太原五中 2022-2023 学年第二学期月考答案 2023.5.11

1.【答案】B

【解析】

因为集合 $M=\{x\mid x^2-2x-3<0\}=\{x\mid -1<x<3\}, N=\{x\in\mathbf{N}\mid |x|\le 3\}=\{0,1,2,3\}$，

所以 $P=M\cap N=\{0,1,2\}$,所以 P 中所有元素的和为 $0+1+2=3$.故选 B.

2.【答案】B

【解析】

$\because$ 函数 $f(x)=\dfrac{3x^2}{\sqrt{1-x}}+\lg(3x+1)$ ，

$\therefore \begin{cases}1-x>0\\3x+1>0\end{cases}$；解得 $-\dfrac{1}{3}<x<1$ ，

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 的定义域是 $\left(-\dfrac{1}{3},1\right)$.

故选：B.

3.【答案】D

【解析】解：由 $x^2-x-2<0$ 得 $-1<x<2$，

因此，若 $x^2-x-2<0$ 是 $-2<x<a$ 的充分不必要条件，则 $a\ge 2$.

故选 D.

4.【答案】A

【解析】

【分析】由题意可得 $b=\dfrac{a^2}{4}$，然后求出不等式 $f(x)<c$ 的解，结合已知条件可得出关于 c 的方程，进而可求得 c 的值.

【详解】由题意知 $f(x)=x^2+ax+b=\left(x+\dfrac{a}{2}\right)^2+b-\dfrac{a^2}{4}$，

因为函数 $f(x)$ 的值域为 $[0,+\infty)$，所以，$b-\dfrac{a^2}{4}=0$，可得 $b=\dfrac{a^2}{4}$，

由 $f(x)<c$ 可知 $c>0$，且有 $\left(x+\frac{a}{2}\right)^2<c$，解得 $-\frac{a}{2}-\sqrt{c}<x<-\frac{a}{2}+\sqrt{c}$，

所以，$m=-\frac{a}{2}-\sqrt{c}$，$m+6=-\frac{a}{2}+\sqrt{c}$，所以，$6=(m+6)-m=2\sqrt{c}$，解得 $c=9$.

故选：A.

5.【答案】C

【解析】

解：不等式 $mx^2-6x+3m<0$，即为 $(x^2+3)m<6x$，

$\because x^2+3>0$，问题转化为存在 $x\in(0,2]$ 时，使不等式 $m<\frac{6x}{x^2+3}$ 成立，

即 $m<\left(\frac{6x}{x^2+3}\right)_{\max}, (x\in(0,2])$，

而 $\frac{6x}{x^2+3}=\frac{6}{x+\frac{3}{x}}\leqslant\frac{6}{2\sqrt{x\cdot\frac{3}{x}}}=\sqrt{3}$，(当且仅当 $x=\sqrt{3}$ 时，取等号)，

此时 $m<\sqrt{3}$，则实数 m 的取值范围是 $(-\infty,\sqrt{3})$.

故选 C.

6.【答案】A

【解析】

解：$x\leq 0$ 时，$f(x)=\left(\frac{1}{e}\right)^x$ 单调递减，

$x>0$ 时，$f(x)=-(x+1)^2+2$ 单调递减，且 $\left(\frac{1}{e}\right)^0=-(0+1)^2+2$，

故函数 $f(x)$ 在 R 上单调递减，

故 $f(a-1)\geqslant f(-a)$ 等价于 $a-1\leq -a$，解得 $a\leq\frac{1}{2}$.

故选 A.

7.【答案】D

【解析】

解：当$\frac{1}{2} \leqslant x \leqslant 2$时，则 f（x）的值域为[-1，1]，

当$\frac{1}{2} \leqslant x \leqslant 2$时，$2 \times \frac{1}{2} + a \leqslant g(x) \leqslant 4 + a$，即 1＋a≤g（x）≤4＋a，

则 g（x）的值域为[1＋a，4＋a]，

若存在$x_1, x_2 \in \left[\frac{1}{2}, 2\right]$，使得 f（$x_1$）＝g（$x_2$），则$[1+a, 4+a] \cap [-1, 1] \neq \varnothing$．

若$[1+a, 4+a] \cap [-1, 1] = \varnothing$，则 1＋a＞1 或 4＋a＜-1，得 a＞0 或 a＜-5，

则当$[1+a, 4+a] \cap [-1, 1] \neq \varnothing$时，-5≤a≤0，即实数 a 的取值范围是[-5，0]．

故答案为　D.

8.【答案】A

【解析】

一：∵方程$2x^2 - ax - 1 = 0$的　$\Delta = a^2 + 8 > 0$，

∴方程$2x^2 - ax - 1 = 0$有两个实根$\frac{a \pm \sqrt{a^2+8}}{4}$，

$$\therefore f(x) = \begin{cases} -2x^2 + 2ax + 1, \left(\frac{a - \sqrt{a^2+8}}{4} < x < \frac{a + \sqrt{a^2+8}}{4}\right) \\ 2x^2 - 1, \left(x \leqslant \frac{a - \sqrt{a^2+8}}{4} \text{或} x \geqslant \frac{a + \sqrt{a^2+8}}{4}\right) \end{cases}.$$

（1）当$\frac{a - \sqrt{a^2+8}}{4} < x < \frac{a + \sqrt{a^2+8}}{4}$时，$f(x) = -2x^2 + 2ax + 1 \geqslant -\frac{1}{2}$恒成立，

∴　$4x^2 - 4ax - 3 \leqslant 0$　恒　成　立，　且　函　数　$y=4x^2-4ax-3$　对　称　轴　为 $x = \frac{a}{2} \in \left(\frac{a - \sqrt{a^2+8}}{4}, \frac{a + \sqrt{a^2+8}}{4}\right)$，

∴　$y_{\max} = 4 \times \left(\frac{a - \sqrt{a^2+8}}{4}\right)^2 - 4a \cdot \frac{a - \sqrt{a^2+8}}{4} - 3 = \frac{-a^2 + a\sqrt{a^2+8} - 2}{2} \leqslant 0$，

整理得$a\sqrt{a^2+8} \leqslant a^2 + 2$，

①当 a≤0 时，不等式恒成立，②当 a>0 时，不等式两边同时平方可得$a^2 \leqslant 1$，即$0 < a \leqslant 1$；综上①②所述，a≤1；

（2）当$x \leqslant \frac{a - \sqrt{a^2+8}}{4}$或$x \geqslant \frac{a + \sqrt{a^2+8}}{4}$时，$2x^2 - 1 \geqslant -\frac{1}{2}$，即$4x^2 - 1 \geqslant 0$恒成立，

③若 a≤0，则函数 $y=4x^2-1$ 的最小值为$4 \times \left(\frac{a + \sqrt{a^2+8}}{4}\right)^2 - 1 = \frac{a^2 + a\sqrt{a^2+8} + 2}{2}$，

$\therefore a^2+a\sqrt{a^2+8}+2 \geqslant 0$ 恒成立，即 $-a\sqrt{a^2+8} \leqslant a^2+2$，解得 $-1 \leqslant a \leqslant 1$，

即 $-1 \leqslant a \leqslant 0$；

④若 a>0，则函数 $y=4x^2-1$ 的最小值为 $4\times\left(\frac{a-\sqrt{a^2+8}}{4}\right)^2-1=\frac{a^2-a\sqrt{a^2+8}+2}{2}$，

$\therefore a^2-a\sqrt{a^2+8}+2 \geqslant 0$ 恒成立，即 $a\sqrt{a^2+8} \leqslant a^2+2$，解得 $-1 \leqslant a \leqslant 1$，

即 $0 < a \leqslant 1$，

综③④所述，$-1\leqslant a\leqslant 1$，

综上所述，a 的取值范围是 $[-1,1]$，

故选 A.

二、

A【解析】函数 $f(x)=|2x^2-ax-1|+ax$，若 $f(x)\geqslant -\frac{1}{2}$ 恒成立，即为 $|2x^2-ax-1|\geqslant -ax-\frac{1}{2}$ 恒成立，可得 $2x^2-ax-1\geqslant -ax-\frac{1}{2}$ 或 $2x^2-ax-1\leqslant ax+\frac{1}{2}$ 恒成立，即 $2x^2\geqslant\frac{1}{2}$，解得 $x\geqslant\frac{1}{2}$ 或 $x\leqslant-\frac{1}{2}$；则 $2x^2-ax-1\leqslant ax+\frac{1}{2}$ 在 $-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{2}$ 恒成立，当 $x=0$ 时，$-1<\frac{1}{2}$ 恒成立，当 $0<x\leqslant\frac{1}{2}$ 时，有 $2ax\geqslant 2x^2-\frac{3}{2}$，即 $2a\geqslant 2x-\frac{3}{2x}$，由 $g(x)=2x-\frac{3}{2x}$ 在 $0<x\leqslant\frac{1}{2}$ 递增，可得 $g(x)$ 的最大值为 -2，则 $2a\geqslant-2$，即 $a\geqslant-1$；同理可得 $-\frac{1}{2}\leqslant x<0$ 时，$2a\leqslant 2x-\frac{3}{2x}$，由 $g(x)=2x-\frac{3}{2x}$ 在 $-\frac{1}{2}\leqslant x<0$ 递增，可得 $g(x)$ 的最小值为 2，则 $2a\leqslant 2$，即 $a\leqslant 1$，综上可得 $-1\leqslant a\leqslant 1$. 故选 A.

二、多选

9. 【答案】BC

【解析】对于 A，σ 越大，则数据越分散，所以产品的质量指标值落在 $(49.9,50.1)$ 内的概率越小，所以 A 错误，

对于 B，因为产品的质量指标值服从正态分布 $(50,\sigma^2)$，所以正态分布的图象关于直线 $x=50$ 对称，所以该产品的质量指标值大于 50 的概率为 0.5，所以 B 正确，

对于 C，由选项 B 可知正态分布的图象关于直线 $x=50$ 对称，所以该产品的质量指标值大于 50.01 的概率与小于 49.99 的概率相等，所以 C 正确，

对于 D，由选项 B 可知正态分布的图象关于直线 $x=50$ 对称，所以由正态分布的图象可知

该产品的质量指标值落在$(49.9,50.2)$内的概率大于落在$(50,50.3)$内的概率，所以 D 错误，

故选：BC

10.【答案】ABD

【解析】

本题考查命题真假判断.A 项正确;B 项正确;C 项所求平均值为 7,故错误;D 项正确.

11.【答案】ABD

【解析】

设等高条形图对应2×2列联表如下:

	35 岁及以上	35 岁以下	总计
男性	a	c	$a+c$
女性	b	d	$b+d$
总计	$a+b$	$c+d$	$a+b+c+d$

根据第 1 个等高条形图可知,35 岁及以上男性比 35 岁及以上女性多,即$a>b$;35 岁以下男性比”岁以下女性多，即$c>d$.根据第 2 个等高条形图可知,男性中 35 岁及以上的比 35 岁以下的多,即$a>c$;女性中 35 岁及以上的比 35 岁以下的多,即$b>d$,对于 A,男性人数为$a+c$,女性人数为$b+d$,因为$a>b,c>d$,所以$a+c>b+d$,所以 A 正确;

对于 B,35 岁及以上女性人数为 b,35 岁以下女性人数为 d,因为$b>d$,所以 B 正确;

对于 C,35 岁以下男性人数为 c,35 岁及以上女性人数为 b,无法从图中直接判断 b 与 c 的大小关系,所以 C 不一定正确;

对于 D,35 岁及以上的人数为$a+b$,35 岁以下的人数为$c+d$,因为$a>c,b>d$,所以$a+b>c+d$所以 D 正确.

12.【答案】BD

【解析】

由函数$y=x-\frac{1}{x}$在$(-\infty,-1)$上为增函数可知,当$a<b<-1$时,$a-\frac{1}{a}<b-\frac{1}{b}$，故选项 A 错误；

由函数$y=x+\frac{1}{x}$在在$(-\infty,-1)$上为增函数可知,当$a<b<-1$时,$a-\frac{1}{a}<b-\frac{1}{b}$，故选项 B 正确；

由于 $a<b$,则 $b-a>0$,但不确定 $b-a$ 与 1 的大小关系,故 $\ln(b-a)$ 与 0 的大小关系不确定,

故选项 C 错误;

由 $a<b<-1$ 可知,$\frac{a}{b}>1,0<\frac{b}{a}<1$,而 $c>0$,则 $\left(\frac{a}{b}\right)^{c}>1>\left(\frac{b}{a}\right)^{c}>0$,故选项 D 正确。

二、填空:

13.【答案】[0, 2]

解:要使函数 y=$\sqrt{3-2x-x^2}$ 的解析式有意义,

自变量 x 须满足 3-2x-$x^2\geqslant 0$, 解得 x∈[-3, 1],

当 x=-3 或 x=1 时, 函数 y=$\sqrt{3-2x-x^2}$ 取最小值 0,

当 x=-1 时,函数 y=3-2x-x^2 取最大值为 4,

故函数 y=$\sqrt{3-2x-x^2}$ 的最大值为 2,

故函数 y=$\sqrt{3-2x-x^2}$ 的值域是[0, 2].

14.【答案】$2x+\frac{2}{5}$

此题考查求函数解析式,涉及换元法,方程法求解析式,拔高题.

利用换元法,令 $t=x-1$,则 $x=t+1$,代入关系式,再用方程组法求出解析式.

【解答】

解:令 $t=x-1$,则 $x=t+1$,$t\in\mathbf{R}$. 原式可变为 $3f(t)+2f(-t)=2(t+1)$①,

用 $-t$ 代替 t,则有 $3f(-t)+2f(t)=2(1-t)$②,

由①②消去 $f(-t)$ 得 $f(t)=2t+\frac{2}{5}$,

$\therefore f(x)=2x+\frac{2}{5}$. 故答案为:$2x+\frac{2}{5}$

.

15.【答案】$\frac{9}{2}+\sqrt{2}$

解：因为 $\frac{x}{x-1}+\frac{2y}{y-1}=1+\frac{1}{x-1}+2+\frac{2}{y-1}=3+\frac{1}{x-1}+\frac{2}{y-1}$，

因为 $(x-1)+(y-1)=x+y-2=2$，

所以 $3+\frac{1}{x-1}+\frac{2}{y-1}=\frac{1}{2}[(x-1)+(y-1)]\left(\frac{1}{x-1}+\frac{2}{y-1}\right)+3$

$=\frac{1}{2}\left[3+\frac{y-1}{x-1}+2\cdot\frac{x-1}{y-1}\right]+3\geqslant\frac{1}{2}\left[3+2\sqrt{\frac{y-1}{x-1}\times\left(2\cdot\frac{x-1}{y-1}\right)}\right]+3$

$=\frac{1}{2}\left(3+2\sqrt{2}\right)+3=\frac{9}{2}+\sqrt{2}$

当且仅当 $\frac{y-1}{x-1}=2\cdot\frac{x-1}{y-1}$ 时，即 $x=-1+2\sqrt{2},y=5-2\sqrt{2}$ 时取等，

所以最小值为 $\frac{9}{2}+\sqrt{2}$.

故答案为：$\frac{9}{2}+\sqrt{2}$.

16.【答案】[0，4)

【解析】

$f(x)=0\Rightarrow x=0$ 或 $x=-a$； $f(f(x))=0\Rightarrow f(x)=0$ 或 $f(x)=-a$，由

$f(x)=0\Rightarrow x=0$ 或 $x=-a$，则 $f(x)=-a$ 即 $x^2+ax+a=0$ 无解或根为 0 或 $-a$，

$\Delta<0\Rightarrow 0<a<4$，或 $a=0$

所以[0，4)

三、解答题：

17.（本题满分 10 分）

解：（1）若 a=2，则 N={x|3≤x≤5}，

则 $\complement_R N$ ={x|x>5 或 x<3}；

则 M∩（$\complement_R N$ ）={x|-2≤x<3}；

（2）若 M∪N=M，则 N⊆M，

①若 N=∅，即 a+1>2a+1，得 a<0，此时满足条件；

②当 N≠∅，则满足 $\begin{cases}a+1\leqslant 2a+1\\2a+1\leqslant 5\\a+1\geqslant -2\end{cases}$ ，得 0≤a≤2，

综上 a≤2，

故 a 的取值范围是 $\{a|a\leqslant 2\}$.

18.（本题满分 10 分）

解:(Ⅰ)f(x)在[-1,1]上单调递增.

$\forall x_1, x_2 \in [-1,1]$，且 $x_1 < x_2$，

则 $f(x_1)-f(x_2)=\dfrac{3x_1}{1+x_1^2}-\dfrac{3x_2}{1+x_2^2}$

$=\dfrac{3x_1(1+x_2^2)-3x_2(1+x_1^2)}{(1+x_1^2)(1+x_2^2)}=\dfrac{3(x_2-x_1)(x_1x_2-1)}{(1+x_1^2)(1+x_2^2)}$,

$\because x_1 < x_2$，$\therefore x_2-x_1>0$,

$\because x_1, x_2 \in [-1,1]$，且 $x_1 < x_2$，

$\therefore x_1x_2<1$，从而 $x_1x_2-1<0$,

又 $1+x_1^2>0$，$1+x_2^2>0$,

$\therefore f(x_1)-f(x_2)=\dfrac{3(x_2-x_1)(x_1x_2-1)}{(1+x_1^2)(1+x_2^2)}<0$,

从而 $f(x_1)<f(x_2)$,

∴f(x)在[-1,1]上单调递增.

(Ⅱ) 由(Ⅰ) 可知 f(x)在[-1,1]上单调递增,

∴当 x∈[-1,1]时，$f(x)_{\min}=f(-1)=-\dfrac{3}{2}$，$f(x)_{\max}=f(1)=\dfrac{3}{2}$,

从而当 x∈[-1,1]时，$|f(x)|_{\max}=\dfrac{3}{2}$,

为满足题意，必须 $3-2m\geqslant\dfrac{3}{2}$,

$\therefore m\leqslant\dfrac{3}{4}$.

19.（本题满分 12 分）

【答案】(1)列联表见解析，有 95%的把握认为本次检测结果等级与性别有关

(2)分布列见解析，$E(\xi)=1$

【详解】（1）由题中的数据补充列联表可得：

	良好以下	良好及以上	合计
男	800	300	1100
女	400	100	500
合计	1200	400	1600

$$K^2=\frac{1600\times(800\times100-400\times300)^2}{1200\times400\times1100\times500}=\frac{320}{33}\approx 9.697>3.841,$$

故有 95% 的把握认为本次体测结果等级与性别有关系.

（2）根据题意，体测结果等级为“良好及以上”的频率为 $\frac{1}{4}$.

可知 ξ 的取值有 0，1，2，3，4， $\xi \sim B\left(4,\frac{1}{4}\right)$，记 $P(\xi=i)\ (i=0,1,2,3,4)$ 为 $\xi=i$ 的概率，

则 $P(\xi=0)=\mathrm{C}_4^0\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^4=\frac{81}{256}$，

$P(\xi=1)=\mathrm{C}_4^1\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^3\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{108}{256}$，

$P(\xi=2)=\mathrm{C}_4^2\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^2\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{54}{256}$，

$P(\xi=3)=\mathrm{C}_4^3\cdot\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)^3=\frac{12}{256}$；

$P(\xi=4)=\mathrm{C}_4^4\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^4=\frac{1}{256}$；

则 ξ 的分布列为：

ξ	0	1	2	3	4
P	$\frac{81}{256}$	$\frac{108}{256}$	$\frac{54}{256}$	$\frac{12}{256}$	$\frac{1}{256}$

所以 ξ 的数学期望 $E(\xi)=4\times\frac{1}{4}=1$.

20.（本题满分 12 分）

解：因为散点（v_i，ω_i）（$1\leqslant i\leqslant 6$）集中在一条直线附近，设回归直线方程为 w=bv+a，

根据题意可得 $\bar{v}=4.1$，$\bar{w}=3.05$，则

$b=\frac{\sum_{i=1}^{6} v_iw_i-6\,\bar{v}\bar{w}}{\sum_{i=1}^{6} v_i^2-6\,\bar{v}^2}=\frac{75.6\times4.1\times3.05}{101.4-6\times4.1\times4.1}=0.5$，a=3.05−0.5×4.1=1，

故变量 w 关于 v 的回归方程为 w=0.5v+1，

又 $v_i=\ln x_i$，$w_i=\ln y_i$，故 $\ln y=0.5\ln x+1$，

所以 $y=ex^{0.5}$，

综上，y 关于 x 的回归方程为 $y=ex^{0.5}$；

(2)由 $\frac{y}{x}=\frac{ex^{0.5}}{x}=\frac{e}{x^{0.5}}\in(\frac{e}{9},\frac{e}{7})$ 得 49<x<81,

所以 x=58,68,78,即 C,D,E 为"主打套餐",则三人中使用主打套餐的人数 X 服从超几何分布,X=0,1,2,3,则

$P(X=0)=\frac{C_3^0C_3^3}{C_6^3}=\frac{1}{20}$, $P(X=1)=\frac{C_3^1C_3^2}{C_6^3}=\frac{9}{20}$,

$P(X=2)=\frac{C_3^2C_3^1}{C_6^3}=\frac{9}{20}$, $P(X=3)=\frac{C_3^3C_3^0}{C_6^3}=\frac{1}{20}$,

则 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{1}{20}$

所以期望 $E(X)=0\times\frac{1}{20}+1\times\frac{9}{20}+2\times\frac{9}{20}+3\times\frac{1}{20}=\frac{3}{2}$.