $\frac{a+b}{2}=1$,解得 $p=1$.

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. **答案** -1

命题意图 本题主要考查分段函数的概念,最值及指数、对数函数的单调性.

解析 $x\in(-\infty,1]$ 时,$f(x)$ 单调递增,$f(x)\leqslant f(1)=-1$,$x\in(1,+\infty)$ 时,$f(x)$ 单调递减,$f(x)<\log_{\frac{1}{2}}2=-1$,所以 $f(x)$ 的最大值为 -1.

14. **答案** 17

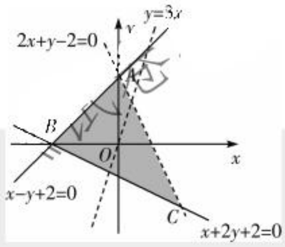
命题意图 本题主要考查程序框图.

解析 按照程序框图依次执行,为 $S=1,n=0,T=0$;$S=9,n=2,T=0+4=4$;$S=17,n=4,T=4+16=20>S$,退出循环,输出 $S=17$.

15. **答案** $[-6,8)$

命题意图 本题主要考查线性规划.

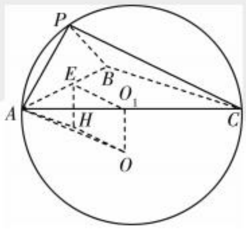
解析 作出可行域,如图中阴影部分所示,其中 $A(0,2)$,$B(-2,0)$,$C(2,-2)$,作出直线 $3x-y=0$ 并平移,结合图形知,当平移后的直线经过点 B 时,z 最小,平移后的直线越接近点 C,z 越大,将 $B(-2,0)$ 代入 $z=3x-y$,得 $z=-6$,将 $C(2,-2)$ 代入 $z=3x-y$,得 $z=8$,故 $z=3x-y$ 的取值范围为 $[-6,8)$.



16. **答案** $2\sqrt{7}$

命题意图 本题主要考查立体几何中的线面关系及球的概念与性质.

解析 当 PA 与平面 ABC 所成的角最大时,最大角为 $\angle PAB$,此时平面 $PAB\perp$ 平面 ABC. 在 $\triangle PAB$ 中,由余弦定理可得 $AB=6$. 又 $AC^2=AB^2+BC^2$,$\therefore\triangle ABC$ 为直角三角形,$CB\perp AB$,$\therefore CB\perp$ 平面 PAB. 如图,设四面体的外接球的球心为 O,截面 ABC 对应圆的圆心为 O_1,截面 PAB 对应圆的圆心为 H,E 为 AB 的中点,则球心 O 到平面 PAB 的距离为 $OH=O_1E=\frac{1}{2}BC=4$. 设 $\triangle PAB$ 的外接圆半径为 r,由正弦定理可得 $2r=\frac{6}{\sin 120^\circ}=4\sqrt{3}$,则 $r=2\sqrt{3}$. 设四面体的外接球半径为 R,连接 OA,AH,在 $\mathrm{Rt}\triangle OAH$ 中,$R^2=4^2+(2\sqrt{3})^2=28$,解得 $R=2\sqrt{7}$.



三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. **命题意图** 本题主要考查等差数列的通项、求和公式,等差中项、等比中项、裂项求和法.

解析 (Ⅰ)设数列 $\{a_n\}$ 的公差为 $d(d\neq 0)$.

由题意得 $a_2^2=a_1a_4$,即 $(a_1+d)^2=a_1(a_1+3d)$①. …………(2 分)

$\because 2a_3,10,a_4$ 成等差数列,

$\therefore 20=2a_3+a_4$,即 $20=2(a_1+2d)+(a_1+3d)$②. …………(4 分)

解①②组成的方程组得 $a_1=d=2$.

$\therefore$ 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=2n$. …………(6 分)

(Ⅱ)由(Ⅰ)得 $S_n=n(n+1)$. …………(8 分)

所以 $b_n=\frac{1}{S_n}=\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$, …………(10 分)

$T_n=b_1+b_2+\cdots+b_n=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}=1-\frac{1}{n+1}<1$. …………(12 分)

18. **命题意图** 本题主要考查分层抽样、独立性检验、古典概型.

解析 (Ⅰ)由题可知,抽出的 30 人中青年人有 18 人,中年人有 12 人. …………(2 分)

2×2 列联表如下:

	同意执行 A 方案	同意执行 B 方案	总计
青年	6	12	18
中年	7	5	12
总计	13	17	30

………………………………………………………………（4 分）

$K^2=\frac{30\times(6\times5-12\times7)^2}{13\times17\times18\times12}=\frac{405}{221}\approx1.833<2.706$，………………………………（6 分）

$\therefore$ 没有 90% 的把握认为年龄层与是否同意执行 A 方案有关. ………………………………（7 分）

（Ⅱ）记 4 个青年人为 A_1,A_2,A_3,A_4，2 个中年人为 B_1,B_2，则从中选 3 人，一共有如下 20 种情况：(A_1,A_2,A_3)，(A_1,A_2,A_4)，(A_1,A_3,A_4)，(A_2,A_3,A_4)，(A_1,A_2,B_1)，(A_1,A_3,B_1)，(A_1,A_4,B_1)，(A_2,A_3,B_1)，(A_2,A_4,B_1)，(A_3,A_4,B_1)，(A_1,A_2,B_2)，(A_1,A_3,B_2)，(A_1,A_4,B_2)，(A_2,A_3,B_2)，(A_2,A_4,B_2)，(A_3,A_4,B_2)，(B_1,B_2,A_1)，(B_1,B_2,A_2)，(B_1,B_2,A_3)，(B_1,B_2,A_4)，………………………………（10 分）

其中青、中年都有的情况有 16 种. ………………………………（11 分）

所求的概率 $P=\frac{16}{20}=\frac{4}{5}$. ………………………………（12 分）

19. **命题意图** 本题主要考查三棱柱的性质，线线、线面垂直的判定与证明，点到面的距离计算.

解析 （Ⅰ）由三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 为直三棱柱易知 $BB_1\perp CB$. ………………………………（1 分）

$\because BC=\sqrt{3},AB=1,AC=2$，$\therefore BC^2+AB^2=AC^2$，$\therefore BC\perp AB$，

又 $BA\cap BB_1=B$，$BA,BB_1\subset$ 平面 ABB_1A_1，

$\therefore BC\perp$ 平面 ABB_1A_1. ………………………………（3 分）

$\because B_1E\subset$ 平面 ABB_1A_1，$\therefore BC\perp B_1E$.

$\because E$ 为 AA_1 的中点，$\therefore AE=A_1E=1$，$\therefore BE^2=B_1E^2=2$，

$\therefore BE^2+B_1E^2=B_1B^2$，$\therefore BE\perp B_1E$. ………………………………（4 分）

又 $BE\cap BC=B$，$BE,BC\subset$ 平面 BCE，$\therefore B_1E\perp$ 平面 BCE.

$\because CO\subset$ 平面 BCE，$\therefore CO\perp B_1E$. ………………………………（5 分）

（Ⅱ）由（Ⅰ）知 $BC\perp AB$，

又 $AB\perp BB_1$，$B_1B\cap BC=B$，$B_1B,BC\subset$ 平面 B_1C_1CB，$\therefore AB\perp$ 平面 B_1C_1CB.

又 $A_1A/\!/B_1B$，$B_1B\subset$ 平面 B_1C_1CB，$A_1A\not\subset$ 平面 B_1C_1CB，

$\therefore A_1A/\!/$ 平面 B_1C_1CB，点 E 到平面 B_1C_1CB 的距离为线段 AB 的长. ………………………………（7 分）

$\therefore V_{C-BEC_1}=V_{E-BC_1C}=\frac{1}{3}\cdot S_{\triangle BC_1C}\cdot AB=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times2\times1=\frac{\sqrt{3}}{3}$. ………………………………（8 分）

$\because CB\perp$ 平面 ABB_1A_1，$CB/\!/C_1B_1$，$\therefore C_1B_1\perp$ 平面 ABB_1A_1，$C_1B_1\perp BE$.

又 $BE\perp B_1E$，$B_1E\cap B_1C_1=B_1$，$\therefore BE\perp$ 平面 B_1EC_1，$\therefore BE\perp EC_1$. ………………………………（10 分）

$\therefore \triangle BEC_1$ 为直角三角形，其面积 $S=\frac{1}{2}BE\cdot EC_1=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{5}=\frac{\sqrt{10}}{2}$.

设 C 到平面 BEC_1 的距离为 h，$\because V_{C-BEC_1}=\frac{1}{3}Sh=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\therefore h=\frac{\sqrt{30}}{5}$. ………………………………（12 分）

20. **命题意图** 本题主要考查椭圆的方程与性质，直线与椭圆的位置关系.

解析 （Ⅰ）设椭圆 C 的半焦距为 c.

由题意可知 $\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，即 $a^2=2c^2$，代入 $a^2=b^2+c^2$，得 $b^2=c^2$.

所以 $a=\sqrt{2}c,b=c$. ………………………………（2 分）

又 $\frac{1}{2}(a-c)b=\sqrt{2}-1$，

将 $a=\sqrt{2}c,b=c$ 代入解得 $c=\sqrt{2}$. ………………………………（4 分）

所以 $a^2=4,b^2=2$，

所以椭圆 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$. ……………………（6分）

（Ⅱ）直线 $y=k(x-1)$ 与椭圆方程联立方程组得 $\begin{cases}y=k(x-1),\\x^2+2y^2=4,\end{cases}$

消去 y 得 $(1+2k^2)x^2-4k^2x+2k^2-4=0$，（*）

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，则 x_1,x_2 是方程（*）的两根，

$x_1+x_2=\frac{4k^2}{1+2k^2},x_1x_2=\frac{2k^2-4}{1+2k^2}$，……………………（8分）

所以 $\overrightarrow{QA}\cdot\overrightarrow{QB}=\left(x_1-\frac{7}{4},y_1\right)\cdot\left(x_2-\frac{7}{4},y_2\right)$

$=\left(x_1-\frac{7}{4}\right)\left(x_2-\frac{7}{4}\right)+y_1y_2$

$=\left(x_1-\frac{7}{4}\right)\left(x_2-\frac{7}{4}\right)+k^2(x_1-1)(x_2-1)$

$=(1+k^2)x_1x_2+\left(-\frac{7}{4}-k^2\right)(x_1+x_2)+k^2+\frac{49}{16}$

$=(1+k^2)\frac{2k^2-4}{1+2k^2}+\left(-\frac{7}{4}-k^2\right)\frac{4k^2}{1+2k^2}+k^2+\frac{49}{16}$ ……………………（10分）

$=\frac{-8k^2-4}{1+2k^2}+\frac{49}{16}$

$=-4+\frac{49}{16}$

$=-\frac{15}{16}$. ……………………（11分）

故不存在 k，使得 $\overrightarrow{QA}\cdot\overrightarrow{QB}>1$. ……………………（12分）

21. **命题意图** 本题主要考查利用导数研究函数的性质，证明不等式，对数运算.

解析 （Ⅰ）由题意得 $f'(x)=-\frac{a}{x^2}-\frac{2}{x}$. ……………………（2分）

令 $f'(x)\leqslant0$，可得 $x\geqslant-\frac{a}{2}$. ……………………（3分）

$f(x)$ 在 $[1,2)$ 上存在单调递减区间，等价于不等式 $x\geqslant-\frac{a}{2}$ 在 $[1,2)$ 上有解，……………………（4分）

所以 $-\frac{a}{2}<2$，解得 $a>-4$. ……………………（5分）

（Ⅱ）$f'(x)=-\frac{a}{x^2}-\frac{2}{x}=-\frac{a+2x}{x^2}$，

令 $f'(x)>0$，可得 $0<x<-\frac{a}{2}$，令 $f'(x)<0$，可得 $x>-\frac{a}{2}$，

所以 $f(x)$ 在 $\left(0,-\frac{a}{2}\right)$ 上单调递增，在 $\left(-\frac{a}{2},+\infty\right)$ 上单调递减. ……………………（7分）

因为 $-2<a<0$，

所以 $-\frac{a}{2}<1<1-\frac{a}{x}$，

所以 $f\left(1-\frac{a}{x}\right)<f(1)=0$，即 $-2\ln\left(1-\frac{a}{x}\right)+\frac{a}{1-\frac{a}{x}}-a<0$，……………………（10分）

即 $\frac{a^2}{x-a}<2\ln\left(1-\frac{a}{x}\right)=2[\ln(x-a)-\ln x]$，

即 $\frac{a^2}{2(x-a)}<\ln(x-a)-\ln x$. ……………………（12分）

22. **命题意图** 本题主要考查直线与圆的参数方程与极坐标方程的互化.

解析 （Ⅰ）当 $\sigma=\pi$ 时 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=1-t,\\y=4,\end{cases}$ ……（1分）

它的普通方程为 $y=4$，化为极坐标方程为 $\rho\sin\theta=4$. ……（2分）

曲线 $C:\rho^2=2\rho\cos\theta+2\rho\sin\theta$，故 $x^2+y^2-2x-2y=0$，

故 $(x-1)^2+(y-1)^2=2$，……（4分）

故曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+\sqrt{2}\cos\varphi,\\y=1+\sqrt{2}\sin\varphi\end{cases}$（$\varphi$ 为参数，且 $0\leqslant\varphi\leqslant2\pi$）. ……（5分）

（Ⅱ）设 $M(\rho_1,\alpha)$，$N(\rho_2,\alpha)$，则 $\rho_1=2\cos\alpha+2\sin\alpha$，$\rho_2=\dfrac{4}{\sin\alpha}$. ……（6分）

所以 $\dfrac{|OM|}{|ON|}=\dfrac{\rho_1}{\rho_2}=\dfrac{(2\cos\alpha+2\sin\alpha)\sin\alpha}{4}$

$=\dfrac{1}{4}(\sin2\alpha+1-\cos2\alpha)$

$=\dfrac{1}{4}+\dfrac{\sqrt{2}}{4}\sin\left(2\alpha-\dfrac{\pi}{4}\right)$. ……（8分）

因为 $0<\alpha<\dfrac{\pi}{4}$，所以 $-\dfrac{\pi}{4}<2\alpha-\dfrac{\pi}{4}<\dfrac{\pi}{4}$，

所以 $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}<\sin\left(2\alpha-\dfrac{\pi}{4}\right)<\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

所以 $\dfrac{|OM|}{|ON|}$ 的取值范围为 $\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$. ……（10分）

23. **命题意图** 本题主要考查绝对值不等式的解法，函数与基本不等式的综合应用.

解析 （Ⅰ）当 $x\leqslant-\dfrac{3}{2}$ 时，原不等式化为 $-3x-\dfrac{7}{2}\leqslant4x+7$，解得 $x\geqslant-\dfrac{3}{2}$，所以 $x=-\dfrac{3}{2}$； ……（1分）

当 $-\dfrac{3}{2}<x\leqslant-\dfrac{1}{2}$ 时，原不等式化为 $x+\dfrac{5}{2}\leqslant4x+7$，解得 $x\geqslant-\dfrac{3}{2}$，所以 $-\dfrac{3}{2}<x\leqslant-\dfrac{1}{2}$； ……（2分）

当 $x>-\dfrac{1}{2}$ 时，原不等式化为 $3x+\dfrac{7}{2}\leqslant4x+7$，解得 $x\geqslant-\dfrac{7}{2}$，所以 $x>-\dfrac{1}{2}$. ……（3分）

综上，原不等式的解集为 $\left[-\dfrac{3}{2},+\infty\right)$. ……（4分）

所以 $m=-1$. ……（5分）

（Ⅱ）由（Ⅰ）知 $a,b\in(1,+\infty)$，又因为 $a+b=4$，

所以 $W=\dfrac{a^3+b^3-a^2-b^2}{(a-1)(b-1)}$

$=\dfrac{(a+b)(a^2-ab+b^2)-[(a+b)^2-2ab]}{ab-(a+b)+1}$

$=\dfrac{(a+b)[(a+b)^2-3ab]-[(a+b)^2-2ab]}{ab-(a+b)+1}$ ……（7分）

$=\dfrac{4(16-3ab)-(16-2ab)}{ab-3}$

$=\dfrac{48-10ab}{ab-3}$

$=-10+\dfrac{18}{ab-3}$. ……（8分）

因为 $a>1$，$b>1$，所以 $(a-1)(b-1)=ab-3>0$，

又 $ab\leqslant\dfrac{(a+b)^2}{4}=4$，当且仅当 $a=b$ 时等号成立，

所以 $0<ab-3\leqslant1$. ……（9分）

所以 W 的最小值为 8. ……（10分）

关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于**中国拔尖人才培养**的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95%以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承 ” 专业、专注、有态度 ” 的创办理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网“年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。