

★ 考试结束前

浙江省十校联盟 2023 届高三第三次联考

数学试题卷

命题：杭州高级中学 石奇福、王希洋 命题：安吉高级中学 韩志刚 湖州一中 刘薇 校核：徐和仁

考生须知：

1. 本卷满分 150 分，考试时间 120 分钟；
2. 答题前务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔分别填写在试题卷和答题纸规定的地方
3. 答题时，请按照答题纸上“注意事项”的要求，在答题纸相应的位置上规范答题，在本试卷纸上答题一律无效。
4. 考试结束后，只需上交答题卷

参考公式：

如果事件 A, B 互斥，那么

$$P(A+B) = P(A) + P(B).$$

如果事件 A, B 相互独立，那么

$$P(AB) = P(A)P(B)$$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率为 p ，那么 n

次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率为

$$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \quad (k=0,1,2,\dots,n)$$

台体的体积公式

$$V = \frac{1}{3}(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)h$$

其中 S, S_1 分别表示台体的上、下底面积，

h 表示台体的高

柱体的体积公式

$$V = Sh$$

其中 S 表示柱体的底面积， h 表示柱体的高

锥体的体积公式

$$V = \frac{1}{3}Sh$$

其中 S 表示锥体的底面积， h 表示锥体的高

球的表面积公式

$$S = 4\pi R^2$$

球的体积公式

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

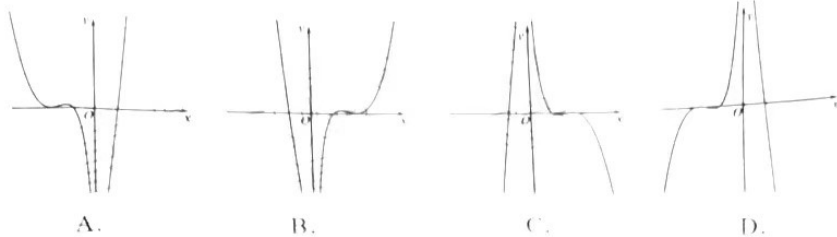
其中 R 表示球的半径

第 I 卷

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{-2, -1, 1, 2\}$ ， $B = \{x \mid 3^x < 1\}$ ，则 $A \cap B =$
 A. $\{-2, -1\}$ B. $\{1, 2\}$
 C. $\{-2, -1, 1\}$ D. $\{-2, -1, 2\}$
2. 已知复数 $z_1 = 1 - 2i$ ， $z_2 = 1 + i$ ，则复数 $z_1 z_2$ 的模 $|z_1 z_2|$ 等于
 A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{10}$
 C. $2\sqrt{5}$ D. $5\sqrt{2}$

3. 函数 $y = (x-2)^2 \ln|x|$ 的图象是



4. 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=3, \vec{a}-\vec{b}=(3,1)$, 则 $|3\vec{a}-\vec{b}|=$

- A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{15}$ C. $3\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{5}$

5. 记 T_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项积, 已知 $\frac{1}{T_n} + \frac{1}{a_n} = 1$, 则 $T_{10} =$

- A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

6. 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega > 0$) 在 $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ 上单调递增, 且 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = f(\pi)$, 则 $\omega =$

- A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

7. 甲、乙、丙 3 人去食堂用餐, 每个人从 A, B, C, D, E 这 5 种菜中任意选用 2 种, 则 A 菜有 2 人选用、 B 菜有 1 人选用的情形共有

- A. 54 B. 81 C. 135 D. 162

8. 若函数 $y = f(x)$ 满足 $f(2-x) + f(x) = 2, f(4-x) + f(x) = 4$, 设 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 当 $x \in [0, 1]$

时, $f(x) = x^2$, 则 $\sum_{k=1}^{10} \left[f(k) + f'\left(k + \frac{1}{2}\right) \right] =$

- A. 65 B. 70 C. 75 D. 80

二、多选题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知定义域为 I 的偶函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 且 $\exists x_0 \in I$, 使 $f(x_0) < 0$, 则下列函数中符合上述条件的是

- A. $f(x) = x^4 - 3$ B. $f(x) = 2^x - 2^{-x}$ C. $f(x) = \log_2|x|$ D. $f(x) = \cos x - 1$

10. 已知随机变量 X 服从二项分布 $B(1001, \frac{1}{2})$, 则

- A. $P(X=k) = C_{1001}^k \left(\frac{1}{2}\right)^{1001}$ B. $P(X \leq 301) = P(X \geq 701)$
C. $P(X > E(X)) > \frac{1}{2}$ D. $P(X=k)$ 最大时 $k=500$ 或 501

11. 已知椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 P 在椭圆上且在 x 轴上方, 若 PF_1 的中点 M 在以原点 O 为圆心, OF_1 为半径的圆上, 则

- A. 点 P 在第一象限 B. $\triangle PF_1F_2$ 的面积为 $8\sqrt{2}$
C. PF_1 的斜率为 $2\sqrt{2}$ D. 直线 PF_1 和圆 $x^2 + y^2 = 8$ 相切

12. 数列 $\{x_n\}$ 定义如下: $x_1=1$, $x_2=2$, 若对于任意 $n \geq 1$, 数列的前 2^n 项已定义, 则对于 $2^n+1 \leq k \leq 2^{n+1}$, 定义 $x_k=2x_{k-2^n}$, S_n 为其前 n 项和, 则下列结论正确的是
- A. 数列 $\{x_n\}$ 的第 2^n 项为 $x_{2^n}=2^n$ B. 数列 $\{x_n\}$ 的第 2023 项为 $x_{2023}=128$
- C. 数列 $\{x_n\}$ 的前 2^n 项和为 $S_{2^n}=3^n$ D. $S_{2^m+2^k+2^l}=S_{2^m}+2S_{2^k}+2^2S_{2^l}$

第 II 卷

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 20 分.

13. $(1+x)(\frac{2}{x}-x)^6$ 展开式中 x^2 项的系数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
14. 已知随机事件 A, B , $P(A)=\frac{1}{3}$, $P(B)=\frac{1}{4}$, $P(A|B)=\frac{3}{4}$, 则 $P(\overline{B}|A)=\underline{\hspace{2cm}}$.
15. 在 $\triangle ABC$ 中, E 为边 BC 中点, 若 $|BC|=8$, $\triangle ACE$ 的外接圆半径为 3, 则 AB^2+AC^2 的最大值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
16. 在三棱锥 $ABCD$ 中, 对棱 $AB=CD=2\sqrt{2}$, $AD=BC=\sqrt{5}$, $AC=BD=\sqrt{5}$, 则该三棱锥的外接球体积为 $\underline{\hspace{2cm}}$, 内切球表面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤

17. 某地区 2016 至 2022 年生活垃圾无害化处理量 (单位: 万吨) 如下表:

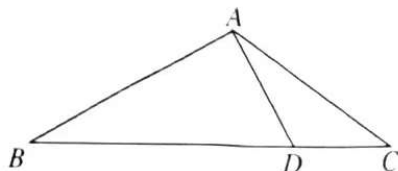
年份	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
年份代号 x	1	2	3	4	5	6	7
生活垃圾无害化处理量 y	3.9	4.3	4.6	5.4	5.8	6.2	6.9

- (1) 求 y 关于 x 的线性回归方程;
- (2) 根据 (1) 中的回归方程, 分析过去七年该地区生活垃圾无害化处理的变化情况, 并预测该地区 2024 年生活垃圾无害化处理量.

附: 回归直线的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}, \quad \text{参考数据 } \sum_{i=1}^7 x_i y_i = 162.4$$

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 为边 BC 上一点, $DC=3$, $AD=5$, $AC=7$, $\angle DAC = \angle ABC$
- (1) 求 $\angle ADC$ 的大小;
- (2) 求 $\triangle ABC$ 的面积.



19. 在数列 $\{q_n\}$ 中, $q_1 = 2$, $q_{n+1} = 2 - \frac{1}{q_n}$, 在数列 $\{a_n\}$ 中 $a_1 = 1$, $\frac{a_{2n}}{a_{2n-1}} = \frac{a_{2n+1}}{a_{2n}} = q_n$

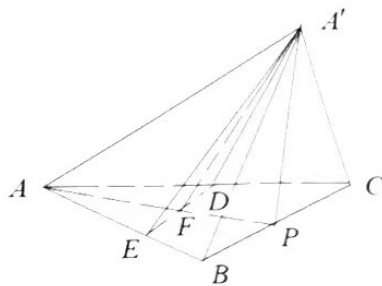
(1) 求证数列 $\left\{\frac{1}{q_n - 1}\right\}$ 成等差数列并求 q_n ;

(2) 求证: $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \cdots + \frac{1}{a_{2n-1}} + \frac{1}{a_{2n}} < 3 - \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$.

20. 在三棱锥 $A'-ABC$ 中, D, E, P 分别在棱 AC, AB, BC 上, 且 D 为 AC 中点, $AD = AE = A'D = A'E = 2$, $AP \perp DE$ 于 F .

(1) 证明: 平面 $AA'P \perp$ 平面 $A'DE$;

(2) 当 $BE = 1, BC = 5$, 二面角 $A'-DE-P$ 的余弦值为 $\frac{3}{5}$ 时, 求直线 $A'B$ 与平面 $A'DE$ 所成角的正弦值.



21. 设双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的右焦点为 $F(3, 0)$, F 到其中一条渐近线的距离为 2.

(1) 求双曲线 C 的方程;

(2) 过 F 的直线交曲线 C 于 A, B 两点 (其中 A 在第一象限), 交直线 $x = \frac{5}{3}$ 于点 M ,

(i) 求 $\frac{|AF| \cdot |BM|}{|AM| \cdot |BF|}$ 的值;

(ii) 过 M 平行于 OA 的直线分别交直线 OB 、 x 轴于 P, Q , 证明: $|MP| = |PQ|$.

22. 已知 $a > 2$, 函数 $f(x) = x - a - (a-1)\ln \frac{x}{a}$, $x > 0$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间和极值;

(2) 设 $f(x)$ 较小的零点为 x_1 , 证明: $a-2 < x_1 < a-2 + \frac{1}{a}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线