景德镇市2023届高三第二次质检试题

数 学（理科）

命题 景德镇一中 江宁 黄卓颖 景德镇二中 余敏 乐平中学 徐新新

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，满分150分，考试时间120分钟．

第Ⅰ卷（选择题）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1.已知集合 $A=\{a,b\}$ 的所有非空子集的元素之和等于12，则 $a+b$ 等于(　　)

A．1　　B．3　　C．4　　D．6

2. 已知 i 为虚数单位，若复数 $\dfrac{2-i}{a+i}(a\in\mathbf{R})$ 为纯虚数，则复数 $z=2a-i$ 在复平面上对应的点所在的象限为(　　)

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3.已知向量 $\vec{a}=(2,3)$，$\vec{b}=(2,\sin\alpha-3)$，$\vec{c}=(2,\cos\alpha)$，若 $(\vec{a}+\vec{b})//\vec{c}$，则 $\tan\alpha$ 的值为(　　)

A．2　　B．-2　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．$-\dfrac{1}{2}$

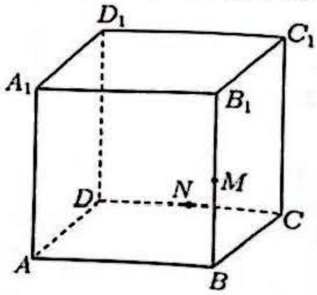
4. 已知一个实心铜质的圆锥形材料的底面半径为4，圆锥母线长 $2\sqrt{5}$，现将它熔化后铸成一个实心铜球，不计损耗，则铜球的表面积为（　）

A．8π　　B．16π　　C．24π　　D．32π

5.斐波那契(约 $1170\sim1250$)是意大利数学家，他研究了一列数，这列数非常奇妙，被称为斐波那契数列．后来人们在研究它的过程中，发现了许多意想不到的结果，在实际生活中，很多花朵(如梅花，飞燕草，万寿菊等)的瓣数恰是斐波那契数列中的数，斐波那契数列还有很多有趣的性质，在实际生活中也有广泛的应用．斐波那契数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=a_2=1$，$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n(n\in\mathbf{N}^*)$，设 $1+a_3+a_5+a_7+a_9+\cdots+a_{2023}=a_k$，则 $k=$(　)

A. 2022　　B. 2023　　C. 2024　　D. 2025

6. 如图，已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为2，M，N 分别为 BB_1，CD 的中点．则下列选项中错误的是（　　）



A. 直线 MN // 平面 CB_1D_1

B. 三棱锥 A_1-MND_1 在平面 $ABCD$ 上的正投影图的面积为4

C. 在棱 BC 上存在一点 E，使得平面 $AEB_1\perp$ 平面 MNB

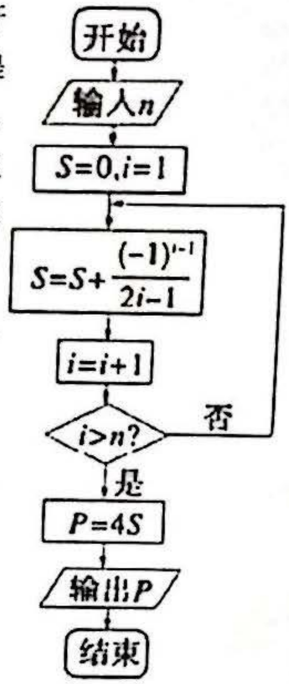
D. 若 F 为棱 AB 的中点，三棱锥 $M-NFB$ 的外接球表面积为 6π

7. 已知抛物线 C：$y^2=2x$ 的焦点为 F，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$ 是 C 上两点，若 $y_2^2-2y_1^2=1$，

则 $\dfrac{|BF|}{|AF|}=$（　　）

A. $\dfrac{1}{2}$　　　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　　　C. $\sqrt{2}$　　　　D. 2

8. 德国数学家莱布尼兹于 1674 年得到了第一个关于 π 的级数展开式，该公式于明朝初年传入我国．我国数学家、天文学家明安图为提高我国的数学研究水平，从乾隆初年（1736 年）开始，历时近 30 年，证明了包括这个公式在内的三个公式，同时求得了展开三角函数和反三角函数的 6 个新级数公式，著有《割圆密率捷法》一书，为我国用级数计算 π 开创先河，如图所示的程序框图可以用莱布尼兹"关于 π 的级数展开式计算 π 的近似值（其中 P 表示 π 的近似值）"．若输入 $n=9$，输出的结果 P 可以表示为（　）



A. $P=4(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots+\frac{1}{13})$

B. $P=4(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots-\frac{1}{15})$

C. $P=4(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots+\frac{1}{17})$

D. $P=4(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots-\frac{1}{19})$

9. 杨辉是南宋杰出的数学家，他曾担任过南宋地方行政官员，为政清廉，足迹遍及苏杭一带．杨辉一生留下了大量的著述，他给出了著名的三角垛公式：

$1+(1+2)+(1+2+3)+\cdots+(1+2+3+\cdots+n)=\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$．

若正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且满足 $8S_n+1=(2a_n+1)^2$，数列 $\{b_n\}$ 的通项公式为 $b_n=a_n\cdot a_{n+1}$，则根据三角垛公式，可得数列 $\{b_n\}$ 的前 10 项和 T_{10}（　）

A. 440　　　　B. 480　　　　C. 540　　　　D. 580

10. 已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的焦距为 $2c$，过双曲线 C 的右焦点 F 的直线 l 与双曲线 C 的两条渐近线分别交于 A，B 两点，O 为坐标原点，若 $a=c\cdot\sin\angle AFO$ 且 $\overrightarrow{FB}=2\overrightarrow{FA}$，则双曲线 C 的离心率为（　）

A. $\sqrt{3}$　　　　B. $\frac{\sqrt{21}}{3}$　　　　C. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$　　　　D. 2

11. 若抛掷两枚骰子出现的点数分别为 a，b，则在函数 $f(x)=\ln(x^2+ax+b)$ 的值域为 R 的条件下，满足"函数 $g(x)=\dfrac{a^x-b^{-x}}{(a+b)x}$ 为偶函数"的概率为（　）

A. $\dfrac{2}{17}$　　B. $\dfrac{2}{19}$　　C. $\dfrac{3}{17}$　　D. $\dfrac{3}{19}$

12. 若函数 $f(x)=t\ln x-|\ln x-\dfrac{1}{x}|$ 恰有两个零点，则实数 t 的取值范围是（　）

A. $(-\infty,-1-e)\cup(0,+\infty)$　　B. $(-\infty,-1-e)\cup(0,1)$

C. $(0,1)$　　D. $(-\infty,-1-e)\cup(1,+\infty)$

第II卷（非选择题）

本卷包括必考题和选考题两部分，第 13 题～第 21 题为必考题，每个试题考生必须做答，第 22 题～第 23 题为选考题，考生根据要求做答.

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 由于夏季炎热某小区用电量过大，据统计一般一天停电的概率为 0.3，现在用数据 0、1、2 表示停电；用 3、4、5、6、7、8、9 表示当天不停电，现以两个随机数为一组，表示连续两天停电情况，经随机模拟得到以下 30 组数据.

28 21 79 14 56　　74 06 89 53 90　　14 57 62 30 93

78 63 44 71 28　　67 03 53 82 47　　23 10 94 02 43

根据以上模拟数据估计连续两天中恰好有一天停电的概率为________.

14. 在直角坐标系 xOy 中，点 A、B 分别在射线 $y=\sqrt{3}x$（$x\ge0$）和 $y=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$（$x\ge0$）上运动，且 ΔAOB 的面积为 1，则 ΔAOB 周长的最小值为________.

15. 若函数 $f(x)=\sin\omega x+\sin(\omega x+\dfrac{\pi}{3})$（$\omega>0$），在 $[0,\pi]$ 上恰有两个最大值点和四个零点，则实数 ω 的取值范围是________.

16. 已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数，且当 $x\ge0$ 时，$f(x)=e^x$，则满足 $f(x+1)\ge f^2(x)$ 的 x 的取值范围是________.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必做题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选做题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17. 在 ΔABC 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，若 $\sin C\tan B=\cos C-2\cos A$ 且角 A 为锐角.

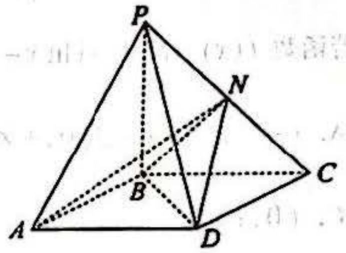
（1）求角 B；　（2）若 ΔABC 的面积为 $\sqrt{3}$，求 b 的最小值.

18. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为平行四边形，

$\angle ABC=120$，$AB=1$，$PA=\sqrt{5}$，$PD\perp CD$，$PB\perp BD$，点 N 在棱 PC 上，平面 $PBD\perp$ 平面 $ABCD$.

（1）证明：$AB\perp PB$

（2）若 PA // 平面 BDN，求平面 ABN 与平面 ADN 所成夹角的余弦值.



19. 世界杯小组赛中，A，B，C，D 四支球队被分到同一组进行循环赛（每两队间进行一场比赛，获胜的球队积 3 分，平局两队各积 1 分，落败的球队积 0 分）. 已知四支球队实力相当，每支球队在每场比赛中胜，负，平的概率分别为 0.4，0.4，0.2.

（1）求 A 队踢完三场比赛后积分不少于 6 分的概率；

（2）求四支球队比完后积分相同的概率.

20. 已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的左右焦点分别为 $F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$，M,N 分别为左右顶点，直线 l：$x=ty+1$ 与椭圆 C 交于 A,B 两点，当倾斜角为 $\frac{2\pi}{3}$ 时，A 是椭圆的上顶点，且 ΔAF_1F_2 的周长为 6.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）过点 N 作 x 轴的垂线 l_1，D 为 l_1 上异于点 N 的一点，以 DN 为直径作圆 E. 若过点 F_2 的直线 l_2（异于 x 轴）与圆 E 相切于点 H，且 l_2 与直线 DM 相交于点 P，试判断 $|PF_1|+|PH|$ 是否为定值，并说明理由.

21. 已知函数 $f(x)=\dfrac{(x+1)(a+\ln x)}{x}$

（1）若函数 $f(x)$ 在定义域上单调递增，求 a 的最大值；

（2）若函数 $f(x)$ 在定义域上有两个极值点 x_1 和 x_2，若 $x_2>x_1$，$\lambda=e(e-2)$，求 λx_1+x_2 的最小值.

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题做答．如果多做，则按所做的第一题记分．

22．[选修 4—4：坐标系与参数方程]（10 分）

在平面直角坐标系中，曲线 C_1：$\begin{cases} x=\cos\alpha \\ y=\sin\alpha \end{cases}$（$\alpha$ 为参数）经过伸缩变换 $\begin{cases} x'=3x \\ y'=2y \end{cases}$ 得到曲线 C_2，在以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴的极坐标系中，直线 l 的极坐标方程为 $2\rho\cos\theta+\sqrt{3}\rho\sin\theta=6\sqrt{3}$．

（1）求曲线 C_2 的普通方程；

（2）设点 P 是曲线 C_2 上的动点，求点 P 到直线 l 距离 d 的最小值．

23．[选修 4—5：不等式选讲]（10 分）

已知函数 $f(x)=|x+t|+|x-2t|$，$t\in\mathbf{R}$

（1）若 $t=1$，求不等式 $f(x)\leqslant 14-x^2$ 的解集．

（2）已知 $a+b=4$，若对任意 $x\in\mathbf{R}$，都存在 $a>0$，$b>0$ 使得 $f(x)=\dfrac{4a^2+b}{ab}$，求实数 t 的取值范围．

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。