

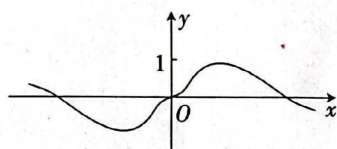
## 高三考试数学试卷

### 注意事项:

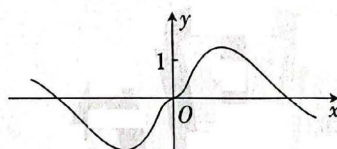
1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:集合、常用逻辑用语、不等式、函数、导数、三角函数、解三角形、复数、平面向量。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

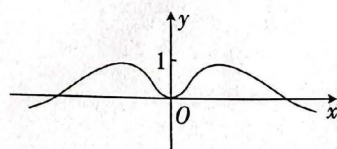
1. 设集合  $A = \{-1, 3, 7\}$ ,  $B = \{4, 7\}$ ,  $C = \{x | -2 \leq x \leq 6\}$ , 则  $(A \cup B) \cap C =$ 
  - A.  $\{-1, 3\}$
  - B.  $\{-1, 3, 4\}$
  - C.  $\{3, 4, 7\}$
  - D.  $\{x | -2 \leq x \leq 6\}$
2. 命题“ $\exists n \in \mathbf{N}, \frac{1}{\sqrt{n}} > \frac{1}{2}$ ”的否定为
  - A.  $\forall n \in \mathbf{N}, \frac{1}{\sqrt{n}} \leq \frac{1}{2}$
  - B.  $\forall n \in \mathbf{N}, \frac{1}{\sqrt{n}} > \frac{1}{2}$
  - C.  $\exists n \in \mathbf{N}, \frac{1}{\sqrt{n}} \leq \frac{1}{2}$
  - D.  $\exists n \notin \mathbf{N}, \frac{1}{\sqrt{n}} > \frac{1}{2}$
3. 已知复数  $z$  满足  $z(1+3i) = 4+i$ , 则  $z =$ 
  - A.  $-\frac{1}{8} - \frac{11}{8}i$
  - B.  $-\frac{1}{8} + \frac{11}{8}i$
  - C.  $\frac{7}{10} + \frac{11}{10}i$
  - D.  $\frac{7}{10} - \frac{11}{10}i$
4. 函数  $f(x) = \frac{2x \sin x}{x^2 + 1}$  在区间  $[-4, 4]$  上的大致图象是



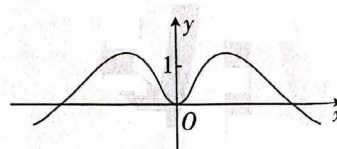
A



B



C



D

【高三数学 第 1 页 (共 4 页)】

5. 某质点的位移  $y$  (单位: m) 与时间  $t$  (单位: s) 满足函数关系式  $y=t^3+3t^2-t$ , 当  $t=t_0$  时, 该质点的瞬时速度大于 8 m/s, 则  $t_0$  的取值范围是
- A.  $(\frac{1}{3}, +\infty)$       B.  $(1, +\infty)$       C.  $(\frac{1}{2}, +\infty)$       D.  $(\frac{3}{2}, +\infty)$
6. 在  $\triangle ABC$  中,  $\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{BD}$ ,  $\overrightarrow{CF}=2\overrightarrow{FA}$ ,  $E$  是边  $AB$  的中点,  $EF$  与  $AD$  交于点  $P$ , 若  $\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AC}$ , 则  $m+n=$
- A.  $\frac{3}{7}$       B.  $\frac{4}{7}$       C.  $\frac{6}{7}$       D. 1
7. 已知函数  $f(x)=\begin{cases} 2\times 3^x-a-5, & x<0, \\ \ln(x^2-4x-a), & x\geq 0, \end{cases}$  则“ $-5<a<-3$ ”是“ $f(x)$ 有 3 个零点”的
- A. 充要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充分不必要条件      D. 既不充分也不必要条件
8. 若函数  $f(x)=2\sin(\omega x-\frac{\pi}{3})$  ( $\omega>0$ ) 在  $(0, \pi)$  内恰好存在 8 个  $x_0$ , 使得  $|f(x_0)|=1$ , 则  $\omega$  的取值范围为
- A.  $[\frac{19}{6}, \frac{7}{2})$       B.  $(\frac{19}{6}, \frac{7}{2}]$       C.  $[\frac{7}{2}, \frac{25}{6})$       D.  $(\frac{7}{2}, \frac{25}{6}]$
- 二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.
9. 已知向量  $\overrightarrow{OA}=(1, 2)$ ,  $\overrightarrow{AB}=(-3, 1)$ ,  $\overrightarrow{OC}=(m, 4)$ ,  $OA\perp OC$ , 则
- A.  $\overrightarrow{OB}=(-2, 3)$       B.  $\overrightarrow{AC}=(9, 2)$   
C.  $|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{OC}|=\sqrt{34}$       D.  $\overrightarrow{OB}$  在  $\overrightarrow{OC}$  上的投影向量为  $\frac{7}{40}\overrightarrow{OC}$
10. 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  满足  $f(xy)=f(x)f(y)-f(x)-f(y)+2$ ,  $f(0)<2$ ,  $f(0)\neq f(1)$ , 且  $f(x)>0$ , 则
- A.  $f(0)=1$       B.  $f(-1)=2$   
C.  $f(-x)=2f(x)$       D.  $f(-x)=f(x)$
11. 若函数  $f(x)=\sin^2 x+a\sin 2x$  的最小值为  $m$ , 则
- A. 当  $a=\frac{\sqrt{3}}{2}$  时,  $f(x)$  的图象关于点  $(\frac{\pi}{12}, 0)$  对称  
B. 当  $a=1$  时,  $m=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$   
C. 存在实数  $a$  与  $m$ , 使得  $a^2+m^2=1$   
D. 当  $a=\frac{\sqrt{3}}{2}$  时, 将曲线  $y=f(x)$  向左平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位长度, 得到曲线  $y=\frac{1}{2}+\cos(2x-\frac{\pi}{6})$
12. 已知实数  $a, b, c$  满足  $c>1$ , 且  $c^2+ab=c+abc$ , 则下列结论正确的是
- A.  $|a|+|b|>2$   
B. 若  $c=a+b$ , 则  $3a+4b$  的最小值为  $7+4\sqrt{3}$   
C.  $\log_2|a|+\log_2|b|-\log_2(1+c^2)$  的最大值为  $-1$   
D. 若  $4c^2-a^4-b^4=6$ , 则  $c$  的最小值为  $\sqrt{3}$

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在答题卡中的横线上.

13. 已知一个扇形的圆心角为  $\frac{\pi}{9}$ ,弧长为  $\frac{\pi}{3}$ ,则该扇形的面积为  $\underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$ .

14. 若函数  $f(x) = x + \frac{2}{x} + 1$ ,  $f(\lg m) = 6$ ,  $f(\lg 2 + \lg n) = 4$ ,则  $f(\lg \frac{1}{m}) = \underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$ ;  $n$  的值为  $\underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$ .

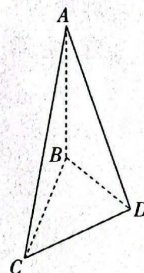
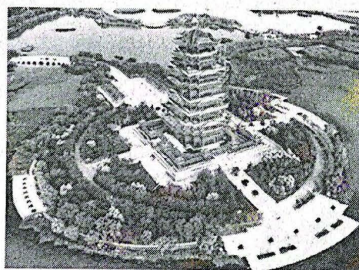
15.  $a, b, c$  分别为  $\triangle ABC$  内角  $A, B, C$  的对边. 已知  $a^2 + b^2 = \frac{5}{2}c^2$ ,则  $\cos C$  的最小值为  $\underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$ .

16. 已知函数  $f(x), g(x)$  的导函数都存在,若  $f'(x)g(x) + f(x)g'(x) < 10x$ ,且  $f(2)g(2) - f(1)g(1)$  为整数,则  $f(2)g(2) - f(1)g(1)$  的可能取值的最大值为  $\underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$ .

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

山东省滨州市的黄河楼位于蒲湖水面内东南方向的东关岛上,渤海五路以西,南环路以北.整个黄河楼颜色质感为灰红,意味黄河楼气势恢宏,更在气势上体现黄河的宏壮.如图,小张为了测量黄河楼的实际高度  $AB$ ,选取了与楼底  $B$  在同一水平面内的两个测量基点  $C, D$ ,现测得  $\angle BCD = 30^\circ$ ,  $\angle BDC = 95^\circ$ ,  $CD = 116$  m,在点  $D$  处测得黄河楼顶  $A$  的仰角为  $45^\circ$ ,求黄河楼的实际高度(结果精确到 0.1 m,取  $\sin 55^\circ = 0.82$ ).



18. (12 分)

已知函数  $f(x) = 2x^3 - ax + 7$ .

(1) 求曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程.

(2) 证明:(1)中的切线经过定点.

(3) 若  $f(x)$  在  $(1, +\infty)$  上有极值,求  $a$  的取值范围,并指出该极值是极大值还是极小值.

19. (12分)

已知函数  $f(x) = 2\cos(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$ ) 的图象经过点  $A(\frac{\pi}{3}, -2)$ , 且  $f(x)$  图象上相邻的两条对称轴之间的距离是  $\frac{\pi}{2}$ .

(1) 求  $f(x)$  的单调递增区间;

(2) 若  $\forall x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ,  $|f(x) - m| \leq 2$ , 求  $m$  的取值范围.

20. (12分)

已知  $p(\alpha) = [\cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha)]^2 - 3\sin(\pi - \alpha)\cos(\pi + \alpha)$ .

(1) 设  $p(\alpha) = 2$ , 求  $\tan(\alpha - \frac{\pi}{4})$  的值;

(2) 若  $\sin \alpha$  是方程  $x^4 + \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{81} = \frac{4}{3}x^3 + \frac{4}{27}x$  的实根, 且  $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 求  $p(\alpha)$  的值.

21. (12分)

已知函数  $f(x) = 2^{1+ax} - x$  ( $a \neq 0$ ).

(1) 若  $a = -1$ , 求  $f(x)$  在  $[-1, 1]$  上的值域;

(2) 若函数  $y = f(f(x)) - x$  恰有两个零点, 求  $a$  的取值范围.

22. (12分)

已知函数  $f(x) = x(a + \ln x)$ .

(1) 讨论函数  $y = f(-x)$  的单调性;

(2) 若  $a = 0$ , 证明:  $\forall x \in (1, +\infty), 2\ln x f(\ln x) < x$  (提示:  $e^4 > 54$ ).

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

