2023届炎德英才长郡十八校联盟高三第二次联考(全国卷)

数学(理科)参考答案

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

题　号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答　案	C	B	D	A	B	C	B	C	A	A	D	D

1. C　**【解析】**$B=\{x|x>1\}$,则$A\cap B=\{2,3\}$,故$A\cap B$的子集个数为4,选C.

2. B　**【解析】**$z_1=-2+\mathrm{i}$,则$|z_1|=\sqrt{5}$,又$|z_1\cdot z_2|=\sqrt{5}$,所以$|z_2|=1$,选B.

3. D　**【解析】**由$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$,则$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$,故$-2+m=0$,$\therefore m=2$,选D.

4. A　**【解析】**由$l_1/\!/l_2$,则$\dfrac{a+4}{a-2}=\dfrac{a}{1}\neq\dfrac{1}{2}\Rightarrow a^2-3a-4=0\Rightarrow a=-1$或$a=4$,选A.

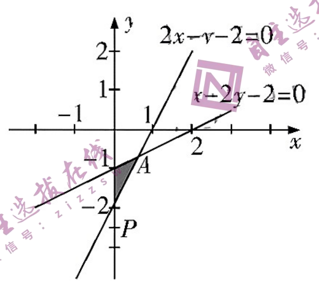
5. B　**【解析】**$\cos\left(2\alpha+\dfrac{5\pi}{6}\right)=-\sin\left(2\alpha+\dfrac{5\pi}{6}-\dfrac{\pi}{2}\right)=-\sin\left(2\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)=-\sin 2\left(\alpha+\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{3}{5}$,选B.

6. C　**【解析】**$\left.\begin{array}{l}a\perp\alpha\\ b\perp\beta\\ a/\!/b\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}a\perp\alpha\\ a\perp\beta\end{array}\right\}\Rightarrow\alpha/\!/\beta$,选C.

7. B　**【解析】**$[0,2]$上任取两个数x,y,$x+y<\dfrac{6}{5}$,由几何概型得$P=\dfrac{\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{6}{5}\right)^2}{4}=\dfrac{9}{50}$,选B.

8. C　**【解析】**由图象关于原点对称,得函数为奇函数,排除A、B,而$\dfrac{g(x)}{f(x)}$在$x=0$处无定义,排除D,故选C.

9. A　**【解析】**可行域如图所示:



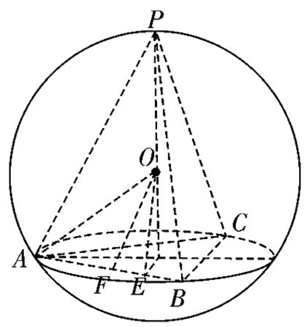
$A\left(\dfrac{2}{3},-\dfrac{2}{3}\right)$,$P\left(0,-\dfrac{8}{3}\right)$,$\therefore -a=\dfrac{-\frac{8}{3}+\frac{2}{3}}{-\frac{2}{3}}=3\Rightarrow a=-3$,选A.

10. A　**【解析】**当$OE\perp$截面时,截面面积最小,$OA=\dfrac{\sqrt{6}}{4}\times3=R$,

取AB中点F,则$EF=\dfrac{1}{2}$,$AF=\dfrac{3}{2}$,$OF^2=OA^2-\dfrac{9}{4}=\dfrac{9}{8}\Rightarrow OE^2=OF^2+EF^2=\dfrac{11}{8}$,

设截面所在的小圆半径为r,则$r^2=R^2-OE^2=\dfrac{27}{8}-\dfrac{11}{8}=2$,

$\therefore S=\pi r^2=2\pi$,选A.



11. D　**【解析】**设直线$x=\dfrac{a^2}{c}$上的两点$P\left(\dfrac{a^2}{c},y_1\right)$,$Q\left(\dfrac{a^2}{c},y_2\right)$,

因为$FP\perp FQ$,所以$\left(\dfrac{a^2}{c}-c\right)^2+y_1y_2=0$. ………………………………………… ①

又因为$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{OF}^2$,所以$\left(\dfrac{a^2}{c}\right)^2+y_1y_2=\dfrac{1}{2}c^2$, ………………………………………… ②

联立①②可得$\left(\frac{a^2}{c}\right)^2-\left(\frac{b^2}{c}\right)^2=\frac{1}{2}c^2$， ………………………………………………………………… ③

又因为$a^2+b^2=c^2$，代入③中得$e=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，选 D.

12. D 【解析】若函数$f(x)=x\cdot e^x$与$g(x)=\ln x+(a^2-2a-2)x+1(a\in\mathbf{R})$的图象存在公共点，

即相当于$x\cdot e^x=\ln x+(a^2-2a-2)x+1(a\in\mathbf{R})$有解，

变形得$a^2-2a-2=e^x-\frac{\ln x+1}{x}(a\in\mathbf{R})$.

令$h(x)=e^x-\frac{\ln x+1}{x}$，则$h'(x)=\frac{x^2\cdot e^x+\ln x}{x^2}$，

令$s(x)=x^2\cdot e^x+\ln x$，则$s(x)$在$(0,+\infty)$上为增函数，

而$s\left(\frac{1}{e}\right)=e^{\frac{1}{e}-2}-1<0$，$s(1)=e>0$，故$s(x)=0$有唯一解$x=x_0$，

且$x_0^2\cdot e^{x_0}+\ln x_0=0$，$\frac{1}{e}<x_0<1$，化简得$x_0\cdot e^{x_0}=\frac{1}{x_0}\cdot\ln\frac{1}{x_0}$，

即$e^{x_0}\cdot\ln e^{x_0}=\frac{1}{x_0}\cdot\ln\frac{1}{x_0}$，设$u(x)=x\ln x$，$x>1$，

则$u'(x)=1+\ln x>0$，故$u(x)=x\ln x$在$(1,+\infty)$为增函数，故$e^{x_0}=\frac{1}{x_0}$，所以$x_0=-\ln x_0$，

当$x<x_0$时，$h'(x)<0$；$x>x_0$时，$h'(x)>0$，所以$h(x)\geqslant h(x_0)=e^{x_0}-\frac{\ln x_0+1}{x_0}=\frac{-\ln x_0}{x_0}=1$，

$\therefore a^2-2a-2\geqslant 1$，解得$a\leqslant -1$或$a\geqslant 3$. 故选:D.

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 对$\forall x\in\mathbf{R}$，都有$x^2-5x+3\leqslant 0$ 【解析】对$\forall x\in\mathbf{R}$，都有$x^2-5x+3\leqslant 0$.

14. -12 【解析】$C_6^5(-2)=-12$.

15. $5-\frac{\sqrt{13}}{2}$ 【解析】$(a-1)x+y-4a+1=0$恒过定点$N(4,3)$，故P在以FN为直径的圆上，圆心为$A\left(3,\frac{3}{2}\right)$，半径$r=\frac{\sqrt{13}}{2}$，过圆心$A$作准线$x=-2$的垂线，与圆及准线分别交于点$P,M'$，则此时$M'P$即为$|MF|+|MP|$的最小值，为$5-\frac{\sqrt{13}}{2}$.

16. $\left(0,\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ 【解析】$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B\Rightarrow ac=c^2-2ac\cos B\Rightarrow a=c-2a\cos B$

$\Rightarrow\sin A=\sin C-2\sin A\cos B\Rightarrow\sin A=\sin A\cos B+\cos A\sin B-2\sin A\cos B$

$\Rightarrow\sin A=\sin(B-A)\Rightarrow A=B-A$或$A=\pi-(B-A)$(舍去)$\Rightarrow B=2A$.

$\frac{c-3}{b}=\frac{c-a}{b}=\frac{\sin C-\sin A}{\sin B}=\frac{\sin 3A-\sin A}{\sin 2A}=\frac{2\cos^2 A-1}{\cos A}=2\cos A-\frac{1}{\cos A}$，

又$\begin{cases}0<A<\frac{\pi}{2},\\0<B=2A<\frac{\pi}{2},\\0<C=\pi-3A<\frac{\pi}{2}\end{cases}\Rightarrow\frac{\pi}{6}<A<\frac{\pi}{4}\Rightarrow\frac{\sqrt{2}}{2}<\cos A<\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\because 2\cos A-\frac{1}{\cos A}$在$\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$上单调递增，$\therefore\frac{c-3}{b}\in\left(0,\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

三、解答题：本大题共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

17.【解析】(1)∵a_n 是 $5S_n-2$ 和 $5-S_{n-1}$ 的等差中项，

∴$2a_n=5S_n-2+5-S_{n-1}=5S_n-S_{n-1}+3$， ① …………………… 1 分

又当 $n\geqslant 3$ 时，有 $2a_{n-1}=5S_{n-1}-S_{n-2}+3$， ② …………………… 2 分

①－②得 $2a_n-2a_{n-1}=5a_n-a_{n-1}$， ③ …………………… 3 分

∴得 $-3a_n=a_{n-1}$，即 $a_n=-\frac{1}{3}a_{n-1}(n\geqslant 3)$. …………………… 4 分

因为 $2a_2=5S_2-S_1+3$，$a_1=-1$.

∴$a_2=\frac{1}{3}$，∴$\frac{a_2}{a_1}=-\frac{1}{3}$. …………………… 5 分

所以$\{a_n\}$是首项为-1，公比为$-\frac{1}{3}$的等比数列， …………………… 6 分

∴$a_n=(-1)\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$. …………………… 7 分

(2)由(1)可知：$S_n=-1+\frac{1}{3}+(-1)\left(-\frac{1}{3}\right)^2+\cdots+(-1)\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ …………………… 8 分

$=-1+\dfrac{\frac{1}{3}\left(1-\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}\right)}{1-\left(-\frac{1}{3}\right)}$ …………………… 10 分

$=-\frac{3}{4}-\left(\frac{1}{4}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$. …………………… 12 分

18.【解析】(1)取 AD 的中点 O，连 OC，PO，FD.

因为 $PA=PD$，所以 $PO\perp AD$. …………………… 1 分

又因为平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，且 $AD=$ 平面 $PAD\cap$ 平面 $ABCD$，

所以 $PO\perp$ 平面 $ABCD$.

又因为 $FD\subset$ 平面 $ABCD$，所以 $PO\perp FD$. …………………… 2 分

又因为在平面 $ABCD$ 中，有 $\tan\angle DCO=\tan\angle ADF$，

所以 $\angle DCO=\angle ODF$，所以 $FD\perp CO$. …………………… 4 分

因为 $PO\cap CO=O$，所以 $FD\perp$ 平面 PCO.

又因为 $PC\subset$ 平面 PCO，所以 $FD\perp PC$. …………………… 5 分

(2)取 BC 的中点 G，连接 OG，PG. 设正方形的边长为 $2a$，记直线 FE 与平面 PBC 夹角为 α.

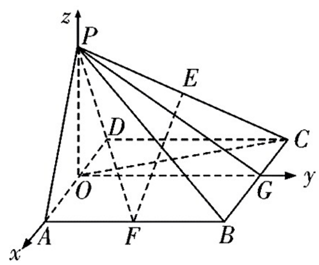
由题意知 $OG\perp BC$，$PB=PC$，所以 $BC\perp PG$. …………………… 6 分

所以 $\angle GPO$ 即为平面 PAD 与平面 PBC 所成锐二面角的平面角， …………………… 7 分

所以 $\angle GPO=\frac{\pi}{4}$，所以 $PO=OG=2a$.

在△PAO 中，$PA^2=PO^2+OA^2$，所以 $a=1$. …………………… 8 分

以 O 为坐标原点，OA，OG，OP 分别为 x，y，z 轴建立空间直角坐标系，



则 $P(0,0,2)$，$B(1,2,0)$，$C(-1,2,0)$，$F(1,1,0)$，$E\left(-\frac{1}{2},1,1\right)$，

$\overrightarrow{FE}=\left(-\frac{3}{2},0,1\right)$，$\overrightarrow{PB}=(1,2,-2)$，$\overrightarrow{BC}=(-2,0,0)$. …………………… 9 分

设平面 PBC 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，

则$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PB}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+2y-2z=0,\\ -2x=0,\end{cases}$

令 $y=1$，则 $x=0$，$z=1$，所以 $\boldsymbol{n}=(0,1,1)$. …………………… 11 分

所以 $\sin\alpha=\cos\langle\overrightarrow{FE},\boldsymbol{n}\rangle=\dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{13}{4}}\cdot\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{26}}{13}$. ………………………………………………… 12 分

19.【解析】(1)记 3 人中射进大门的人数为 Y,

则 $P(Y\geqslant 2)=P(Y=2)+P(Y=3)$. ………………………………………………… 1 分

又因为 $P(Y=2)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{5}\times\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{5}\times\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{5}\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{18}{40}$, ………………………… 2 分

$P(Y=3)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{5}\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{9}{40}$, ………………………………………………… 3 分

所以 $P(Y\geqslant 2)=\dfrac{27}{40}$. ………………………………………………… 4 分

(2)由题意知,X 的可能取值为 0,1,2,3,………………………………………………… 5 分

甲获得“吉利熊”的概率为 $P_1=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{3}$,

乙获得“吉利熊”的概率为 $P_2=\dfrac{3}{5}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{10}$,

丙获得“吉利熊”的概率为 $P_3=\dfrac{3}{4}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{4}$. ………………………………………………… 7 分

$P(X=0)=\left(1-\dfrac{1}{3}\right)\times\left(1-\dfrac{3}{10}\right)\times\left(1-\dfrac{1}{4}\right)=\dfrac{42}{120}$,

$P(X=1)=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{7}{10}\times\dfrac{3}{4}+\dfrac{2}{3}\times\dfrac{3}{10}\times\dfrac{3}{4}+\dfrac{2}{3}\times\dfrac{7}{10}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{53}{120}$,

$P(X=2)=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{3}{10}\times\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{3}\times\dfrac{7}{10}\times\dfrac{1}{4}+\dfrac{2}{3}\times\dfrac{3}{10}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{22}{120}$,

$P(X=3)=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{3}{10}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{3}{120}$, ………………………………………………… 10 分

所以 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\dfrac{42}{120}$	$\dfrac{53}{120}$	$\dfrac{22}{120}$	$\dfrac{3}{120}$

$E(X)=0\times\dfrac{42}{120}+1\times\dfrac{53}{120}+2\times\dfrac{22}{120}+3\times\dfrac{3}{120}=\dfrac{53}{60}$. ………………………………………… 12 分

20.【解析】(1)由题意知:$F(x)=xe^x-\left(\dfrac{1}{2}ax^2+ax+b\right)$,

对 x 求导得 $F'(x)=(x+1)e^x-(ax+a)=(x+1)(e^x-a)$. ………………………………………… 1 分

(ⅰ)当 $a\leqslant 0$ 时,$e^x-a>0$,∴当 $x<-1$ 时,$F'(x)<0$;当 $x>-1$ 时,$F'(x)>0$,

∴$F(x)$在$(-\infty,-1)$上单调递减,在$(-1,+\infty)$上单调递增;………………………………………… 2 分

(ⅱ)当 $a>0$ 时,令 $F'(x)=0$,则 $x=-1$ 或 $x=\ln a$.

①当 $\ln a<-1$,即 $0<a<\dfrac{1}{e}$ 时,有

当 $x\in(-\infty,\ln a)\cup(-1,+\infty)$时,$F'(x)>0$;当 $x\in(\ln a,-1)$时,$F'(x)<0$,

∴$F(x)$在$(-\infty,\ln a)$,$(-1,+\infty)$上单调递增,在$(\ln a,-1)$上单调递减;………………………… 4 分

②当 $\ln a=-1$,即 $a=\dfrac{1}{e}$ 时,对 $\forall x\in\mathbf{R}$,$F'(x)\geqslant 0$,

∴$F(x)$在 $\mathbf{R}$ 上单调递增;………………………………………………… 5 分

③当 $\ln a>-1$,即 $a>\dfrac{1}{e}$ 时,有

当 $x\in(-\infty,-1)\cup(\ln a,+\infty)$时,$F'(x)>0$;$x\in(-1,\ln a)$时,$F'(x)<0$,

∴$F(x)$在$(-\infty,-1)$,$(\ln a,+\infty)$上单调递增,在$(-1,\ln a)$上单调递减. ………………………… 7 分

(2)由$\frac{f(x)}{x}-g(x)+b\geqslant 0$，即可转化为$e^x\geqslant\frac{1}{2}ax^2+ax$在$x\geqslant-\sqrt{2}$上恒成立.

即可转化为$1\geqslant\frac{\frac{1}{2}ax^2+ax}{e^x}$在$x\geqslant-\sqrt{2}$上恒成立. …………………………………… 8分

记$G(x)=\frac{\frac{1}{2}ax^2+ax}{e^x}$，$x\geqslant-\sqrt{2}$，

$G'(x)=\frac{a-\frac{1}{2}ax^2}{e^x}=\frac{-\frac{1}{2}a(x^2-2)}{e^x}$.

$\because a>0$，$\therefore x\in(-\sqrt{2},\sqrt{2})$时，$G'(x)>0$；$x\in(\sqrt{2},+\infty)$时，$G'(x)<0$， …………………… 9分

$\therefore G(x)$在$(-\sqrt{2},\sqrt{2})$上单调递增，在$(\sqrt{2},+\infty)$上单调递减.

$\therefore G(x)\leqslant G(\sqrt{2})=\frac{(\sqrt{2}+1)a}{e^{\sqrt{2}}}$，

$\therefore\frac{(\sqrt{2}+1)a}{e^{\sqrt{2}}}\leqslant 1$，$\therefore a\leqslant\frac{e^{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}+1}$， …………………………………… 11分

$\therefore a$的取值范围是$\left\{a\,\middle|\,0<a\leqslant\frac{e^{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}+1}\right\}$. …………………………………… 12分

21.【解析】(1)由题意得$\begin{cases}2b=2\sqrt{3},\\ \frac{1}{a^2}+\frac{9}{4b^2}=1,\end{cases}$得$a=2,b=\sqrt{3}$， …………………………………… 3分

所以椭圆E的标准方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. …………………………………… 4分

(2)由题意，$F_2(1,0)$，显然l的斜率不为0， …………………………………… 5分

故设l的方程为$x=ty+1$，$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，$y_1y_2\neq 0$，

则$\begin{cases}\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1,\\ x=ty+1\end{cases}\Rightarrow(3t^2+4)y^2+6ty-9=0$， …………………………………… 6分

故$y_1+y_2=-\frac{6t}{3t^2+4}$，$y_1y_2=-\frac{9}{3t^2+4}$. …………………………………… 7分

联立过M,N两点的切线方程

$\begin{cases}\frac{x_1x}{4}+\frac{y_1y}{3}=1,\\ \frac{x_2x}{4}+\frac{y_2y}{3}=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{x_1y_2x}{4}+\frac{y_1y_2y}{3}=y_2,\\ \frac{x_2y_1x}{4}+\frac{y_1y_2y}{3}=y_1\end{cases}\Rightarrow x=\frac{4(y_2-y_1)}{x_1y_2-x_2y_1}=4$. …………………… 8分

代入得$x_1+\frac{y_1y}{3}=1\Rightarrow y=-3t$，故$P(4,-3t)$. …………………………………… 9分

设MN的中点为$Q(x_Q,y_Q)$，

则$y_Q=-\frac{3t}{3t^2+4}$，$x_Q=ty_Q+1=-\frac{3t^2}{3t^2+4}+1=\frac{4}{3t^2+4}$，故$Q\left(\frac{4}{3t^2+4},-\frac{3t}{3t^2+4}\right)$.

$k_{OQ}=-\frac{3t}{4}$，$k_{OP}=-\frac{3t}{4}$，故$k_{OQ}=k_{OP}$，所以O,Q,P三点共线. …………………………………… 10分

又过F_1作平行于l的直线分别交PM,PN于A,B，易得$\triangle PAB\backsim\triangle PMN$，取$AB$的中点$R$，根据三角形的性质有$R,O,Q,P$四点共线，

结合椭圆的对称性有$\frac{|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|}{|\overrightarrow{OP}|}=\frac{2|\overrightarrow{OR}|}{|\overrightarrow{OP}|}=\frac{2|\overrightarrow{OQ}|}{|\overrightarrow{OP}|}=\frac{2x_Q}{x_P}=\frac{2}{3t^2+4}\in\left(0,\frac{1}{2}\right]$，当且仅当$t=0$时取$\frac{1}{2}$.

故$\frac{|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|}{|\overrightarrow{OP}|}\in\left(0,\frac{1}{2}\right]$. …………………………………… 12分

22.【解析】(1)曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=\dfrac{4}{1+t^2}, \\ y=\dfrac{4t}{1+t^2} \end{cases}$ ($t\in\mathbf{R}$, t 为参数),所以由题意知 $\dfrac{y}{x}=t$, ① ………………… 2 分

把①代入曲线的参数方程中,有 $x=\dfrac{4}{1+\left(\dfrac{y}{x}\right)^2}$,化简得 $x^2+y^2=4x(x\neq 0)$,

所以 C_1 的普通方程为 $x^2+y^2=4x(x\neq 0)$. ………………………………………………………… 4 分

把 $\begin{cases} x=\rho\cos\theta, \\ y=\rho\sin\theta \end{cases}$ 代入 $\sqrt{3}x+y+2a=0(a>0)$ 中,得 $\sqrt{3}\rho\cos\theta+\rho\sin\theta+2a=0(a>0)$.

所以 C_2 的极坐标方程为 $\sqrt{3}\rho\cos\theta+\rho\sin\theta+2a=0(a>0)$. ……………………………………… 6 分

(2)若 C_1 与 C_2 有公共点,则 $d=\dfrac{|2\sqrt{3}+2a|}{2}\leqslant 2$,

解得 $-\sqrt{3}-2\leqslant a\leqslant 2-\sqrt{3}$.

因为 $a>0$,所以 a 的取值范围是 $(0,2-\sqrt{3}]$. ………………………………………………………… 10 分

23.【解析】(1)由题意知 $f(x)=\begin{cases} -4x, x<-\dfrac{1}{4}, \\ 1, -\dfrac{1}{4}\leqslant x\leqslant\dfrac{1}{4}, \\ 4x, x>\dfrac{1}{4}, \end{cases}$ ………………………………………………………… 2 分

当 $x<-\dfrac{1}{4}$ 时,$-4x>8$,解得:$x<-2$;

当 $-\dfrac{1}{4}\leqslant x\leqslant\dfrac{1}{4}$ 时,不等式无解;

当 $x>\dfrac{1}{4}$ 时,$4x>8$,解得:$x>2$. ………………………………………………………………… 4 分

综上所述,不等式 $f(x)>8$ 的解集为 $\{x|x<-2$ 或 $x>2\}$. ………………………………………………… 5 分

(2)由三角不等式可知:$f(x)\geqslant\left|2x+\dfrac{1}{2}-2x+\dfrac{1}{2}\right|=1$.

$\therefore 2a+4b=1$. ……………………………………………………………………………………… 7 分

$\therefore \dfrac{1}{2a+b}+\dfrac{1}{3b}=((2a+b)+3b)\left(\dfrac{1}{2a+b}+\dfrac{1}{3b}\right)=1+\dfrac{2a+b}{3b}+\dfrac{3b}{2a+b}+1\geqslant 4$, ………………………… 9 分

当且仅当 $a=b=\dfrac{1}{6}$ 时取等号. ………………………………………………………………………… 10 分