绝密★启用前

河北衡水中学2020届全国高三第三次联合考试(Ⅰ)

文科数学

本试卷4页。总分150分。考试时间120分钟。

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上相应的位置。
2. 全部答案在答题卡上完成,答在本试卷上无效。
3. 回答选择题时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案用0.5 mm黑色笔迹签字笔写在答题卡上。
4. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

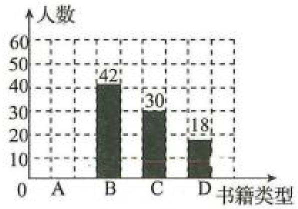
1. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{Z}\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$,$B=\{x\mid y=\ln(x-1)\}$,则 $A\cap B=$

A. $\{-1,0,1,2\}$　　B. $\{0,1,2\}$　　C. $\{1,2\}$　　D. $\{2\}$

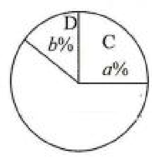
2. 已知 $\dfrac{-m+3\mathrm{i}}{2-\mathrm{i}}=n+2\mathrm{i}(m,n\in\mathbf{R})$,则复数 $z=m+n\mathrm{i}$ 在复平面内对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 书籍是人类的智慧结晶和进步阶梯,阅读是一个国家的文化根基和创造源泉.2014年以来,"全民阅读"连续6年被写入政府工作报告.某高中为了解学生假期自主阅读书籍类型,在全校范围内随机抽取了部分学生进行调查.学生选择的书籍大致分为以下四类:A历史类、B文学类、C科学类、D哲学类.根据调查的结果,将数据整理成如下的两幅不完整的统计图,其中 $a-b=10$.



书籍类型条形统计图



书籍类型扇形统计图

根据上述信息,可知本次随机抽查的学生中选择A历史类的人数为

A. 45　　B. 30

C. 25　　D. 22

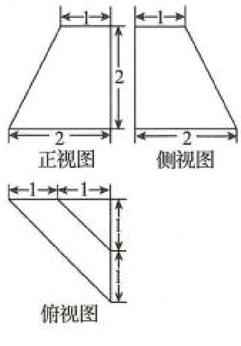
4. 某几何体的三视图如图所示,则该几何体的表面积为

A. $18+6\sqrt{2}$

B. $24\sqrt{2}$

C. 13

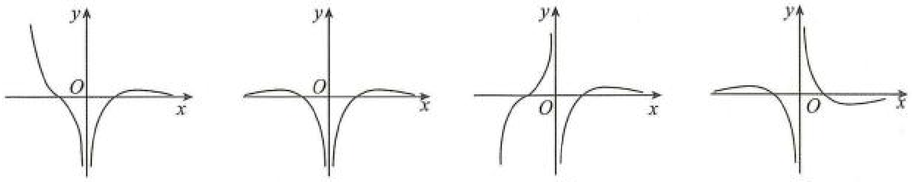
D. 18



5. “孪生素数猜想”是数学史上著名的未解难题，早在 1900 年国际数学家大会上，由德国数学家希尔伯特提出.所谓“孪生素数”是指相差为 2 的“素数对”，例如 3 和 5.从不超过 20 的素数中，找到这样的“孪生素数”，将每对素数作和.从得到的结果中选择恰当的数，构成一个等差数列，则该等差数列的所有项之和为

A. 72　　B. 68　　C. 56　　D. 44

6. 函数 $f(x)=\dfrac{\ln|x|}{e^x}$ 的部分图象大致为



A　　B　　C　　D

7. 某校甲、乙、丙、丁四位同学参加了第 34 届全国青少年科技创新大赛，老师告知只有一位同学获奖，四人据此做出猜测：甲说：“丙获奖”；乙说：“我没获奖”；丙说：“我没获奖”；丁说：“我获奖了”.若四人中只有一人判断正确，则判断正确的是

A. 甲　　B. 乙　　C. 丙　　D. 丁

8. 已知△ABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且满足 $a=6,c=2\sqrt{6}$，$\tan A+\tan B=\dfrac{2\sin C}{\cos A}$，则 $S_{\triangle ABC}=$

A. $3\sqrt{2}$　　B. $9\sqrt{2}$　　C. $9\sqrt{3}$　　D. $3\sqrt{3}$

9. 在矩形 $ABCD$ 中，$AB=1,AD=\sqrt{3}$，点 M 在对角线 AC 上，点 N 在边 CD 上，且 $\overrightarrow{AM}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{DN}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{DC}$，则 $\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{AC}=$

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. 4　　C. $\dfrac{7}{3}$　　D. $\dfrac{3}{16}$

10. 已知 $x_1=\dfrac{\pi}{24}$，$x_2=\dfrac{\pi}{6}$ 分别是函数 $f(x)=2\cos(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 相邻的极大值点与零点.若将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 θ 个单位长度后，得到函数 $g(x)$ 的图象关于原点对称，则 θ 的值可以为

A. $\dfrac{\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{4}$　　C. $\dfrac{\pi}{3}$　　D. $\dfrac{\pi}{2}$

11. 已知双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，双曲线的左支上有 A,B 两点使得 $\overrightarrow{AF_1}=2\overrightarrow{F_1B}$.若△$AF_1F_2$ 的周长与△BF_1F_2 的周长之比是 $\dfrac{5}{4}$，则双曲线的离心率是

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{5}$　　C. 2　　D. $\dfrac{13}{9}$

12. 已知函数 $h(x)=\dfrac{3x}{e^x}-ax-a$ 有两个零点 m,n，且在区间 (m,n) 上有且仅有一个正整数，则实数 a 的取值范围是

A. $[1,2]$　　B. $[2,+\infty)$　　C. $\left[\dfrac{2}{e^2},\dfrac{3}{2e}\right)$　　D. $\left(-1,\dfrac{3}{2e}\right]$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 记 S_n 为递增等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $S_1=1,S_4=5S_2$，则 $a_n=$________.

14. 若 $\tan\alpha=\sqrt{2}$，向量 $\boldsymbol{a}=(1,-1)$，$\boldsymbol{b}=(\cos^2\alpha,\sin^2\alpha)$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$________.

15. 已知 $AC=2$，动点 B 在以 AC 为直径的圆上(不与 A，C 重合)，$\triangle PAC$ 为等边三角形，当三棱锥 $P\text{-}ABC$ 的体积最大时，它的外接球的表面积是________.

16. 已知抛物线 $C:x^2=8y$ 的焦点为 F，过点 $P(0,-2)$的直线 l 与抛物线相交于 M，N 两点，且$|MF|+|NF|=32$.若 Q 是直线 l 上的一个动点，$B(0,3)$，则$|QF|+|QB|$的最小值为________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一)必考题：共 60 分。

17. (12 分)

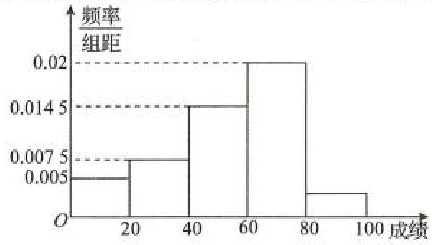
记 S_n 是正项数列$\{a_n\}$的前 n 项和，a_n+1 是 4 和 S_n 的等比中项.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)记 $b_n=\dfrac{1}{(a_n+1)\cdot(a_{n+1}+1)}$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 T_n.

18. (12 分)

第十四届全国学生运动会将于 2020 年 8 月在山东青岛举行.九所高中、五所高校、四个社会场馆将同时开赛，上演 12 个项目的精彩赛项.某所高中将在此次运动会中承办“大学生女子篮球比赛”.为了更好的服务赛事、宣传赛事，该校学生会宣传部举办了“篮球术语知多少”知识竞赛，满分 100 分.从收回的试卷中，随机抽取 100 份，将成绩分成五组，依次为[0,20)，[20,40)，[40,60)，[60,80)，[80,100]，根据成绩得到如下的频率分布直方图.



(1)已知第 5 组中，男生和女生人数的比例是 2∶1.从第 5 组的学生中随机抽取 2 人，作为赛事咨询处的志愿者，求选出的 2 人中恰好是 1 男 1 女的概率；

(2)根据收回的试卷，经分析之后认为：成绩低于 40 分的学生，不了解篮球运动；成绩不低于 40 分的学生，了解篮球运动.由学生的竞赛成绩，得到如下列联表，判断能否有 90% 的把握认为是否了解篮球运动与性别有关.

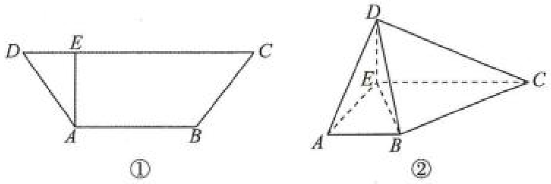
	了解	不了解	总计
男生	30	15	45
女生	45	10	55
总计	75	25	100

参考数据与公式：

$P(K^2\geqslant k)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k	2.706	3.841	6.635	10.828

$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

19. (12 分)
如图①，在等腰梯形 $ABCD$ 中，$AB=3$，$AD=2$，$CD=5$. $AE\perp CD$，交 CD 于点 E. 将 $\triangle ADE$ 沿线段 AE 折起，使得点 D 在平面 $ABCE$ 内的投影恰好是点 E，如图②.
(1)若点 M 为棱 AD 上任意一点，证明：平面 $MBC\perp$ 平面 DEB.
(2)在棱 BD 上是否存在一点 N，使得三棱锥 E-ANC 的体积为 $\frac{4\sqrt{3}}{9}$？若存在，确定 N 点的位置；若不存在，请说明理由.



20. (12 分)
已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，离心率为 $\frac{1}{2}$，点 A 在椭圆 E 上且位于第一象限，直线 AF_1 与 y 轴的交点为 C，$\triangle ACF_2$ 的周长为 4.
(1)求椭圆 E 的标准方程；
(2)设直线 AF_2 与椭圆的另一个交点为 B，若 $3S_{\triangle ACF_2}=5S_{\triangle BCF_2}$，求直线 AF_2 的方程.

21. (12 分)
已知函数 $f(x)=x\ln x-x-\frac{1}{2}$，$g(x)=2x^2-4x+4a\ln x$.
(1)求函数 $f(x)$ 的极值；
(2)若 x_1,x_2 为函数 $g(x)$ 两个不同的极值点，证明：$(x_1+x_2)[g(x_1)+g(x_2)]>4f\left(\frac{1}{4}\right)$.

(二)选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22. [选修 4—4：坐标系与参数方程](10 分)
在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=3+4\cos\alpha,\\ y=-1+4\sin\alpha\end{cases}$ (α 为参数). 以坐标原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho(\rho-4\cos\theta)=6$.
(1)求曲线 C_1 和 C_2 的直角坐标方程；
(2)若过 $P(-1,0)$ 且倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$ 的直线 l 与曲线 C_2 交于 M,N 两点，求 $|PM|\cdot|PN|$ 的值.

23. [选修 4—5：不等式选讲](10 分)
设函数 $f(x)=2-|x-1|$.
(1)求不等式 $f(x)\geq|x-3|-2$ 的解集；
(2)若 $f(a-1)<f(2a)$，求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主招生在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（http://www.zizzs.com/）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主招生在线**官方微信号：**zizzsw**。