2019 年浙江卷数学试题

选择题部分(共 40 分)

一、选择题:本大题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U=\{-1,0,1,2,3\}$, 集合 $A=\{0,1,2\}$, $B=\{-1,0,1\}$, 则 $(\complement_U A)\cap B=$

A. $\{-1\}$　　B. $\{0,1\}$　　C. $\{-1,2,3\}$　　D. $\{-1,0,1,3\}$

2. 渐近线方程为 $x\pm y=0$ 的双曲线的离心率是

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. 1　　C. $\sqrt{2}$　　D. 2

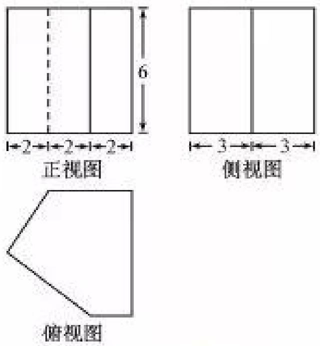
3. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-3y+4\geqslant 0, \\ 3x-y-4\leqslant 0, \\ x+y\geqslant 0, \end{cases}$ 则 $z=3x+2y$ 的最大值是

A. -1　　B. 1　　C. 10　　D. 12

4. 祖暅是我国南北朝时代的伟大科学家, 他提出的“幂势既同, 则积不容异”称为祖暅原理, 利用该原理可以得到柱体的体积公式 $V_{柱体}=Sh$, 其中 S 是柱体的底面积, h 是柱体的高. 若某柱体的三视图如图所示(单位:cm), 则该柱体的体积(单位:cm^3) 是

A. 158　　B. 162

C. 182　　D. 324



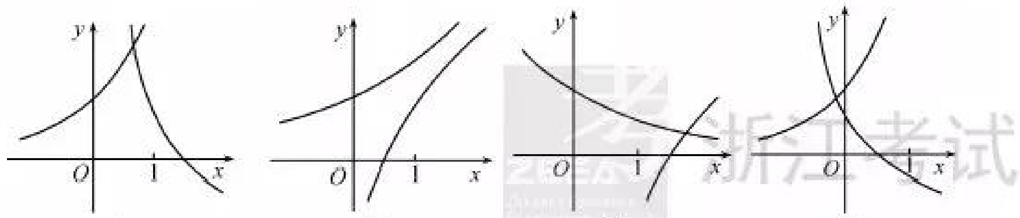
(第 4 题图)

5. 设 $a>0$, $b>0$, 则“$a+b\leqslant 4$”是“$ab\leqslant 4$”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

6. 在同一直角坐标系中, 函数 $y=\frac{1}{a^x}$, $y=\log_a(x+\frac{1}{2})$ $(a>0$, 且 $a\neq 1)$ 的图象可能是



A.　　B.　　C.　　D.

7. 设 $0<a<1$. 随机变量 X 的分布列是

X	0	a	1
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

则当 a 在 $(0,1)$ 内增大时,

A. $D(X)$ 增大　　B. $D(X)$ 减小

C. $D(X)$ 先增大后减小　　D. $D(X)$ 先减小后增大

8. 设三棱锥 $V\text{-}ABC$ 的底面是正三角形, 侧棱长均相等, P 是棱 VA 上的点(不含端点). 记直线 PB 与直线 AC 所成的角为 α, 直线 PB 与平面 ABC 所成的角为 β, 二面角 $P\text{-}AC\text{-}B$ 的平面角为 γ, 则

A. $\beta<\gamma,\ \alpha<\gamma$　　B. $\beta<\alpha,\ \beta<\gamma$

C. $\beta<\alpha,\ \gamma<\alpha$　　D. $\alpha<\beta,\ \gamma<\beta$

9. 设 $a,b\in\mathbf{R}$, 函数 $f(x)=\begin{cases}x, & x<0,\\ \frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}(a+1)x^2+ax, & x\geqslant 0.\end{cases}$ 若函数 $y=f(x)-ax-b$ 恰有 3 个零点, 则

A. $a<-1,\ b<0$　　B. $a<-1,\ b>0$

C. $a>-1,\ b<0$　　D. $a>-1,\ b>0$

10. 设 $a,b\in\mathbf{R}$, 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=a$, $a_{n+1}=a_n^2+b$, $n\in\mathbf{N}^*$, 则

A. 当 $b=\frac{1}{2}$ 时, $a_{10}>10$　　B. 当 $b=\frac{1}{4}$ 时, $a_{10}>10$

C. 当 $b=-2$ 时, $a_{10}>10$　　D. 当 $b=-4$ 时, $a_{10}>10$

非选择题部分(共 110 分)

二、填空题:本大题共 7 小题, 多空题每题 6 分, 单空题每题 4 分, 共 36 分。

11. 复数 $z=\frac{1}{1+i}$(i 为虚数单位), 则 $|z|=$______.

12. 已知圆 C 的圆心坐标是 $(0,m)$, 半径长是 r. 若直线 $2x-y+3=0$ 与圆 C 相切于点 $A(-2,-1)$, 则 $m=$______, $r=$______.

13. 在二项式 $(\sqrt{2}+x)^9$ 的展开式中, 常数项是______, 系数为有理数的项的个数是______.

14. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90°$, $AB=4$, $BC=3$, 点 D 在线段 AC 上. 若 $\angle BDC=45°$, 则 $BD=$______, $\cos\angle ABD=$______.

15. 已知椭圆 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$ 的左焦点为 F, 点 P 在椭圆上且在 x 轴的上方. 若线段 PF 的中点在以原点 O 为圆心, $|OF|$ 为半径的圆上, 则直线 PF 的斜率是______.

16. 已知 $a\in\mathbf{R}$, 函数 $f(x)=ax^3-x$. 若存在 $t\in\mathbf{R}$, 使得 $|f(t+2)-f(t)|\leqslant\frac{2}{3}$, 则实数 a 的最大值是______.

17. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 1. 当每个 $\lambda_i(i=1,2,3,4,5,6)$ 取遍 ±1 时,

$$|\lambda_1\overrightarrow{AB}+\lambda_2\overrightarrow{BC}+\lambda_3\overrightarrow{CD}+\lambda_4\overrightarrow{DA}+\lambda_5\overrightarrow{AC}+\lambda_6\overrightarrow{BD}|$$

的最小值是______, 最大值是______.

三、解答题：本大题共 5 小题，共 74 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

18.（本题满分 14 分）设函数 $f(x)=\sin x$，$x\in\mathbf{R}$.

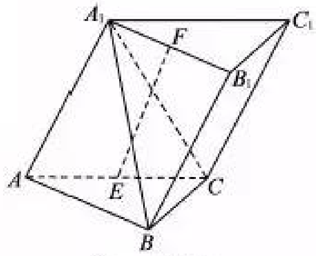
（Ⅰ）已知 $\theta\in[0,2\pi)$，函数 $f(x+\theta)$ 是偶函数，求 θ 的值；

（Ⅱ）求函数 $y=[f(x+\frac{\pi}{12})]^2+[f(x+\frac{\pi}{4})]^2$ 的值域.

19.（本题满分 15 分）如图，已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$，平面 $A_1ACC_1\perp$ 平面 ABC，$\angle ABC=90°$，$\angle BAC=30°$，$A_1A=A_1C=AC$，E，F 分别是 AC，A_1B_1 的中点.

（Ⅰ）证明：$EF\perp BC$；

（Ⅱ）求直线 EF 与平面 A_1BC 所成角的余弦值.



（第 19 题图）

20.（本题满分 15 分）设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_3=4$，$a_4=S_3$. 数列 $\{b_n\}$ 满足：对每个 $n\in\mathbf{N}^*$，S_n+b_n，$S_{n+1}+b_n$，$S_{n+2}+b_n$ 成等比数列.

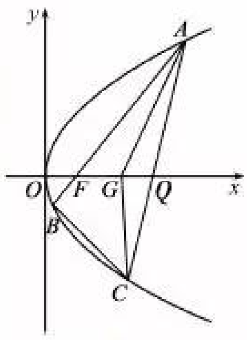
（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）记 $c_n=\sqrt{\frac{a_n}{2b_n}}$，$n\in\mathbf{N}^*$，证明：$c_1+c_2+\cdots+c_n<2\sqrt{n}$，$n\in\mathbf{N}^*$.

21.（本题满分 15 分）如图，已知点 $F(1,0)$ 为抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点. 过点 F 的直线交抛物线于 A，B 两点，点 C 在抛物线上，使得 $\triangle ABC$ 的重心 G 在 x 轴上，直线 AC 交 x 轴于点 Q，且 Q 在点 F 的右侧. 记 $\triangle AFG$，$\triangle CQG$ 的面积分别为 S_1，S_2.

（Ⅰ）求 p 的值及抛物线的准线方程；

（Ⅱ）求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的最小值及此时点 G 的坐标.



（第 21 题图）

22.（本题满分 15 分）已知实数 $a\neq0$，设函数 $f(x)=a\ln x+\sqrt{1+x}$，$x>0$.

（Ⅰ）当 $a=-\frac{3}{4}$ 时，求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅱ）对任意 $x\in[\frac{1}{e^2},+\infty)$ 均有 $f(x)\leqslant\frac{\sqrt{x}}{2a}$，求 a 的取值范围.

注：$e=2.71828\cdots$ 为自然对数的底数.

微信扫一扫，快速关注