湖南师大附中 2020届高三月考试卷(六)

数学(理科)参考答案

一、选择题

题　号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答　案	D	C	D	B	D	A	B	D	D	A	D	B

1. D 【解析】$\because$集合$A=\{y|y=2^x,x\in\mathbf{R}\}=(0,+\infty)$，$B=\{x|y=\sqrt{1-x}\}=(-\infty,1]$，$\therefore A\cap B=(0,+\infty)\cap(-\infty,1]=(0,1]$. 故选D.

2. C 【解析】$\because z=\dfrac{i}{1-i}=\dfrac{i(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\dfrac{-1+i}{2}=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}i$，$\therefore \bar{z}=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}i$. 故选C.

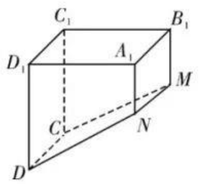
3. D 【解析】在A中，这半年中，网民对该关键词相关的信息关注度没有规律，故A错误；
在B中，这半年中，网民对该关键词相关的信息关注度呈现出一定的波动性，没有减弱，故B错误；
在C中，从网民对该关键词的搜索指数来看，2018年10月份的方差大于11月份的方差，故C错误；
在D中，从网民对该关键词的搜索指数来看，2018年12月份的平均值大于2019年1月份的平均值，故D正确.
故选D.

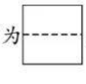
4. B 【解析】$\because f(x)=ax^2+(b-a)x-b$为偶函数，所以$b-a=0$，即$b=a$，$\therefore f(x)=ax^2-a$，
由$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递减，所以$a<0$，
$\therefore f(3-x)=a(3-x)^2-a<0$，可化为$(3-x)^2-1>0$，即$x^2-6x+8>0$，解得$x<2$或$x>4$. 故选B.

5. D 【解析】由题意可得：$S_n=A$，$S_{2n}=B$，$S_{3n}=C$.
由等比数列的性质可得：$\dfrac{S_{2n}-S_n}{S_n}=q^n$，$\dfrac{S_{3n}-S_{2n}}{S_{2n}-S_n}=q^n$. 所以$\dfrac{B-A}{A}=\dfrac{C-B}{B-A}$，
所以整理可得：$A^2+B^2=A(B+C)$. 故选D.

6. A 【解析】将函数$f(x)=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$图象上的每个点的横坐标缩短为原来的一半，纵坐标不变，
得到$y=2\sin\left(4x+\dfrac{\pi}{3}\right)$，再将所得图象向左平移$\dfrac{\pi}{12}$个单位得到函数$g(x)$的图象，
得到$g(x)=2\sin\left[4\left(x+\dfrac{\pi}{12}\right)+\dfrac{\pi}{3}\right]=2\sin\left(4x+\dfrac{2\pi}{3}\right)$，由$4x+\dfrac{2\pi}{3}=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，得$x=\dfrac{1}{4}k\pi-\dfrac{\pi}{24}$，$k\in\mathbf{Z}$，
当$k=0$时，离原点最近的对称轴方程为$x=-\dfrac{\pi}{24}$，故选A.

7. B 【解析】上半部分的几何体如图：



由此几何体可知，所得的左视图为，故选B.

8. D 【解析】设大圆的半径为 2，则 $S_{大圆}=4\pi$，又 $S_{阴}=8\times\left(\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}\times1\times1\right)=2\pi-4$，所以在圆 O 内随机取一点，则此点取自阴影部分的概率是 $\frac{S_{阴}}{S_{圆}}=\frac{2\pi-4}{4\pi}=\frac{1}{2}-\frac{1}{\pi}$，故选 D.

9. D 【解析】设 P 的坐标为 $(m,\sqrt{m})$，由左焦点 $F(-4,0)$，函数的导数 $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$，

则在 P 处的切线斜率 $k=f'(m)=\frac{1}{2\sqrt{m}}=\frac{\sqrt{m}}{m+4}$，

即 $m+4=2m$，得 $m=4$，

则 $P(4,2)$，设右焦点为 $A(4,0)$，

则 $2a=|PF|-|PA|=\sqrt{64+4}-\sqrt{0+4}=2(\sqrt{17}-1)$，即 $a=\sqrt{17}-1$，

$\because c=4$，$\therefore$ 双曲线的离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{17}+1}{4}$，故选 D.

10. A 【解析】在锐角 $\triangle ABC$ 中，$0<2A<\frac{\pi}{2}$，$0<A<\frac{\pi}{4}$，且 $B+A=3A$，则 $\frac{\pi}{2}<3A<\pi$，即 $\frac{\pi}{6}<A<\frac{\pi}{3}$，

综上 $\frac{\pi}{6}<A<\frac{\pi}{4}$，则 $\frac{\sqrt{2}}{2}<\cos A<\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\because a=2$，$B=2A$，

$\therefore$ 由定理得 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{b}{2\sin A\cos A}$，得 $b=4\cos A$，

$\because \frac{\sqrt{2}}{2}<\cos A<\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore 2\sqrt{2}<4\cos A<2\sqrt{3}$，即 $2\sqrt{2}<b<2\sqrt{3}$，

则 b 的取值范围是 $(2\sqrt{2},2\sqrt{3})$，故选 A.

11. D 【解析】作 $MM_1\perp AD$ 于点 M_1，作 $NN_1\perp CD$ 于点 N_1，$\because$ 线段 MN 平行于对角面 ACC_1A_1，

$\therefore M_1N_1\,//\,AC$.

设 $DM_1=DN_1=x$，则 $MM_1=x$，$NN_1=1-x$，

在直角梯形 MNN_1M_1，$MN^2=(\sqrt{2}x)^2+(1-2x)^2=6\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{3}$，

$\therefore$ 当 $x=\frac{1}{3}$ 时，MN 的最小值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$，故选 D.

12. B 【解析】$\because \frac{f(-x)}{f(x)}=e^{2x}$，$\therefore \frac{f(-x)}{e^x}=e^xf(x)=e^{-x}f(-x)$，令 $g(x)=e^xf(x)$，$g(-x)=g(x)$，

当 $x<0$ 时，$f(x)+f'(x)>0$，

$\therefore g'(x)=e^x[f(x)+f'(x)]>0$，即函数 $g(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递增，

根据偶函数对称区间上单调性相反的性质可知 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，

$\because e^af(2a+1)\geqslant f(a+1)$，$\therefore e^{2a+1}f(2a+1)\geqslant e^{a+1}f(a+1)$，

$\therefore g(2a+1)\geqslant g(a+1)$，$|2a+1|\leqslant|a+1|$，解得 $-\frac{2}{3}\leqslant a\leqslant 0$，故选 B.

二、填空题

13. 30 【解析】因为 $(1+x-2x^2)^5=(1+x-2x^2)(1+x-2x^2)(1+x-2x^2)(1+x-2x^2)(1+x-2x^2)$，所以 $(1+x-2x^2)^5$ 展开式中的 x^6 的系数为 $C_5^0\cdot C_5^1\cdot(-2)^1C_4^1+C_5^1\cdot C_4^2\cdot(-2)^2C_2^2+C_5^2\cdot C_3^0\cdot(-2)^3\cdot C_3^3=30$.

14. 240 【解析】根据题意,分 3 步进行分析:

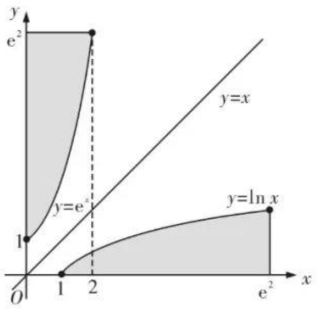
①将电影票分成 5 组,其中 1 组是 2 张连在一起,有 5 种分组方法;

②将连在一起的 2 张票分给甲、乙,考虑其顺序有 $A_2^2=2$ 种情况;

③将剩余的 4 张票全排列,分给其他四人,有 $A_4^4=24$ 种分法.

则共有 $5\times2\times24=240$ 种不同分法.

15. e^2+1 【解析】如下图所示,



由于函数 $y=\ln x$ 与 $y=e^x$ 互为反函数,两个函数的图象关于直线 $y=x$ 对称,

结合图象可知,图中两个阴影部分区域的面积相等,

所以,$\int_1^{e^2}\ln x\mathrm{d}x=\int_0^2(e^2-e^x)\mathrm{d}x=(e^2x-e^x)\Big|_0^2=e^2+1$.

16. 1656 【解析】$f(n)$表示正整数 n 的所有因数中最大的奇数,

$\therefore f(n)=f(2n)$,且 n 为奇数时,$f(n)=n$,其中 $n\in[1,100]$;

$f(n)_{\max}=f(99)=99$,$f(n)_{\min}=f(64)=f(2)=f(4)=f(8)=f(16)=f(32)=1$.

那么 $\sum\limits_{i=51}^{100}f(i)=f(51)+f(52)+f(53)+\cdots+f(100)$

$=51+13+53+27+55+7+57+29+59+15+61+31+63+1+65+33+67+17+69+35+71+9+73+37+75+19+77+39+79+5+81+41+83+21+85+43+87+11+89+45+91+23+93+47+95+3+97+49+99+25=1+3+5+7+9+11+\cdots+99=\frac{50\times(1+99)}{2}=2500$.

那么 $\sum\limits_{i=1}^{50}f(i)=1+1+3+1+5+3+7+1+9+5+11+3+13+7+15+1+17+9+19+5+21+11+23+3+25+13+27+7+29+15+31+1+33+17+35+9+37+19+39+5+41+21+43+11+45+23+47+3+49+25=(1+3+5+\cdots+29+31+\cdots+49)+(5+12+15+14+18+22+13+15+17+19+21+23+25)=\frac{25\times(1+49)}{2}+219=844$.

$\therefore$那么 $\sum\limits_{i=51}^{100}f(i)-\sum\limits_{i=1}^{50}f(i)=2500-844=1656$.

三、解答题

17.【解析】(1) $\because a=\sqrt{2}b\sin\left(C+\frac{\pi}{4}\right)=b\sin C+b\cos C$,

$\therefore$由正弦定理可得:$\sin A=\sin B\cos C+\sin C\sin B$, ······ 2 分

$\therefore\sin(B+C)=\sin B\cos C+\sin C\sin B$,

可得:$\cos B\sin C=\sin C\sin B$, ······ 4 分

$\because\sin C\neq0$,$\therefore\cos B=\sin B$,

$\because 0<B<\pi$,$\therefore B=\frac{\pi}{4}$. ······ 6 分

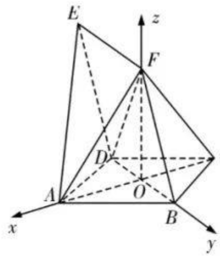
(2)$\because B=\frac{\pi}{4}$,

$\therefore\sqrt{2}\sin A-\sin C=\sqrt{2}\sin\left(\frac{3\pi}{4}-C\right)-\sin C=\cos C$, ······ 8分

又$\because 0<C<\frac{3\pi}{4}$,且 $y=\cos C$ 在$\left(0,\frac{3\pi}{4}\right)$上单调递减, ······ 10分

$\therefore\sqrt{2}\sin A-\sin C$ 的取值范围是$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},1\right)$. ······ 12分

18.【解析】(1)设 AC 与 BD 相交于点 O,连接 FO,



$\because$四边形 $ABCD$ 为菱形,$\therefore AC\perp BD$,且 O 为 AC 中点, ······ 2分

$\because FA=FC$,$\therefore AC\perp FO$,又 $FO\cap BD=O$,

$\therefore AC\perp$平面 $BDEF$. ······ 4分

(2)连接 DF,$\because$四边形 $BDEF$ 为菱形,且$\angle DBF=60°$,

$\therefore\triangle DBF$ 为等边三角形,

$\because O$ 为 BD 中点,$\therefore FO\perp BD$,又 $AC\perp FO$,$\therefore FO\perp$平面 $ABCD$.

$\because OA,OB,OF$ 两两垂直,

$\therefore$建立空间直角坐标系 $O-xyz$,如图所示. ······ 6分

设 $AB=2$,$\because$四边形 $ABCD$ 为菱形,$\angle DAB=60°$,

$\therefore BD=2,AC=2\sqrt{3}$.

$\because\triangle DBF$ 为等边三角形,$\therefore OF=\sqrt{3}$.

$\therefore A(\sqrt{3},0,0),B(0,1,0),D(0,-1,0),F(0,0,\sqrt{3})$,

$\therefore\overrightarrow{AD}=(-\sqrt{3},-1,0),\overrightarrow{AF}=(-\sqrt{3},0,\sqrt{3}),\overrightarrow{AB}=(-\sqrt{3},1,0)$, ······ 8分

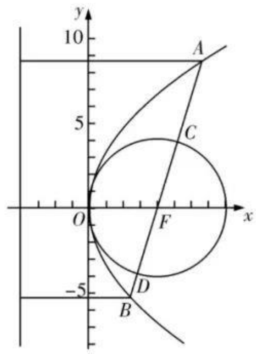
设平面 ABF 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$,

则$\begin{cases}\overrightarrow{AF}\cdot\boldsymbol{n}=-\sqrt{3}x+\sqrt{3}z=0,\\ \overrightarrow{AB}\cdot\boldsymbol{n}=-\sqrt{3}x+y=0,\end{cases}$取 $x=1$,得 $\boldsymbol{n}=(1,\sqrt{3},1)$. ······ 10分

设直线 AD 与平面 ABF 所成角为 θ,则直线 AD 与平面 ABF 所成角的正弦值为:

$\sin\theta=|\cos\langle\overrightarrow{AD},\boldsymbol{n}\rangle|=\frac{|\overrightarrow{AD}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\overrightarrow{AD}|\cdot|\boldsymbol{n}|}=\frac{\sqrt{15}}{5}$. ······ 12分

19.【解析】(1)抛物线 $y^2=16x$ 的焦点 $F(4,0)$,准线方程为 $x=-4$,圆$(x-4)^2+y^2=16$ 的圆心$(4,0)$,半径 $r=4$,当直线 l 过焦点 F 且垂直于 x 轴时,



$|AB|=2p=16,|DC|=2r=8$,

由抛物线与圆的对称性知$|AC|=|BD|=4$,

则$|AC|\cdot|BD|=16$; ······ 2分

当直线 l 过焦点 F 不垂直于 x 轴时,

设直线 l 的方程为 $y=k(x-4)$,

联立抛物线方程可得 $k^2x^2-(8k^2+16)x+16k^2=0$,

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$,可得 $x_1+x_2=8+\frac{16}{k^2},x_1x_2=16$, ······ 4分

可得$|AC|\cdot|BD|=(|AF|-|CF|)(|BF|-|DF|)=(x_1+4-4)(x_2+4-4)=x_1x_2=16$,

则$|AC|\cdot|BD|$为定值 16. ······ 6分

(2)当直线 l 过焦点 F 且垂直于 x 轴时,$|AB|\cdot|AF|=16\cdot8=128$; ······ 7分

当直线 l 过焦点 F 不垂直于 x 轴时,

可得$|AB|\cdot|AF|=(x_1+x_2+8)(x_1+4)=\left(x_1+\frac{16}{x_1}+8\right)(x_1+4)=\frac{(x_1+4)^3}{x_1}$, …… 9分

设$f(t)=\frac{(t+4)^3}{t}$, $t>0$,可得$f'(t)=\frac{2(t-2)(t+4)^2}{t^2}$,

可得$t>2$时,$f(t)$递增;$0<t<2$时,$f(t)$递减,

可得$f(t)$在$t=2$处取得极小值,且为最小值108. …… 11分

综上可得$|AB|\cdot|AF|$的最小值为108. …… 12分

20.【解析】(1)设A、B、C职工的每份保单保险公司的收益为随机变量X、Y、Z,则X、Y、Z的分布列为:

X	25	$25-100\times10^4$
P	$1-\frac{1}{10^5}$	$\frac{1}{10^5}$

Y	25	$25-100\times10^4$
P	$1-\frac{2}{10^5}$	$\frac{2}{10^5}$

Z	40	$40-50\times10^4$
P	$1-\frac{1}{10^4}$	$\frac{1}{10^4}$

$\therefore E(X)=25\times\left(1-\frac{1}{10^5}\right)+(25-100\times10^4)\times\frac{1}{10^5}=15$; …… 2分

$E(Y)=25\times\left(1-\frac{2}{10^5}\right)+(25-100\times10^4)\times\frac{2}{10^5}=5$; …… 4分

$E(Z)=40\times\left(1-\frac{1}{10^4}\right)+(40-50\times10^4)\times\frac{1}{10^4}=-10$, …… 6分

保险公司的利润的期望值为$12000\times15+6000\times5-2000\times10-100000=90000$,

∴保险公司在该业务所获利润的期望值为9万元. …… 8分

(2)方案1:企业不与保险公司合作,则企业每年安全支出与固定开支共为:

$12000\times100\times10^4\times\frac{1}{10^5}+6000\times100\times10^4\times\frac{2}{10^5}+2000\times50\times10^4\times\frac{1}{10^4}+12\times10^4=46\times10^4$, …… 9分

方案2:企业与保险公司合作,则企业支出保险金额为:

$(12000\times25+6000\times25+2000\times40)\times0.7=37.1\times10^4$, …… 10分

$46\times10^4>37.1\times10^4$, …… 11分

建议企业选择方案2. …… 12分

21.【解析】(1)函数$f(x)$可化为$f(x)=\begin{cases}x-\ln x-a, & x\geq a,\\ a-x-\ln x, & 0<x<a,\end{cases}$ …… 1分

当$0<x<a$时,$f'(x)=-1-\frac{1}{x}<0$,$f(x)$在$(0,a)$上总是递减的, …… 2分

当$x\geq a$时,$f'(x)=1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}$, …… 3分

若$a\geq1$,则$f'(x)\geq0$,故$f(x)$在$[a,+\infty)$上递增, …… 4分

若$0<a<1$,则当$a\leqslant x<1$时,$f'(x)<0$,当$x>1$时,$f'(x)>0$,

故$f(x)$在$[a,1)$上递减,在$(1,+\infty)$上递增,而$f(x)$在$x=a$处连续,

所以当$a\geq1$时,$f(x)$在$(0,a)$上递减,在$[a,+\infty)$上递增;

当$0<a<1$时,$f(x)$在$(0,1)$上递减,在$[1,+\infty)$上递增. …… 6分

(2)由(1)可知当 $a=1,x>1$ 时,$x-1-\ln x>0$,即 $\ln x<x-1$,所以 $\frac{\ln x}{x}<1-\frac{1}{x}$. …………………… 8 分

所以 $\frac{\ln 2^2}{2^2}+\frac{\ln 3^2}{3^2}+\cdots+\frac{\ln n^2}{n^2}<1-\frac{1}{2^2}+1-\frac{1}{3^2}+\cdots+1-\frac{1}{n^2}=n-1-\left(\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{n^2}\right)$

$<n-1-\left(\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)}\right)=n-1-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}\right)$

$=(n-1)-\frac{n-1}{2(n+1)}=\frac{2n^2-2-n+1}{2(n+1)}=\frac{(n-1)(2n+1)}{2(n+1)}$. …………………… 12 分

22.【解析】(1)由 $\begin{cases}x=\sqrt{6}\cos\alpha,\\y=\sin\alpha,\end{cases}$ 消去 α 得 C 的普通方程是:$\frac{x^2}{6}+y^2=1$. …………………… 2 分

由 $\rho\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$,得 $\rho\sin\theta-\rho\cos\theta=2$,

将 $\begin{cases}x=\rho\cos\theta,\\y=\rho\sin\theta\end{cases}$ 代入上式,化简得 $y=x+2$. …………………… 4 分

∴直线 l 的倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$. …………………… 5 分

(2)在曲线 C 上任取一点 $M(\sqrt{6}\cos\alpha,\sin\alpha)$, …………………… 6 分

直线 l 与 y 轴的交点 Q 的坐标为(0,2),

则 $|MQ|=\sqrt{(\sqrt{6}\cos\alpha-0)^2+(2-\sin\alpha)^2}=\sqrt{-5\sin^2\alpha-4\sin\alpha+10}$, …………………… 8 分

当且仅当 $\sin\alpha=-\frac{2}{5}$ 时,$|MQ|$ 取最大值 $\frac{3\sqrt{30}}{5}$. …………………… 10 分

23.【解析】(1)$f(x)\leqslant9$ 可化为 $|2x-4|+|x+1|\leqslant9$,

故 $\begin{cases}x>2,\\3x-3\leqslant9\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-1\leqslant x\leqslant2,\\5-x\leqslant9\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x<-1,\\-3x+3\leqslant9,\end{cases}$ …………………… 3 分

解得 $2<x\leqslant4$,或 $-1\leqslant x\leqslant2$,或 $-2\leqslant x<-1$;

综上,不等式的解集为 $[-2,4]$. …………………… 5 分

(2)由题意:$f(x)=-x^2+a\Leftrightarrow a=x^2-x+5,x\in[0,2]$. …………………… 7 分

故方程 $f(x)=-x^2+a$ 在 $[0,2]$ 有解 $\Leftrightarrow$ 函数 $y=a$ 和函数 $y=x^2-x+5$ 的图象在区间 $[0,2]$ 上有交点,

∵当 $x\in[0,2]$ 时,$y=x^2-x+5\in\left[\frac{19}{4},7\right]$. …………………… 9 分

∴实数 a 的取值范围是 $\left[\frac{19}{4},7\right]$. …………………… 10 分

自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国强基计划、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

识别二维码，快速关注

温馨提示：

全国中学大联考 2020 届高三下学期模考试题及答案汇总（更新下载中），点击链接获得

http://www.zizzs.com/c/202002/42364.html