决胜新高考——2024届高三年级大联考

数学参考答案与评分细则

本试卷共6页，22小题，满分150分。考试时间120分钟。

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上。将条形码横贴在答题卡“条形码粘贴处”。

2．作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔在答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试卷上。

3．非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。

4．考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知复数 z 满足 $z(1+3\mathrm{i})=2\mathrm{i}$，则 $|z|=$（　）

A．$\dfrac{\sqrt{10}}{2}$　　B．$\dfrac{\sqrt{10}}{5}$　　C．$\dfrac{\sqrt{10}}{10}$　　D．$\dfrac{\sqrt{10}}{15}$

【答案】B

【简析】$|z|=\dfrac{|2\mathrm{i}|}{|1+3\mathrm{i}|}=\dfrac{2}{\sqrt{10}}=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$．

2．设全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$，若 $A\cap B=\{2\}$，$(\complement_U A)\cap B=\{4\}$，$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\{1,5\}$，则

A．$3\notin A$，且 $3\notin B$　　B．$3\in A$，且 $3\notin B$

C．$3\notin A$，且 $3\in B$　　D．$3\in A$，且 $3\in B$

【答案】B

【简析】$\complement_U A=\{1,4,5\}$，$A=\{2,3\}$，$B=\{2,4\}$．

3．已知不共线的两个非零向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，则“$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 所成角为锐角”是“$|\boldsymbol{a}|>|\boldsymbol{b}|$”的

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

【答案】C

【简析】由题意，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 所成角为锐角等价于 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})>0$，即 $\boldsymbol{a}^2>\boldsymbol{b}^2$.

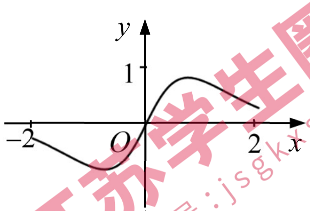
4．若 x,y 满足 $x>0,y>0,xy=3x+y$，则 $x+3y$ 的最小值为

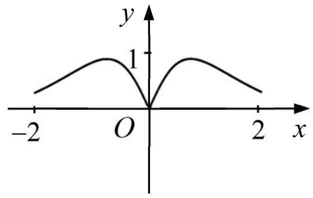
A．$10+2\sqrt{6}$　　B．$10+2\sqrt{3}$　　C．12　　D．16

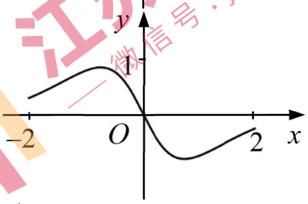
【答案】D

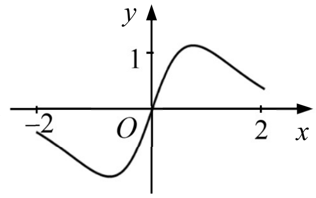
【简析】$x+3y=(x+3y)\left(\frac{1}{x}+\frac{3}{y}\right)=10+3\left(\frac{y}{x}+\frac{x}{y}\right)\geqslant 16$.

5．函数 $y=\frac{2\sin x}{x^2+1}(x\in[-2,2])$ 的图象大致为

A．

B．

C．

D．

【答案】A

【简析】该函数为奇函数，当 $x\in(0,2]$ 时，$y=\frac{2\sin x}{x^2+1}<\frac{2x}{x^2+1}\leqslant 1$.

6．已知函数 $f(x)=\sin(\omega x-\frac{\pi}{6})(\omega>0)$ 在 $(\frac{\pi}{2},\pi)$ 上单调递减，则 ω 的取值范围是

A．$\left(0,\frac{4}{3}\right]$　　B．$[\frac{4}{3},\frac{5}{3}]$　　C．$(0,\frac{1}{2}]$　　D．$[\frac{5}{3},1]$

【答案】B

【简析】令 $2k\pi+\frac{\pi}{2}\leqslant\omega x-\frac{\pi}{6}\leqslant 2k\pi+\frac{3\pi}{2}$，得 $\frac{2k\pi+\frac{2\pi}{3}}{\omega}\leqslant x\leqslant\frac{2k\pi+\frac{5\pi}{3}}{\omega}$，

由 $\begin{cases}\frac{2k\pi+\frac{2\pi}{3}}{\omega}\leqslant\frac{\pi}{2}\\ \pi\leqslant\frac{2k\pi+\frac{5\pi}{3}}{\omega}\end{cases}$，解得 $4k+\frac{4}{3}\leqslant\omega\leqslant 2k\pi+\frac{5}{3}$，所以 $\frac{4}{3}\leqslant\omega\leqslant\frac{5}{3}$.

7．已知 $\sin\theta+\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)=1$，则 $\cos\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)=$

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$\frac{2}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{2}$

【答案】B

【简析】由 $\sin\theta+\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)=1$，得 $\frac{3}{2}\sin\theta+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta=1$，$\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$，所以 $\cos\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)=$

$\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

8. 已知 $a=3^{\ln 3}$，$b=2+(\ln 3)^2$，$c=3\ln 3$，则

A．$a>c>b$　　B．$c>a>b$　　C．$a>b>c$　　D．$b>c>a$

【答案】A

【简析】因为 $1<\ln 3<2$，所以 $b-c=(\ln 3)^2-3\ln 3+2=(\ln 3-1)(\ln 3-2)<0$，即 $b<c$，

因为 $\ln a=(\ln 3)^2$，$\ln c=\ln 3+\ln(\ln 3)$，$\ln a-\ln c=(\ln 3)^2-\ln 3-\ln(\ln 3)$，

设 $f(x)=x^2-x-\ln x(x>1)$，则 $f'(x)=2x-1-\frac{1}{x}=\frac{(x-1)(2x+1)}{x}>0$，

所以 $f(x)$ 单调递增，所以 $f(\ln 3)>f(1)=0$，所以 $\ln a>\ln c$，即 $a>c$，

综上 $a>c>b$.

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分．

9. 已知 $a>b$，则

A．$\ln(a^2+1)>\ln(b^2+1)$　　B．$a^3>b^3$　　C．$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　　D．$\left(\frac{1}{2}\right)^a<\left(\frac{1}{2}\right)^b$

【答案】BD

【简析】A，C 举反例排除；B，D 考查函数单调性．

10. 已知函数 $f(x)=x-2\sin x$，则

A．$f(x)$ 的图象关于点 $(\pi,0)$ 对称

B．$f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right)$ 上单调递减

C．$f(x)$ 在 $[0,2\pi]$ 上的极大值点为 $\frac{4\pi}{3}$

D．直线 $y=x+2$ 是曲线 $y=f(x)$ 的切线

【答案】BD

【简析】$f(\pi-x)+f(x)\neq 0$，A 错误；$f'(x)=1-2\cos x$，当 $x\in\left(-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right)$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减，B 正确；当 $x=\frac{5\pi}{3}$ 时，$f(x)$ 在 $[0,2\pi]$ 上取得极大值；令 $f'(x)=1-2\cos x=1$，取 $x=\frac{\pi}{2}$，得 $y=f(x)$ 的切线方程为 $y=x+2$，D 正确．

11． 某过山车轨道是依据正弦曲线设计安装的，在时刻 t（单位：s）时过山车（看作质点）离地平面的高度 h（单位：m）为 $h(t)=A\sin(\omega t+\varphi)+B$，（$A>0$，$\omega>0$，$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$）．已知当 t=4 时，过山车到达第一个最高点，最高点距地面 50 m，当 $t=10$ 时，过山车到达第一个最低点，最低点距地面 10 m．则

A． $A=30$

B． $\omega=\frac{\pi}{6}$

C．过山车启动时距地面 20 米

D．一个周期内过山车距离地平面高于 40m 的时间是 4s

【答案】BCD

【简析】$\begin{cases}A+B=50\\-A+B=10\end{cases}$，解得 $\begin{cases}A=20\\B=30\end{cases}$，A 正确；$\frac{T}{2}=6$，$T=12$，$\omega=\frac{2\pi}{12}=\frac{\pi}{6}$，B 正确；

$h(t)=20\sin\left(\frac{\pi}{6}t-\frac{\pi}{6}\right)+30$，所以 $h(0)=40$，C 错误；令 $h(t)>40$，得

$\sin\left(\frac{\pi}{6}t-\frac{\pi}{6}\right)>\frac{1}{2}$，$12k+2<t<12k+6,\left(k\in Z^{*}\right)$，D 正确．

12． 定义在 **R** 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2)+f(-x-2)=0$，$f(1+x)$ 为偶函数，则

A． $f(-1-x)+f(-1+x)=0$ B． $f(1-x)=f(1+x)$

C． $f(x-4)=f(x)$ D． $f(2023)=0$

【答案】BC

【简析】由 $f(x+2)+f(-x-2)=0$，得 $f(x)$ 为奇函数，由 $f(1+x)$ 为偶函数，得 $f(x)$ 的对称轴为 $x=1$，所以 $f(x)$ 是周期函数，且周期为 4（不一定是最小正周期），故 A D 错误，BC 正确．

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13． 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2-\log_2 x, x\geqslant 1\\4^x, x<1\end{cases}$，则 $f\left(f\left(\frac{1}{2}\right)\right)=$_____．

【答案】$f\left(f\left(\frac{1}{2}\right)\right)=f(2)=1$

【简析】代入计算.

14. 已知向量$\boldsymbol{a}=(\cos\alpha,-2)$，$\boldsymbol{b}=(1,\sin\alpha)$，且$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则$\dfrac{\sin2\alpha}{2\cos^2\alpha+3}=$______.

【答案】$\dfrac{4}{23}$

【简析】由$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，得$\tan\alpha=-\dfrac{1}{2}$，所以$\dfrac{\sin2\alpha}{2\cos^2\alpha+3}=\dfrac{2\tan\alpha}{5+3\tan^2\alpha}=-\dfrac{4}{23}$.

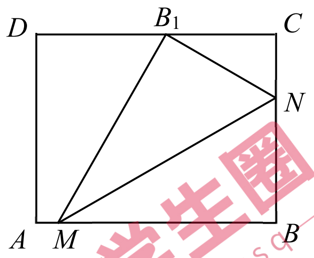
15. 在锐角三角形ABC，$AB=2$，且$\dfrac{1}{\tan A}+\dfrac{1}{\tan B}=\dfrac{4}{\tan C}$，则$AB$边上的中线长为______.

【答案】$\sqrt{2}$

【简析】由$\dfrac{1}{\tan A}+\dfrac{1}{\tan B}=\dfrac{4}{\tan C}$，得$a^2+b^2=\dfrac{3}{2}c^2$，$CD^2=\dfrac{2(a^2+b^2)-c^2}{4}=2$，$CD=\sqrt{2}$.

16. 如图，将矩形纸片$ABCD$的右下角折起，使得点B落在CD边上点B_1处，得到折痕MN．已知$AB=5\text{ cm}$，$BC=4\text{ cm}$，则当$\tan\angle BMN=$__________时，折痕MN最短，其长度的最小值为__________cm．

（本题第一空2分，第二空3分）



（第 16 题）

【答案】$\dfrac{\sqrt{2}}{2},3\sqrt{3}$

【简析】设$\angle BMN=\theta$，MN的长度为l，则$l\sin\theta+l\sin\theta\cos2\theta=4$，

$$l=\frac{4}{\sin\theta+\sin\theta\cos2\theta}=\frac{4}{\sin\theta\left(1-\sin^2\theta\right)}$$，构造函数$f(x)=x-x^3$即可.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17.（10 分）

在△ABC中，角A，B，C的对边分别为a，b，c．已知$a=3$，$\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，$B-A=\dfrac{\pi}{2}$.

（1）求$\cos C$的值；

（2）求△ABC的周长.

【解析】(1) 在$\triangle ABC$中，因为$B-A=\dfrac{\pi}{2}$，所以$0<A<\dfrac{\pi}{2}$，

所以$\cos A=\sqrt{1-\sin^2 A}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. ……2 分

又因为$B=A+\dfrac{\pi}{2}$，所以$C=\pi-A-\left(A+\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{\pi}{2}-2A$，

所以$\cos C=\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-2A\right)=\sin 2A=2\sin A\cos A=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. …… 5 分

(2) 由$B=A+\dfrac{\pi}{2}$得，$\sin B=\sin(A+\dfrac{\pi}{2})=\cos A=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，

$\sin C=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-2A\right)=\cos 2A=1-2\sin^2 A=\dfrac{1}{3}$. …… 7 分

又正弦定理，得$\dfrac{3}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=\dfrac{b}{\frac{\sqrt{6}}{3}}=\dfrac{c}{\frac{1}{3}}$，

解得$b=3\sqrt{2}$，$c=\sqrt{3}$，

所以$\triangle ABC$的周长为$3+3\sqrt{2}+\sqrt{3}$. ……10 分

18. (12 分)

已知函数$f(x)=2\sin\omega x\cos\omega x+2\sqrt{3}\cos^2\omega x-\sqrt{3}(\omega>0)$的最小正周期为$\pi$.

(1) 求ω的值；

(2) 将函数$f(x)$的图象先向左平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位长度，再向上平移 2 个单位长度，得到函数$y=g(x)$的图象．若$g(x)$在区间$[0,m]$上有且仅有 5 个零点，求m的取值范围.

【解析】(1) $f(x)=2\sin\omega x\cos\omega x+2\sqrt{3}\cos^2\omega x-\sqrt{3}=\sin 2\omega x+\sqrt{3}\cos 2\omega x$

$=2\sin\left(2\omega x+\dfrac{\pi}{3}\right)$， …… 3 分

因为函数$f(x)$的最小正周期为π，

所以$\dfrac{2\pi}{2\omega}=\pi$，$\omega=1$. …… 5 分

(2) 将函数$f(x)=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$的图像向左平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位长度，再向上平移 2 个单位长

度，得到 $y=2\sin\left(2x+\frac{2\pi}{3}\right)+2$ 的图像，所以 $g(x)=2\sin\left(2x+\frac{2\pi}{3}\right)+2$． ……8 分

令 $g(x)=0$，得 $x=k\pi+\frac{5\pi}{12}\ (k\in Z)$， ……10 分

因为 $g(x)\ [0,m]$ 上有且仅有 5 个零点，

所以 $\frac{53\pi}{12}\leqslant m<\frac{65\pi}{12}$． ……12 分

19.（12 分）

已知函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}(a-1)x^2+ax$．

（1）若 $f(x)$ 在 $x=-\frac{1}{3}$ 处取得极值，求 $f(x)$ 的单调递减区间；

（2）若 $f(x)$ 在区间 $(0,2)$ 上存在极小值且不存在极大值，求实数 a 的取值范围．

【解析】$f'(x)=x^2+(a-1)x+a$． …… 1 分

（1）因为 $f(x)$ 在 $x=-\frac{1}{3}$ 处取得极值，

所以 $f'\left(\frac{1}{3}\right)=0$，

即 $\frac{1}{9}-\frac{1}{3}(a-1)+a=0$，解得 $a=-\frac{2}{3}$， …… 3 分

所以 $f'(x)=x^2-\frac{5}{3}x-\frac{2}{3}=\left(x+\frac{1}{3}\right)(x-2)$．

令 $f'(x)<0$，故 $-\frac{1}{3}<x<2$，

所以函数 $f(x)$ 的单调递减区间为 $\left(-\frac{1}{3},2\right)$． …… 6 分

（2）因为 $f(x)$ 在 $(0,2)$ 上存在极小值且不存在极大值，

当 $f'(0)=0$ 时，$a=0$，$f'(x)=x^2-x$，符合题意． …… 8 分

当 $f'(0)\neq 0$ 时，$\begin{cases}f'(0)<0\\f'(2)>0\end{cases}$，

解得 $-\frac{2}{3}<a<0$． …… 11 分

综上，实数 a 的取值范围是 $\left(-\frac{2}{3},0\right]$． …… 12 分

20.（12 分）

已知函数 $f(x)=x^2-x\cdot\sin x-\cos x$.

（1）若曲线 $y=f(x)$ 在点 $\left(x_0, f(x_0)\right)$ 处的切线与 x 轴平行，求该切线方程；

（2）讨论曲线 $y=f\left(x\right)$ 与直线 $y=a$ 的交点个数.

【解析】（1） $f'(x)=x(2+\cos x)$，

因为曲线 $y=f(x)$ 在点 $\left(x_0, f(x_0)\right)$ 处的切线与 x 轴平行，

所以 $f'(x_0)=x_0(2+\cos x_0)=0$， …… 2 分

因为 $2+\cos x_0>0$，

所以 $x_0=0$， $f(x_0)=-1$.

所以所求切线方程为 $y=-1$. …… 4 分

（2）函数 $f(x)$ 为偶函数， …… 5 分

当 $x\in\left[0,+\infty\right)$ 时， $f'(x)=x(2-\cos x)\geqslant 0$， $f(x)$ 单调递增，

所以 $x\in\left[-\infty,0\right)$ 时， $f(x)$ 单调递减.

所以 $f(x)_{\min}=f(0)=-1$. …… 7 分

当 $a<-1$ 时，曲线 $y=f(x)$ 与直线 $y=a$ 无交点；

当 $a=-1$ 时，曲线 $y=f(x)$ 与直线 $y=a$ 有且仅有一个交点； …… 9 分

当 $a>-1$ 时，在 $x\in\left[0,+\infty\right)$ 上， $f(x)\geqslant x^2-x-1$，

令 $x^2-x-1=a$，得 $x=\dfrac{1+\sqrt{5+4a}}{2}\left(\dfrac{1-\sqrt{5+4a}}{2}\text{舍去}\right)$，则

$f\left(\dfrac{1+\sqrt{5+4a}}{2}\right)>a$，

又 $f(0)=-1<a$，

所以在 $x\in\left[0,+\infty\right)$ 上，曲线 $y=f(x)$ 与直线 $y=a$ 有且仅有一个交点，

所以在 $x\in(-\infty,+\infty)$ 上，曲线 $y=f(x)$ 与直线 $y=a$ 有两个交点. ……12 分

21.（12 分）

在△ABC 中，$AB=2\sqrt{6}$，$\angle B=\frac{\pi}{6}$，AD 是 $\angle BAC$ 的平分线.

（1）若 $AD=2\sqrt{2}$，求 AC；

（2）若 $AC=2\sqrt{2}$，求 AD.

【解析】（1）在△ABD 中，由正弦定理，得 $\frac{2\sqrt{6}}{\sin\angle ADB}=\frac{2\sqrt{2}}{\sin\frac{\pi}{6}}$，

所以 $\sin\angle ADB=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

因为 $\angle ADB\in(0,\pi)$，所以 $\angle ADB=\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{2\pi}{3}$. …… 2 分

若 $\angle ADB=\frac{\pi}{3}$，则 $\angle BAD=\pi-\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$，

因为 AD 是 $\angle BAC$ 的平分线，

所以 $\angle BAC=\pi$，舍去. …… 3 分

若 $\angle ADB=\frac{2\pi}{3}$，则 $\angle BAD=\pi-\frac{\pi}{6}-\frac{2\pi}{3}=\frac{\pi}{6}$，

所以 $\angle BAC=\frac{\pi}{3}$，$\angle BCA=\frac{\pi}{2}$，

$AC=AB\sin\angle BAC=2\sqrt{6}\times\frac{1}{2}=\sqrt{6}$. …… 5 分

（2）在△ABC 中，由正弦定理，得 $\frac{2\sqrt{6}}{\sin\angle ACB}=\frac{2\sqrt{2}}{\sin\frac{\pi}{6}}$，

所以 $\sin\angle ACB=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

因为 $\angle ACB\in(0,\pi)$，所以 $\angle ACB=\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{2\pi}{3}$. …… 7 分

若 $\angle ACB=\frac{\pi}{3}$，则 $\angle BAC=\frac{\pi}{2}$，

因为 AD 是 $\angle BAC$ 的平分线，

所以 $\frac{BD}{DC}=\frac{AB}{AC}=\sqrt{3}$，

所以 $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{\sqrt{3}+1}\overrightarrow{AB}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}\overrightarrow{AC}$，

所以 $\overrightarrow{AD}^2=\left(\frac{1}{\sqrt{3}+1}\right)^2\left(\overrightarrow{AB}^2+3\overrightarrow{AC}^2\right)=48\left(\frac{1}{\sqrt{3}+1}\right)^2$，

所以 $AD=2\left(3-\sqrt{3}\right)$.　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　…… 10 分

若 $\angle ACB=\dfrac{2\pi}{3}$，则 $\angle BAC=\dfrac{\pi}{6}$，则

由 $\overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{\sqrt{3}+1}\overrightarrow{AB}+\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}\overrightarrow{AC}$，

得 $\overrightarrow{AD}^2=\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}+1}\right)^2\left(\overrightarrow{AB}^2+3\overrightarrow{AC}^2+2\sqrt{3}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}\right)=12$，

所以 $AD=2\sqrt{3}$.　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　…… 12 分

综上，$AD=2\left(3-\sqrt{3}\right)$ 或 $AD=2\sqrt{3}$.

22.（12 分）

已知函数 $f\left(x\right)=\ln x-ax+b\left(b>a>0\right)$ 有两个零点 x_1，$x_2\left(x_1<x_2\right)$.

（1）若直线 $y=bx-a$ 与曲线 $y=f\left(x\right)$ 相切，求 $a+b$ 的值；

（2）若对任意 $a>0$，$\dfrac{x_2}{x_1}\geqslant \mathrm{e}$，求 $\dfrac{b}{a}$ 的取值范围.

【解析】（1）$f\left(x\right)$ 的定义域为 $\left(0,+\infty\right)$，$f'\left(x\right)=\dfrac{1}{x}-a$，

设切点为 $\left(x_0,\ln x_0-ax_0+b\right)$，则切线斜率 $k=\dfrac{1}{x_0}-a$，

所以切线方程为 $y=\left(\dfrac{1}{x_0}-a\right)\left(x-x_0\right)+\ln x_0-ax_0+b$，

即 $y=\left(\dfrac{1}{x_0}-a\right)x+\ln x_0+b-1$，

所以 $\begin{cases}\dfrac{1}{x_0}-a=b,\\ \ln x_0+b-1=-a,\end{cases}$ 则

$a+b=\dfrac{1}{x_0}=1-\ln x_0$，　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　…… 2 分

设 $F\left(x\right)=\ln x+\dfrac{1}{x}-1$，则 $F\left(x_0\right)=1$，

$F'(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}$，令 $F'(x)=0$，解得 $x=1$，

当 $x\in(0,1)$ 时，$F'(x)<0$，$F(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减；

当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$F'(x)>0$，$F(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，

所以 $F(x)_{\min}=F(1)=0$，

所以 $x_0=1$，

所以 $a+b=\frac{1}{x_0}=1$． …… 5 分

（2）设 $b=ma(m>1)$，

由 $f(x_1)=f(x_2)=0$，得 $\ln x_1-ax_1+ma=\ln x_2-ax_2+ma=0$，

整理得 $a=\frac{\ln x_1}{x_1-m}=\frac{\ln x_2}{x_2-m}>0$，

设 $g(x)=\frac{\ln x}{x-m}$，则 $g'(x)=\frac{1-\frac{m}{x}-\ln x}{(x-m)^2}$，

设 $h(x)=1-\frac{m}{x}-\ln x$，则 $h'(x)=\frac{m}{x^2}-\frac{1}{x}$，令 $h'(x)=0$，解得 $x=m$，

当 $x\in(0,m)$ 时，$h'(x)>0$，$h(x)$ 在 $(0,m)$ 上单调递增；

当 $x\in(m,+\infty)$ 时，$h'(x)<0$，$h(x)$ 在 $(m,+\infty)$ 上单调递减，

所以 $h(x)\leqslant h(m)=-\ln m<0$，

所以 $g'(x)<0$，即 $g(x)$ 在 $(0,m)$ 和 $(m,+\infty)$ 均单调递减， …… 7 分

因为 $a=\frac{\ln x_1}{x_1-m}>0$，所以 $x_1\in(0,1)$，设 $\frac{x_2}{x_1}=t$，则由题意可知，$t\geqslant e$，

所以 $a=\frac{\ln x_1}{x_1-m}=\frac{\ln tx_1}{tx_1-m}=\frac{\ln t+\ln x_1}{tx_1-m}$，整理得 $\frac{x_1\ln x_1}{x_1-m}=\frac{\ln t}{t-1}$，

设 $G(t)=\frac{\ln t}{t-1}(t\geqslant e)$，则 $G'(t)=\frac{1-\frac{1}{t}-\ln t}{(t-1)^2}$，

设 $H(x)=1-\dfrac{1}{t}-\ln t$，则 $H'(t)=\dfrac{1}{t^2}-\dfrac{1}{t}<0$，

所以 $H(t)$ 单调递减，所以 $H(t)\leqslant H(\mathrm{e})=-\dfrac{1}{\mathrm{e}}<0$，即 $G'(t)<0$，

所以 $G(t)$ 单调递减，所以 $G(t)\leqslant G(\mathrm{e})=\dfrac{1}{\mathrm{e}-1}$，

即 $\dfrac{x_1\ln x_1}{x_1-m}\leqslant\dfrac{1}{\mathrm{e}-1}$， …… 9 分

由题意可知，$\dfrac{x_1\ln x_1}{x_1-m}\leqslant\dfrac{1}{\mathrm{e}-1}$ 对任意 $x_1\in(0,1)$ 恒成立，

整理得 $(\mathrm{e}-1)x_1\ln x_1-x_1\geqslant -m$，

设 $\varphi(x)=(\mathrm{e}-1)x\ln x-x\left(x\in(0,1)\right)$，则 $\varphi'(x)=(\mathrm{e}-1)\ln x+\mathrm{e}-2$，

令 $\varphi'(x)=0$，解得 $x=\mathrm{e}^{\frac{2-\mathrm{e}}{\mathrm{e}-1}}$，

当 $x\in\left(0,\mathrm{e}^{\frac{2-\mathrm{e}}{\mathrm{e}-1}}\right)$ 时，$\varphi'(x)<0$，$\varphi(x)$ 在 $\left(0,\mathrm{e}^{\frac{2-\mathrm{e}}{\mathrm{e}-1}}\right)$ 上单调递减；

当 $x\in\left(\mathrm{e}^{\frac{2-\mathrm{e}}{\mathrm{e}-1}},+\infty\right)$ 时，$\varphi'(x)>0$，$\varphi(x)$ 在 $(m,+\infty)$ 上单调递增，

所以 $\varphi(x)_{\min}=\varphi\left(\mathrm{e}^{\frac{2-\mathrm{e}}{\mathrm{e}-1}}\right)=(2-\mathrm{e})\mathrm{e}^{\frac{2-\mathrm{e}}{\mathrm{e}-1}}-\mathrm{e}^{\frac{2-\mathrm{e}}{\mathrm{e}-1}}=(1-\mathrm{e})\mathrm{e}^{\frac{2-\mathrm{e}}{\mathrm{e}-1}}$，

所以 $(1-\mathrm{e})\mathrm{e}^{\frac{2-\mathrm{e}}{\mathrm{e}-1}}\geqslant -m$，即

$m\geqslant(\mathrm{e}-1)\mathrm{e}^{\frac{2-\mathrm{e}}{\mathrm{e}-1}}$． …… 12 分