文科数学参考答案

1~12：CBBDA　BDCAA　DA

13. -2　　14. 2.8　　15. 144　　16. $\dfrac{4\sqrt{2}\pi}{3}$

17. 解：（1）由题中表格可得 2×2 列联表如下：

	阅读爱好者	非阅读爱好者	合计
男生	45	10	55
女生	30	15	45
合计	75	25	100

……………2 分

由题意得：

$K^2=\dfrac{100\times(45\times15-30\times10)^2}{25\times75\times55\times45}\approx3.03<3.841$；……………5 分

所以没有 95%的把握认为“阅读爱好者”与性别有关. ……………6 分

（2）根据检测得分不低于 80 分的人称为“阅读达人”，则这 100 名学生中的男生“阅读达人”中，按分层抽样的方式抽取，$[80,90)$ 内抽取 3 人：设为 a，b，c，$[90,100]$ 内抽取 2 人：设为 A，B，则

基本事件：abc，abA，abB，acA，acB，aAB，bcA，bcB，bAB，cAB，共 10 种；……………8 分

至少有 1 人得分在 $[90,100]$ 内的事件：abA，abB，acA，acB，aAB，bcA，bcB，bAB，cAB，共 9 种；10 分

所以这三人中至少有 1 人得分在 $[90,100]$ 内的概率为 $\dfrac{9}{10}$. ……………12 分

18. 解：（1）据已知及正弦定理得 $\dfrac{3(b-a)}{c}=\dfrac{3c-2a}{b+a}$，……………1 分

整理得 $b^2=a^2+c^2-\dfrac{2}{3}ac$ ……………3 分

又据余弦定理 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$

得 $\cos B=\dfrac{1}{3}$ ……………5 分

（2）因为 $AD=2DC$ 所以 $\vec{BD}=\dfrac{1}{3}\vec{BA}+\dfrac{2}{3}\vec{BC}$ ……………6 分

故 $\left(\overrightarrow{BD}\right)^2=\left(\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BC}\right)^2$，

所以 $\dfrac{4}{9}b^2=\dfrac{1}{9}c^2+2\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{2}{3}ca\times\dfrac{1}{3}+\dfrac{4}{9}a^2$，

整理得 $b^2=\dfrac{1}{4}c^2+\dfrac{1}{3}ca+a^2$ ……………9 分

故 $a^2+c^2-\dfrac{2}{3}ac=\dfrac{1}{4}c^2+\dfrac{1}{3}ca+a^2$，

解得 $\dfrac{a}{c}=\dfrac{3}{4}$ ……………12 分

19. （1）证明：连接 AO ……………1 分

$\because$ O 为 BC 中点，ΔABC 为等边三角形

$\therefore$ $AO\perp BC$ ……………2 分

$\because$ 点 P 在底面 ABC 上的投影为点 O

$\therefore PO \perp$ 面 ABC ……………………………………………………3 分

$\therefore PO \perp BC$ ……………………………………………………4 分

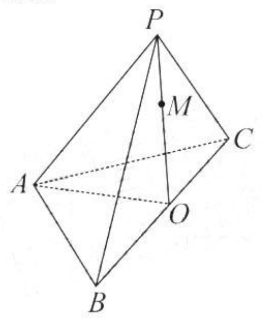
由 $BC \perp AO$，$BC \perp PO$，$AO \cap PO = O$，$AO \subset$ 面 APO，$PO \subset$ 面 APO

得 $BC \perp$ 面 APO ……………………………………………………5 分

$\because AM \subset$ 面 APO

$\therefore BC \perp AM$ ……………………………………………………6 分

（2）设点 M 到平面 PAB 的距离为 h，点 O 到面 PAB 的距离为 d



$\because \dfrac{PM}{MO} = \dfrac{1}{2}$，$\therefore h = \dfrac{1}{3}d$

$\because BO$ 为 PB 在底面 ABC 上的投影

$\therefore \angle PBO$ 为 PB 与面 ABC 所成角，

$\therefore \angle PBO = \dfrac{\pi}{3}$

$\therefore PB = 2$

$Rt\Delta AOP$ 中，$AP = \sqrt{AO^2 + PO^2} = \sqrt{6}$

$\because BA = BP = 2$

$\therefore B$ 到 PA 的距离为 $\sqrt{2^2 - \left(\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{10}}{2}$ ……………………………………9 分

$\therefore S_{\Delta PAB} = \dfrac{\sqrt{15}}{2}$

又 $S_{\Delta AOB} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ……………………………………………………10 分

由 $V_{P-AOB} = V_{O-PAB}$

$\therefore \dfrac{1}{3} S_{\Delta AOB} \cdot PO = \dfrac{1}{3} S_{\Delta PAB} \cdot d$

$\therefore d = \dfrac{S_{\Delta AOB} \cdot PO}{S_{\Delta PAB}} = \dfrac{\sqrt{15}}{5}$

$\therefore h = \dfrac{1}{3} d = \dfrac{\sqrt{15}}{15}$

$\therefore$ 点 M 到平面 PAB 的距离为 $\dfrac{\sqrt{15}}{15}$ ……………………………………12 分

20.（1）解：

由题知：$f(x) = \dfrac{x}{e^x}$

$f'(x) = \dfrac{1-x}{e^x}$

当 $x < 1$ 时，$f'(x) > 0, f(x)$ 单调递增；

当 $x > 1$ 时，$f'(x) < 0, f(x)$ 单调递减；

$\therefore f(x)_{\max} = f(1) = \dfrac{1}{e}$

……………………………………………………4 分

（2）设 $F(x)=f(x)+g(x)-1=\dfrac{x}{e^{ax}}+\ln x-ax-1$

$F'(x)=\dfrac{1-ax}{e^{ax}}+\dfrac{1}{x}-a=\dfrac{(1-ax)(x+e^{ax})}{xe^{ax}}$ ……………………………………………………6 分

当 $a\le 0$ 时，$F'(x)>0$

函数 $F(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，不合题意 ……………………………………………………7 分

当 $a>0$ 时，$F'(x)>0\Rightarrow 0<x<\dfrac{1}{a}, F'(x)<0\Rightarrow x>\dfrac{1}{a}$

所以函数 $F(x)$ 在 $(0,\dfrac{1}{a})$ 上单调递增，在 $(\dfrac{1}{a},+\infty)$ 上单调递减

所以 x 趋近 0 时，t 趋近 $-\infty$；x 趋近 $+\infty$ 时，t 趋近 $-\infty$

当 $x=\dfrac{1}{a}$ 时，$F_{\max}(x)=F(\dfrac{1}{a})=\dfrac{\frac{1}{a}}{e}+\ln\dfrac{1}{a}-2$

方程 $f(x)+g(x)=1$ 有两个不同的实根

所以 $\dfrac{\frac{1}{a}}{e}+\ln\dfrac{1}{a}-2>0$ ……………………………………………………9 分

设 $t(x)=\dfrac{x}{e}+\ln x-2$，易知函数 $t(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增

又 $\because t(e)=\dfrac{e}{e}+\ln e-2=0$

$\therefore \dfrac{1}{a}>e\Rightarrow 0<a<\dfrac{1}{e}$ ……………………………………………………11 分

综上所述，a 的取值范围是 $(0,\dfrac{1}{e})$ ……………………………………………………12 分

21.（1）解：依题意可得 $\begin{cases}\sqrt{1-\left(\dfrac{b}{a}\right)^2}=\dfrac{1}{2}\\ 2ab=4\sqrt{3}\end{cases}$

解得 $a=2, b=\sqrt{3}$

所以椭圆 E 的方程为 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ ……………………………4 分

（2）设直线 $l: y=kx+m, P(x_1,y_1), Q(x_2,y_2)$，……………………………………………5 分

由 $\begin{cases}y=kx+m,\\ 3x^2+4y^2=12\end{cases}\Rightarrow (4k^2+3)x^2+8kmx+4m^2-12=0$ 得，

$\begin{cases}x_1+x_2=\dfrac{-8km}{4k^2+3}\\ x_1\cdot x_2=\dfrac{4m^2-12}{4k^2+3}\end{cases}$，……………………………………………………6 分

$\Delta=64k^2m^2-4(4k^2+3)(4m^2-12)=192k^2-48m^2+144$，

又 $k_1=\dfrac{y_1}{x_1+2}=\dfrac{kx_1+m}{x_1+2}, k_2=\dfrac{kx_2+m}{x_2+2}$，

故$k_1+k_2=\dfrac{kx_1+m}{x_1+2}+\dfrac{kx_2+m}{x_2+2}=\dfrac{2kx_1x_2+2k\left(x_1+x_2\right)+m\left(x_1+x_2\right)+4m}{x_1x_2+2\left(x_1+x_2\right)+4}$

$=\dfrac{8km^2-24k-16k^2m-8km^2+16k^2m+12m}{4m^2-12-16km+16k^2+12}$

$=\dfrac{3m-6k}{m^2-4km+4k^2}$，……………………………………………………………………8 分

由$kk_1+kk_2+3=0$，得k（k_1+k_2）$+3=0$，得$m^2-3km+2k^2=0$，

故$(m-2k)(m-k)=0\Rightarrow m=2k$或$m=k$，…………………………………………………9 分

①当$m=2k$时，直线$l: y=kx+2k=k(x+2)$，过定点$A(-2,0)$，与已知不符，舍去；……………………………………………………………………………………………10 分

②当$m=k$时，直线$l: y=kx+k=k(x+1)$，过定点$(-1,0)$，即直线l过左焦点，

此时$\Delta=192k^2-48m^2+144=144k^2+144>0$，符合题意.

所以$\triangle FPQ$的周长为$4a=8$.………………………………………………………………12 分

22. 解：（1）由$\rho^2=\dfrac{6}{\cos 2\theta+2}$得$\rho^2\cos 2\theta+2\rho^2=6$.

$\therefore \rho^2(\cos^2\theta-\sin^2\theta)+2(x^2+y^2)=6$

$\therefore x^2-y^2+2x^2+2y^2=6$

$\therefore 3x^2+y^2=6$

所以曲线C的直角坐标方程为$\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{6}=1$.……………………………………5 分

（2）设直线l的参数方程为$\begin{cases}x=-1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}m\\ y=1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}m\end{cases}$（$m$为参数），

将l的参数方程代入曲线C的普通方程，整理得：$m^2-\sqrt{2}m-1=0$，

$\therefore m_1+m_2=\sqrt{2}, m_1m_2=-1$，………………………………………………………8 分

$\therefore |AB|=|m_1-m_2|=\sqrt{(m_1+m_2)^2-4m_1m_2}=\sqrt{2+4}=\sqrt{6}$.……………………………10 分

23. 解：（1）化简得：$f(x)=|x-a|+|x-2a+1|$.

当$a=3$时，$f(x)=|x-3|+|x-5|\ge|(x-3)-(x-5)|=2$，

当$3\le x\le 5$时等号成立，所以$f(x)$的最小值为 2；……………………………………………5 分

（2）由基本不等式：$m\sqrt{12-2m}=\sqrt{m\cdot m\cdot(12-2m)}\le\sqrt{(\dfrac{m+m+12-2m}{3})^3}=8$，

当且仅当$m=12-2m$，即$m=4$时，等号成立.

又因为$f(x)=|x-a|+|x-2a+1|\ge|(x-a)-(x-2a+1)|=|a-1|$，

当且仅当$(x-a)(x-2a+1)\le 0$时，等号成立.……………………………………………8 分

所以，$|a-1|>8$

$\therefore a-1>8$或$a-1<-8$

$\therefore a>9$或$a<-7$………………………………………………………………………10 分

注：第 17—23 题提供的解法供阅卷时评分参考，考生其它解法可相应给分。

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。