机密★启用前

华大新高考联盟2020届高三1月教学质量测评

理科数学

本试题卷共4页，23题(含选考题)。全卷满分150分。考试用时120分钟。

★祝考试顺利★

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，并将准考证号条形码贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 填空题和解答题的作答：用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答：先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用2B铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
5. 考试结束后，请将答题卡上交。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $M=\{y\mid -1<y<3\}$，$N=\{x\mid x(2x-7)\leqslant 0\}$，则 $M\cup N=$

A. $[0,3)$　　B. $\left(0,\frac{7}{2}\right]$　　C. $\left(-1,\frac{7}{2}\right]$　　D. $\varnothing$

2. 设复数 z 满足 $|z-3|=2$，z 在复平面内对应的点为 $M(a,b)$，则 M 不可能为

A. $(2,\sqrt{3})$　　B. $(3,2)$　　C. $(5,0)$　　D. $(4,1)$

3. 已知 $a=\sqrt[4]{6}$，$b=\log_{\frac{5}{4}}\frac{4}{21}$，$c=\left(\frac{1}{3}\right)^{2.9}$，则

A. $a>b>c$　　B. $a>c>b$　　C. $b>c>a$　　D. $c>a>b$

4. 2019年10月1日，为了庆祝中华人民共和国成立70周年，小明、小红、小金三人以国庆为主题各自独立完成一幅十字绣赠送给当地的村委会，这三幅十字绣分别命名为“鸿福齐天”、“国富民强”、“兴国之路”，为了弄清“国富民强”这一作品是谁制作的，村支书对三人进行了问话，得到回复如下：

小明说：“鸿福齐天”是我制作的；

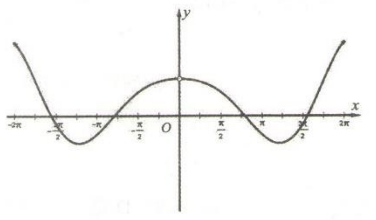
小红说：“国富民强”不是小明制作的，就是我制作的；

小金说：“兴国之路”不是我制作的.

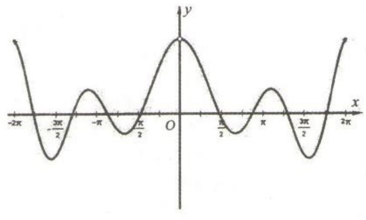
若三人的说法有且仅有一人是正确的，则“鸿福齐天”的制作者是

A. 小明　　B. 小红　　C. 小金　　D. 小金或小明

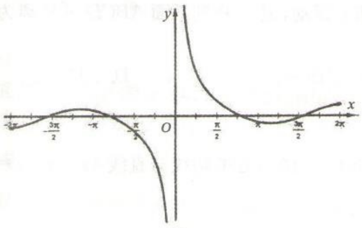
5. 函数 $f(x)=\frac{\sin x}{x}+\frac{x^2\cos x}{20}$ 在 $[-2\pi,0)\cup(0,2\pi]$ 上的图像大致为



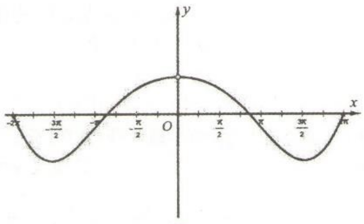
A



B



C



D

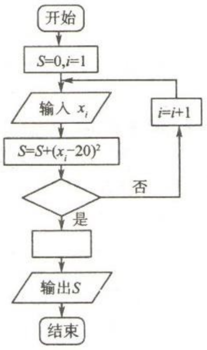
6. 为了加强“精准扶贫”，实现伟大复兴的“中国梦”，某大学派遣甲、乙、丙、丁、戊五位同学参加 A、B、C 三个贫困县的调研工作，每个县至少去 1 人，且甲、乙两人约定去同一个贫困县，则不同的派遣方案共有

A. 24　　B. 36　　C. 48　　D. 64

7. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(m,1)$，$\boldsymbol{b}=(-1,2)$，若 $(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 夹角的余弦值为

A. $-\frac{2\sqrt{13}}{13}$　　B. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$　　C. $-\frac{6\sqrt{13}}{65}$　　D. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$

8. 框图与程序是解决数学问题的重要手段. 实际生活中的一些问题在抽象为数学模型之后，可以制作框图，编写程序，得到解决. 例如，为了计算一组数据的方差，设计了如图所示的程序框图，其中输入 $x_1=15$，$x_2=16$，$x_3=18$，$x_4=20$，$x_5=22$，$x_6=24$，$x_7=25$，则图中空白框中应填入



A. $i>6$，$S=\frac{S}{7}$　　B. $i\geqslant 6$，$S=\frac{S}{7}$

C. $i>6$，$S=7S$　　D. $i\geqslant 6$，$S=7S$

9. 记等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，前 n 项和为 S_n. 若 $S_{10}=40$，$a_6=5$，则

A. $d=3$　　B. $a_{10}=12$

C. $S_{20}=280$　　D. $a_1=-4$

10. 已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，点 $P(x_1,y_1)$，$Q(-x_1,-y_1)$ 在椭圆 C 上，其中 $x_1>0$，$y_1>0$，若 $|PQ|=2|OF_2|$，$\frac{|QF_1|}{|PF_1|}\geqslant\frac{\sqrt{3}}{3}$，则椭圆 C 的离心率的取值范围为

A. $\left(0,\frac{\sqrt{6}-1}{2}\right]$　　B. $(0,\sqrt{6}-2]$

C. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\sqrt{3}-1\right]$　　D. $(0,\sqrt{3}-1]$

11. 关于函数 $f(x)=4\left|\sin\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{3}\right)\right|+4\left|\cos\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{3}\right)\right|$，有下述三个结论：

①函数 $f(x)$ 的一个周期为 $\frac{\pi}{2}$；

②函数 $f(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right]$ 上单调递增；

③函数 $f(x)$ 的值域为 $[4,4\sqrt{2}]$.

其中所有正确结论的编号是

A. ①② B. ② C. ②③ D. ③

12. 已知四棱锥 $S\text{-}ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 为等腰梯形，$AD/\!/BC$，$\angle BAD=120°$，$\triangle SAD$ 是等边三角形，且 $SA=AB=2\sqrt{3}$，若点 P 在四棱锥 $S\text{-}ABCD$ 的外接球面上运动，记点 P 到平面 $ABCD$ 的距离为 d，若平面 $SAD\perp$ 平面 $ABCD$，则 d 的最大值为

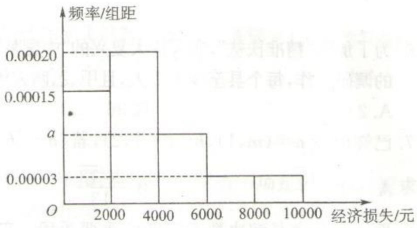
A. $\sqrt{13}+1$ B. $\sqrt{13}+2$ C. $\sqrt{15}+1$ D. $\sqrt{15}+2$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知函数 $f(x)=m(2x+1)^3-2e^x$，若曲线 $y=f(x)$ 在 $(0,f(0))$ 处的切线与直线 $4x+y-2=0$ 平行，则 $m=$________.

14. 设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $2S_n=5a_n-7$，则 $a_n=$________.

15. 由于受到网络电商的冲击，某品牌的洗衣机在线下的销售受到影响，承受了一定的经济损失，现将 A 地区 200 家实体店该品牌洗衣机的月经济损失统计如图所示，估算月经济损失的平均数为 m，中位数为 n，则 $m-n=$________.



16. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，直线 l 是双曲线 C 过第一、三象限的渐近线，记直线 l 的倾斜角为 α，直线 $l':y=\tan\frac{\alpha}{2}\cdot x$，$F_2M\perp l'$，垂足为 M，若 M 在双曲线 C 上，则双曲线 C 的离心率为________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一)必考题：共 60 分。

17.(12 分)

已知△ABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c. 设 $\frac{3\sin B}{\sin C}+\frac{3\sin C}{\sin B}=\frac{3\sin^2 A}{\sin B\sin C}+4\sqrt{2}$.

(1)求 $\tan A$ 的值；

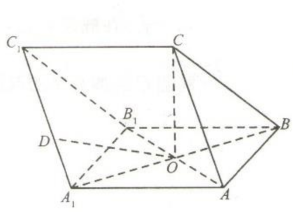
(2)若 $\sqrt{2}\sin B=3\sin C$，且 $S_{\triangle ABC}=2\sqrt{2}$，求 a 的值.

18.(12 分)

如图所示，在三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，△ABC 为等边三角形，$\angle BAB_1=\angle BB_1A$，$AB_1\cap A_1B=O$，$CO\perp$ 平面 ABB_1A_1，D 是线段 A_1C_1 上靠近 A_1 的三等分点.

(1)求证：$AB\perp AA_1$；

(2)求直线 OD 与平面 A_1ACC_1 所成角的正弦值.



19.(12分)

记抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，点 D,E 在抛物线 C 上，且直线 DE 的斜率为1，当直线 DE 过点 F 时，$|DE|=4$.

(1)求抛物线 C 的方程；

(2)若 $G(2,2)$，直线 DO 与 EG 交于点 H，$\overrightarrow{DI}+\overrightarrow{EI}=\mathbf{0}$，求直线 HI 的斜率.

20.(12分)

已知函数 $f(x)=e^x-2x-\cos x$.

(1)当 $x\in(-\infty,0)$ 时，求证：$f(x)>0$；

(2)若函数 $g(x)=f(x)+\ln(x+1)$，求证：函数 $g(x)$ 存在极小值.

21.(12分)

为了拓展城市的旅游业，实现不同市区间的物资交流，政府决定在A市与B市之间建一条直达公路，中间设有至少8个的偶数个十字路口，记为 $2m$，现规划在每个路口处种植一颗杨树或者木棉树，且种植每种树木的概率均为 $\frac{1}{2}$.

(1)现征求两市居民的种植意见，看看哪一种植物更受欢迎，得到的数据如下所示：

	A市居民	B市居民
喜欢杨树	300	200
喜欢木棉树	250	250

是否有99.9%的把握认为喜欢树木的种类与居民所在的城市具有相关性；

(2)若从所有的路口中随机抽取4个路口，恰有 X 个路口种植杨树，求 X 的分布列以及数学期望；

(3)在所有的路口种植完成后，选取3个种植同一种树的路口，记总的选取方法数为 M，求证：$3M\geqslant m(m-1)(m-2)$.

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(K^2\geqslant k)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k	2.706	3.841	6.635	10.828

(二)选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一题计分。

22.[选修4—4：坐标系与参数方程](10分)

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+2\cos\theta,\\ y=2\sin\theta\end{cases}$ (θ 为参数)，以原点为极点，x 轴的非负半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2=\dfrac{4}{\cos^2\alpha+4\sin^2\alpha}$.

(1)求曲线 C_1 的极坐标方程以及曲线 C_2 的直角坐标方程；

(2)若直线 $l:y=kx$ 与曲线 C_1、曲线 C_2 在第一象限交于 P,Q 两点，且 $|OP|=2|OQ|$，点 M 的坐标为 $(2,0)$，求 $\triangle MPQ$ 的面积.

23.[选修4—5：不等式选讲](10分)

已知 $a>0,b>0,c>0$.

(1)求证：$a^4-a^2b^2+b^4\geqslant\dfrac{ab(a^4+b^4)}{a^2+b^2}$；

(2)若 $abc=1$，求证：$a^3+b^3+c^3\geqslant ab+bc+ac$.