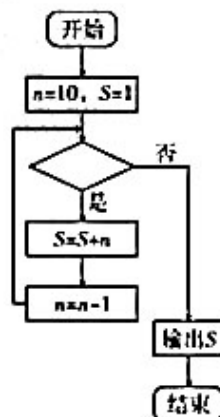


- A. 样本的众数约为 $67\frac{1}{2}$
 B. 样本的中位数约为 $66\frac{2}{3}$
 C. 样本的平均值约为 66
 D. 为确保学生体质健康, 学校将对体重超过 75kg 的学生进行健康监测, 该校男生中需要监测的学生频数约为 200 人
6. 若双曲线 $C: x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 的一条渐近线与圆 $M: x^2 + y^2 - 4x = 0$ 交于点 A, B 两点, 则 $|AB|$ 的值为

A. $\sqrt{3}$ B. 1 C. $2\sqrt{3}$ D. 2

7. 如图 2 所示的框图所给出的程序运行结果为 $S=28$, 则判断框中应填入的条件是

A. $n \leq 7?$
 B. $n < 7?$
 C. $n \geq 7?$
 D. $n > 7?$

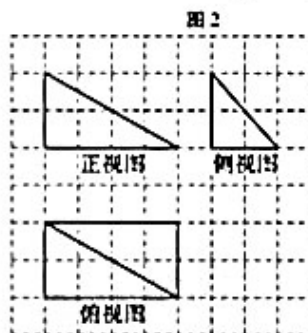


8. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $AB=3, BC=\sqrt{13}, AC=4$, 且 D 为 AC 的中点, 则 $|BD| =$

A. $\sqrt{7}$
 B. $\sqrt{19}$
 C. $\sqrt{13-6\sqrt{3}}$
 D. $\sqrt{13+6\sqrt{3}}$

9. 如图 3, 网格纸上小正方形的边长为 1, 粗实线画出的是某几何体的三视图, 则该几何体的外接球的表面积为

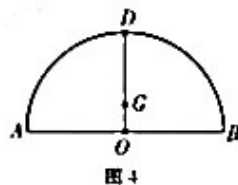
A. 6π
 B. 24π
 C. $8\sqrt{6}\pi$
 D. $64\sqrt{6}\pi$



10. 已知 $a = \log_2 2.5, b = \log_3 3.5, c = 2^{1/3}$, 则 a, b, c 的大小关系是

A. $c < b < a$ B. $c < a < b$
 C. $a < b < c$ D. $b < a < c$

11. 古希腊数学家帕普斯在《数学汇编》第 3 卷中记载着一个定理: “如果同一个平面内的一个封闭图形的内部与一条直线不相交, 那么该封闭图形围绕这条直线旋转一周所得到的旋转体的体积等于该封闭图形的面积乘以重心旋转所得周长”. 如图 4, 半圆 O 的直径 $AB=18\text{cm}$, 点 D 是该半圆弧的中点, 半圆弧与直径所围成的半圆面 (不含边界) 的重心 G 位于对称轴 OD 上, 则运用帕普斯的上述定理可以求出 $OG =$



A. $24\pi \text{ cm}$ B. $12\pi \text{ cm}$ C. $\frac{12}{\pi} \text{ cm}$ D. $\frac{24}{\pi} \text{ cm}$

12. 已知函数 $f(x) = \frac{4x}{x^2+1}$, 有如下四个结论: ① $f(x)$ 的图象关于原点对称; ② $f(x)$ 的图象关于 y 轴对称; ③ 若 “ $\forall x \in \mathbb{R}, m \geq f(x)$ ” 为真命题, 则 m 的最小值为 2; ④ 若 “ $\exists x_0 \in \mathbb{R}, m \leq f(x_0)$ ” 为真命题, 则 m 的最大值为 -2. 其中所有正确结论的编号是

A. ①③ B. ①④
 C. ②③ D. ②③④

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 已知向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $2\vec{a} + \vec{b}$ 与 \vec{b} 垂直, 且 $|\vec{b}| = \sqrt{2}$, 则 \vec{a} 在 \vec{b} 方向上的投影为 _____.
14. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 S_n 和 T_n , 且有 $a_3 + a_9 = 3, b_3 + b_7 = 6$, 则 $\frac{S_{11}}{T_{11}}$ 的值为 _____.
15. 已知点 N 为抛物线 $y^2 = -4x$ 上一动点, 点 M 为圆 $O': (x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ 上的动点, 记动点 N 到 y 轴距离为 m , 则 $m + |MN|$ 的最小值为 _____.
16. 如图 5, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, E, F 分别是棱 AA_1, CC_1 的中点, 过直线 EF 的平面分别与棱 BB_1, DD_1 交于 M, N , 设 $BM = x, x \in [0, 1]$, 给出以下四个结论: ①平面 $MENF \perp$ 平面 BDD_1B_1 ; ②当且仅当 $x = \frac{1}{2}$ 时, 四边形 $MENF$ 的面积最小; ③四边形 $MENF$ 的周长 $L = f(x), x \in [0, 1]$ 是单调函数; ④四棱锥 $C_1 - MENF$ 的体积 $V = h(x)$ 在 $[0, 1]$ 上先减后增. 其中正确命题的序号是 _____.

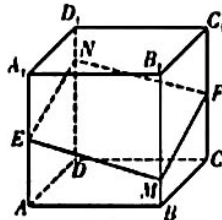


图 5

三、解答题 (共 70 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 12 分)

给出下列 3 个条件: ① $S_n = \frac{n(n+3)}{2}$; ② 对任意 $n > 1$ 满足 $S_n - 1 = S_{n-1} + a_{n-1}$ 且 $a_2 = 3$; ③ $\{a_n\}$ 是等差数列且

$a_2 = 3, 3a_1 + a_4 = 11$. 现从中任选一个, 补充在下列问题中, 将序号填在横线上, 并解答.

问题: 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = 2^{n-1}$, _____.

- (1) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;
(2) 求数列 $\{(a_n - 1) \cdot b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (本小题满分 12 分)

据贵州省气候中心报, 2021 年 6 月上旬, 我省降水量在 15.2~170.3mm 之间, 毕节市局地、遵义市北部、铜仁市局地和黔东南州东南部不足 50mm, 其余均在 50mm 以上, 局地超过 100mm. 若我省某地区 2021 年端午节前后 3 天, 每一天下雨的概率均为 50%. 通过模拟实验的方法来估计该地区这 3 天中恰好有 2 天下雨的概率. 利用计算机或计算器可以产生 0 到 9 之间取整数值的随机数 $x(x \in \mathbb{N}, 且 0 \leq x \leq 9)$ 表示是否下雨: 当 $x \in [0, k]$ ($k \in \mathbb{Z}$) 时表示该地区下雨, 当 $x \in [k+1, 9]$ 时, 表示该地区不下雨. 因为是 3 天, 所以每三个随机数作为一组, 从随机数表中随机取得 20 组数如下:

332 714 740 945 593 468 491 272 073 445
992 772 951 431 169 332 435 027 898 719

(1) 求出 k 的值, 使得该地区每一天下雨的概率均为 50%; 并根据上述 20 组随机数估计该地区这 3 天中恰好有 2 天下雨的概率;

(2) 2016 年到 2020 年该地区端午节当天降雨量 (单位: mm) 如表:

时间	2016 年	2017 年	2018 年	2019 年	2020 年
年份 t	1	2	3	4	5
降雨量 y	28	27	25	23	22

经研究表明: 从 2016 年到 2020 年, 该地区端午节有降雨的年份的降雨量 y 与年份 t 具有线性相关关系, 求回归直线方程 $\hat{y} = bt + \hat{a}$. 并预测该地区 2022 年端午节有降雨的话, 降雨量约为多少?

参考公式: $b = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i t_i - n\bar{t}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n t_i^2 - n\bar{t}^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - b\bar{t}$.

19. (本小题满分 12 分)

如图 6, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=BC=1$, $BB_1=2$, E 为棱 AA_1 的中点.

- (1) 证明: $BE \perp$ 平面 EB_1C_1 ;
(2) 求三棱锥 B_1-BEC_1 的体积.

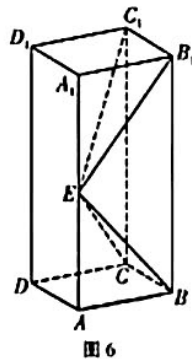


图 6

20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = a \ln x + \frac{1}{x}$, 曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与直线 $x+y=0$ 垂直.

- (1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间和极值;
(2) 求证: 当 $x \geq 1$ 时, $f(x) \leq \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}$.

21. (本小题满分 12 分)

已知 $F_1(\sqrt{3}, 0)$, $F_2(-\sqrt{3}, 0)$, $P(0, 1)$, 动点 M 满足 $|MF_1| + |MF_2| = |PF_1| + |PF_2|$.

- (1) 求动点 M 的轨迹方程;
(2) 设直线 l 不经过点 P 且与动点 M 的轨迹相交于 A, B 两点. 若直线 PA 与直线 PB 的斜率之和为 -1 , 证明: 直线 l 过定点.

考生在 22、23、24 三题中任选一题作答, 并用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑, 注意所做题目的题号必须与所涂题目的题号一致, 在答题卡作答区域指定位置答题. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = \sin t \end{cases}$ (t 为参数). 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho \sin \theta - 5 \rho \cos \theta - 1 = 0$.

- (1) 求 C_1 与 C_2 的公共点的直角坐标;
(2) M 与 N 是曲线 C_1 上的两点, 若 $OM \perp ON$, 求 $\frac{1}{|OM|^2} + \frac{1}{|ON|^2}$ 的值.

23. (本小题满分 10 分) 【选修 4-5: 不等式选讲】

已知函数 $f(x) = |x-3| + |x+m|$.

- (1) 若 $m=1$, 求不等式 $f(x) \geq 6$ 的解集;
(2) 若 $\exists x \in \mathbb{R}$, 使得 $f(x) < 2m$, 求 m 的取值范围.

24. (本小题满分 10 分) (还未学过选修 4-4、4-5 的同学可选做此题)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对边长为 a, b, c , $(c-2b)\cos A + a\cos C = 0$.

- (1) 求角 A 的大小;
(2) 若 $\sqrt{3}(c-b) = a$, 证明: $\triangle ABC$ 是直角三角形.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料:

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》