

哈尔滨师大附中
东北师大附中
辽宁省实验中学

2021 年高三第二次联合模拟考试

文科数学

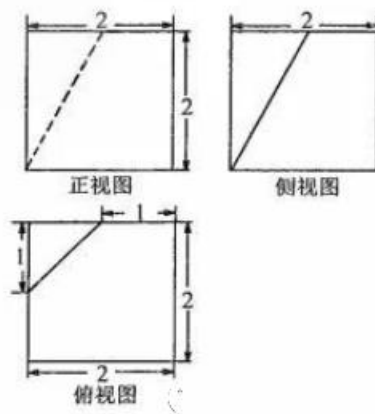
注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试时间 120 分钟. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡的相应位置上.
2. 回答第 I 卷时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号. 写在本试卷上无效.
3. 回答第 II 卷时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 定义集合运算: $A * B = \{z \mid z = xy, x \in A, y \in B\}$, 设 $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 则集合 $A * B$ 的所有元素之和为
A. 16 B. 18 C. 14 D. 8
2. 设复数 $z = \frac{5}{2-i}$ (其中 i 为虚数单位), 则 $z \cdot \bar{z} =$
A. 1 B. 3 C. 5 D. 6
3. 命题 $p: \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3^x > 0$, 则非 p 是
A. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3^x \geq 0$ B. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3^x \leq 0$
C. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3^x \geq 0$ D. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3^x \leq 0$
4. 已知 $a = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{5}}$, $b = \left(\frac{2}{5}\right)^{-\frac{1}{3}}$, $c = \log_3 \frac{2}{5}$, 则
A. $c < a < b$ B. $c < b < a$ C. $b < c < a$ D. $a < b < c$
5. 某几何体的三视图如右图所示, 则该几何体的体积为
A. $\frac{47}{6}$ B. $\frac{15}{2}$
C. $\frac{23}{3}$ D. 8



6. 等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 前 n 项的和为 S_n , 当首项 a_1 和 d 变化时, $a_2 + a_8 + a_{17}$ 是一个定值, 则下列各数中也为定值的是

- A. S_7 B. S_8 C. S_{13} D. S_{17}

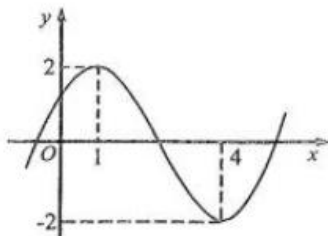
7. 一枚骰子连续掷两次分别得到的点数为 m, n , 则 $m > n$ 的概率为

- A. $\frac{5}{12}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{7}{12}$

8. 已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的图象如

图, 若 $x_1, x_2 \in (1, 4)$, 且 $f(x_1) + f(x_2) = 0$ ($x_1 \neq x_2$), 则 $f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) =$

- A. 1 B. 0
C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$



9. A, B 是椭圆 C 长轴的两个端点, M 是椭圆 C 上一点, $\tan \angle MAB = 1, \tan \angle MBA = \frac{1}{4}$, 则 C 的离心率为

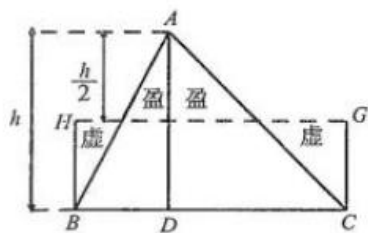
- A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

10. 已知三棱锥 $A-BCD$ 的各条棱都相等, M 为 BC 的中点. 则 AM 与 BD 所成的角的余弦值为

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

11. 割补法在我国古代数学著作中称为“出入相补”, 刘徽称之为“以盈补虚”, 即以多余补不足, 是数量的平均思想在几何上的体现, 如图揭示了刘徽推导三角形面积公式的方法, 在三角形 ABC 内任取一点, 则该点落在标记“盈”的区域的概率为

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$
C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{2}$



12. 已知函数 $f(x) = e^{x-3}, g(x) = \frac{1}{2} + \ln \frac{x}{2}$, 若 $f(m) = g(n)$ 成立, 则 $m - n$ 的最大值为

- A. $1 - \ln 2$ B. $\ln 2$ C. $2 \ln 2$ D. $\ln 2 - 1$

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填写在答题纸相应位置上.

13. $\sin 20^\circ \cos 10^\circ - \cos 160^\circ \sin 10^\circ =$ _____.

14. 已知向量 $\vec{a} = (x-1, 2), \vec{b} = (y, -4)$, 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $9^x + 3^y$ 的最小值为 _____.

15. 三棱锥 $A-BCD$ 中, $AB = CD = \sqrt{2}, AD = AC = BD = BC = \sqrt{5}$, 则三棱锥 $A-BCD$ 外接球的体积为 _____.

16. 在学习推理和证明的课堂上,老师给出两个曲线方程 $C_1: \sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$; $C_2: x^4 + y^4 = 1$,问同学们:你想到了什么?能得到哪些结论?下面是四位同学的回答:

甲:曲线 C_1 关于 $y = x$ 对称;

乙:曲线 C_2 关于原点对称;

丙:曲线 C_1 与坐标轴在第一象限围成的图形面积 $S_1 < \frac{1}{2}$;

丁:曲线 C_2 与坐标轴在第一象限围成的图形面积 $S_2 < \frac{\pi}{4}$;

四位同学回答正确的有_____ (选填“甲、乙、丙、丁”).

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(一)必考题:共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $a_1 = 1, S_3 = 9$

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = 2^{\frac{n+1}{2}}$, 求 $b_8 + b_9 + \dots + b_{100}$

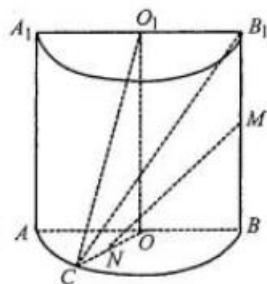
18. (本小题满分 12 分)

如图,半圆柱 O_1O 中,平面 ABB_1A_1 过上、下底面的圆心 O_1, O , 且

$AB = AA_1 = 2$, 点 C 为半圆弧 \widehat{AB} 的中点, N 是 CO 的中点.

(I) 在线段 BB_1 上是否存在点 M 使 $MN \parallel$ 平面 CO_1B_1 , 若存在, 给出证明; 若不存在, 说明理由.

(II) 求三棱锥 $C - O_1B_1N$ 的体积.



19. (本小题满分 12 分)

新冠疫情爆发以来,在党和政府的领导下,社区工作人员做了大量的工作,为总结工作中的经验和不足,设计了一份调查问卷,满分 100 分,随机发给 100 名男性居民和 100 名女性居民,分数统计如下:

100 位男性居民评分频数分布表

分组	频数
[50,60)	5
[60,70)	15
[70,80)	64
[80,90)	7
[90,100]	9
合计	100

100 位女性居民评分频数分布表

分组	频数
[50,60)	3
[60,70)	12
[70,80)	72
[80,90)	8
[90,100]	5
合计	100

(I) 根据 100 位男性居民评分的频率分布表估计男性居民评分的均值 \bar{x} ;

(II) 若规定评分小于 70 分为不满意、评分大于等于 70 分为满意,请完成下列 2×2 列联表,并判断能否有 99% 的把握认为居民是否满意与性别有关.

	满意	不满意	合计
男性			
女性			
合计			

参考公式 $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, $n = a+b+c+d$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.204	6.635	7.879	10.828

20. (本小题满分 12 分)

椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 过点 $(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$

- (I) 求椭圆 C 的方程;
 (II) 过 $H(1, 0)$ 的直线交椭圆于 A, B 两点, A 关于 x 轴对称点为 E , 求证: 直线 BE 过定点.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \ln x - ax + 1 (a \in R)$.

- (I) 若 $f(x) \leq 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;
 (II) 求证: $(x+1) \frac{f(x) + ax - 1}{x} < e^x$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分, 作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的题号涂黑. 本题满分 10 分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程]

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 3t \\ y = -\sqrt{3}t \end{cases}$ (t 为参数), 曲线 C_1 的参数方程为

$\begin{cases} x = 2 + 2\cos\theta \\ y = 2\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数), 以该直角坐标系的原点 O 为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 2\sqrt{3}\cos\theta - 2\sin\theta$.

- (I) 分别求曲线 C_1 的极坐标方程和曲线 C_2 的直角坐标方程;
 (II) 设直线 l 交曲线 C_1 于 O, A 两点, 交曲线 C_2 于 O, B 两点, 求 $|AB|$ 的长.

23. [选修 4-5: 不等式选讲]

已知函数 $f(x) = |x+2| - |x-1|$.

- (I) 解不等式 $f(x) \leq x$;
 (II) 设 $f(x)$ 的最大值为 t , 如果正实数 m, n 满足 $m + 2n = t$, 求 $\frac{2}{m} + \frac{1}{n}$ 的最小值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》