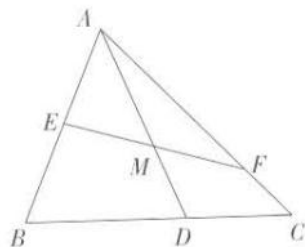


5. 已知 $a_n = 2n - 1$, $b_n = \begin{cases} 2a_n, & n \text{ 为偶数} \\ -a_n, & n \text{ 为奇数} \end{cases}$, 若数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 $S_{2n} =$

- A. $3n^2 + n$ B. $4n^2 - 3n + 4$
C. $3n^2 + 2n$ D. $2n^2 + 3n$

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, E 是 AB 的中点, $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{FC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AF}$, EF 与 AD 交于点 M , 则 $\overrightarrow{AM} =$

- A. $\frac{3}{14}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{7}\overrightarrow{AC}$
B. $\frac{3}{14}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{14}\overrightarrow{AC}$
C. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{8}{9}\overrightarrow{AC}$
D. $\frac{3}{7}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{7}\overrightarrow{AC}$



7. 已知函数 $f(x)$ 是 $(0, +\infty)$ 上的单调函数, 且 $f(f(x) - x - \log_2 x) = 5$, 则 $f(x)$ 在 $[1, 8]$ 上的值域为

A. $[2, 10]$ B. $[3, 10]$ C. $[2, 13]$ D. $[3, 13]$

8. 已知 $f(x) = \sin x \cos x + \sqrt{3} \cos^2 x$, 若对任意实数 x 都有 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi) + \frac{\sqrt{3}}{2}$, 其中 $A, \omega \in \mathbf{R}, \varphi \in [0, 3\pi)$, 则 φ 的所有可能的取值有

A. 2 个 B. 4 个 C. 6 个 D. 8 个

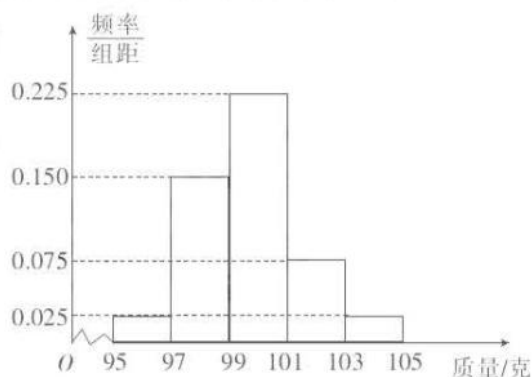
二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 每小题有多个选项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 甲、乙两个盒子中各装有 4 个相同的小球, 甲盒子中小球的编号依次为 1, 2, 3, 4, 乙盒子中小球的编号依次为 5, 6, 7, 8, 同时从两个盒子中各取出 1 个小球, 记下小球上的数字. 记事件 A 为“取出的数字之和为偶数”, 事件 B 为“取出的数字之和等于 9”, 事件 C 为“取出的数字之和大于 9”, 则下列结论正确的是

- A. A 与 B 是互斥事件 B. B 与 C 是对立事件
C. A 与 C 不是相互独立事件 D. A 与 B 是相互独立事件

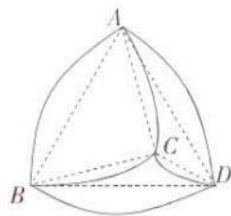
10. 为了向社会输送优秀毕业生, 中等职业学校越来越重视学生的实际操作(简称实操)能力的培养. 中职生小王在对口工厂完成实操产品 100 件, 质检人员测量其质量(单位: 克), 将所得数据分成 5 组: $[95, 97), [97, 99), [99, 101), [101, 103), [103, 105)$

[103, 105]. 根据所得数据制成如图所示的频率分布直方图, 其中质量在[99, 101)内的为优等品. 对于这 100 件产品, 下列说法正确的是



- A. 质量的平均数为 99.7 克(同一区间的平均数用区间中点值代替)
- B. 优等品有 45 件
- C. 质量的众数在区间[98, 100)内
- D. 质量的中位数在区间[99, 101)内

11. 勒洛四面体是一个非常神奇的“四面体”, 它能在两个平行平面间自由转动, 并且始终保持与两平面都接触, 因此它能像球一样来回滚动. 勒洛四面体是以正四面体的四个顶点为球心, 以正四面体的棱长为半径的四个球的公共部分, 如图所示. 若某勒洛四面体内的四面体 $A-BCD$ 的高为 $2\sqrt{2}$, 则



- A. $AB=3\sqrt{2}$
- B. $\triangle BCD$ 外接圆的半径为 2
- C. 四面体 $A-BCD$ 的体积为 $2\sqrt{6}$
- D. 该勒洛四面体的表面积为 24π

12. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, C 的上顶点为 A , 两个焦点为 F_1, F_2 , 离心率为 $\frac{1}{2}$. 过 F_1 且垂直于 AF_2 的直线与 C 交于 D, E 两点, 若 $\triangle ADE$ 的周长是 26, 则

- A. $a = \frac{13}{2}$
- B. $b = 3\sqrt{3}$
- C. 直线 DE 的斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- D. $|DE| = 12$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知偶函数 $y=f(x+1)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递减, 则函数 $y=f(x-1)$ 的单调增区间是_____.

14. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0, a \text{ 为正整数})$ 的离心率 $e = \frac{\sqrt{7}}{2}$, 焦距不大于 $4\sqrt{5}$, 试写出双曲线的一个方程:_____.

15. 临近春节, 某校书法爱好小组书写了若干副春联, 准备赠送给四户孤寡老人. 春联分为长联和短联两种, 无论是长联或短联, 内容均不相同. 经过调查, 四户老人各户

需要 1 副长联,其中乙户老人需要 1 副短联,其余三户各要 2 副短联. 书法爱好小组按要求选出 11 副春联,则不同的赠送方法种数为_____.

16. 素描是使用单一色彩表现明暗变化的一种绘画方法,素描水平反映了绘画者的空间造型能力.“十字贯穿体”是学习素描时常用的几何体实物模型,图 1 是某同学绘制的“十字贯穿体”的素描作品.“十字贯穿体”是由两个完全相同的正四棱柱“垂直贯穿”构成的多面体,其中一个四棱柱的每一条侧棱分别垂直于另一个四棱柱的每一条侧棱,两个四棱柱分别有两条相对的侧棱交于两点,另外两条相对的侧棱交于一点(该点为所在棱的中点).若该同学绘制的“十字贯穿体”由两个底面边长为 4,高为 $6\sqrt{2}$ 的正四棱柱构成(图 2),则一只蚂蚁从该“十字贯穿体”的点 C 出发,沿表面到达点 D 的最短路线长为_____.



图 1

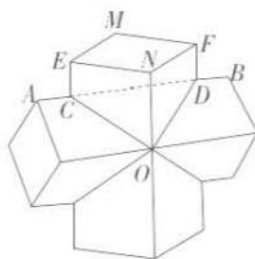


图 2

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 已知 $\frac{2c-b}{\sqrt{3}\sin C - \cos C} = a$.

(1) 求角 A ;

(2) 若 $b=1$, 且 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3}{4}\tan A$, 求 a .

18. (12分)

为指导高一新生积极参加体育锻炼,某高中在新生中随机抽取了400名学生,利用一周时间对他们的各项运动指标(高中年龄段指标)进行考查,得到综合指标评分.综合指标评分结果分为两类:60分及以上为运动达标,60分以下为运动不达标.统计结果如下:

	运动达标占比	运动不达标占比
男生	40%	15%
女生	25%	20%

(1)完成列联表,并判断能否在犯错误的概率不超过0.001的前提下认为“运动不达标与性别有关”;

	运动达标	运动不达标	总计
男生			
女生			
总计			

(2)现从运动不达标的学生中按性别用分层抽样的方法抽取7人,再从这7人中任选4人进行运动示范指导,设抽取的4人中女生的人数为 ξ ,当 $\xi=\xi_0$ 时, $P(\xi=\xi_0)$ 取得最大值,求 ξ_0 的值.

参考公式: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(b+d)(c+d)(a+c)}$, $n=a+b+c+d$.

参考数据:

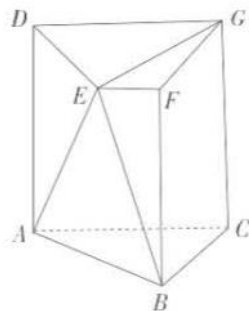
α	0.10	0.05	0.010	0.001
x_α	2.706	3.841	6.635	10.828

19. (12分)

如图,在多面体 $ABC-DEFG$ 中,平面 $ABC \parallel$ 平面 $DEFG$,底面 ABC 是等腰直角三角形, $AB=BC=\sqrt{2}$,侧面 $ACGD$ 是正方形, $DA \perp$ 平面 ABC ,且 $FB \parallel GC, GE \perp DE$.

(1)证明: $AE \perp GE$.

(2)若 O 是 DG 的中点, $OE \parallel$ 平面 $BCGF$,求直线 OE 与平面 BDG 所成角的正弦值.



20. (12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数且均不相等,记 S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,从下面①②③中选取两个作为条件,证明另外一个成立.

①数列 $\{a_n + 1\}$ 是等比数列;② $a_2 = 2a_1 + 1$;③ $\{S_n + n + a_1 + 1\}$ 是等比数列.

注:若选择不同的组合分别解答,则按第一个解答计分.

21. (12分)

已知抛物线 $T: y^2 = 2px (p > 0)$, 点 F 为其焦点, 直线 $l: x = 4$ 与抛物线交于 M, N 两点, O 为坐标原点, $S_{\triangle OMN} = 8\sqrt{6}$.

(1) 求抛物线 T 的方程;

(2) 过 x 轴上一动点 $E(a, 0) (a > 0)$ 作互相垂直的两条直线, 与抛物线 T 分别相交于点 A, B 和 C, D , 点 H, K 分别为 AB, CD 的中点, 求 $|HK|$ 的最小值.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = a \ln x - \frac{2(x-1)}{x+1} (a > 0)$.

(1) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上为增函数, 求 a 的取值范围;

(2) 设 $n \in \mathbf{N}^*$, 证明: $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{\sqrt{2}+\sqrt{1}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \dots + \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} < \frac{1}{4} \ln(n+1)$.

关于我们



自主选拔在线
微信号: zizzsw

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 (网址: www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长, 在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注**自主选拔在线**官方微信号: **zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线