

## 皖淮市级知名高中联考 高三数学参考答案(理科)

1. C 全称量词命题的否定为存在量词命题.

2. A 因为  $A = \{x | 2x^2 - 3x - 2 < 0\} = \{x | -\frac{1}{2} < x < 2\}$ ,  $B = \{x | 0 < -x + 1 < 2\} = \{x | -1 < x < 1\}$ , 所以  $A \cap B = (-\frac{1}{2}, 1)$ .

3. B 由“ $\tan \alpha > 0$ ”推不出“ $\alpha$ 为锐角”, 但由“ $\alpha$ 为锐角”可以推出“ $\tan \alpha > 0$ ”, 故“ $\tan \alpha > 0$ ”是“ $\alpha$ 为锐角”的必要不充分条件.

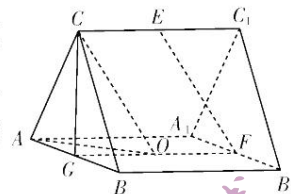
4. B  $\sin(2\alpha + \frac{5\pi}{6}) = \cos(2\alpha + \frac{\pi}{3}) = 2\cos^2(\alpha + \frac{\pi}{6}) - 1 = \frac{1}{8}$ .

5. B 因为  $2\ln 2 > 1, 3^{-0.5} < 3^{-0.4} < 2^{-0.4} < 1$ , 所以  $a > c > b$ .

6. C 因为直线  $x = \frac{5\pi}{24}$  是函数  $f(x) = \sin(2x + \varphi)$  图象的一条对称轴, 所以  $\frac{5\pi}{24} + \varphi = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$ . 又  $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ ,

所以  $\varphi = \frac{\pi}{12}$ . 由  $\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq 2x + \frac{\pi}{12} \leq \frac{3\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}$ , 解得  $\frac{5\pi}{24} + k\pi \leq x \leq \frac{17\pi}{24} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$ . 即  $f(x)$  的单调递减区间为  $[\frac{5\pi}{24} + k\pi, \frac{17\pi}{24} + k\pi] (k \in \mathbf{Z})$ .

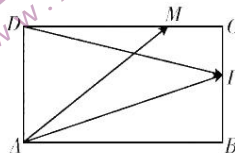
7. D 如图, 取  $AB$  的中点  $G$ , 连接  $FG, CG$ , 取  $FG$  的中点  $O$ , 连接  $OA, OC$ . 因为  $E, F$  分别是棱  $CC_1, A_1B_1$  的中点, 所以  $CO \parallel EF$ . 又正三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  的所有棱长均为 2, 所以  $CO = \sqrt{OG^2 + CG^2} = 2, AO = \sqrt{AG^2 + OG^2} = \sqrt{2}$ ,  $\cos \angle ACO = \frac{AC^2 + OC^2 - AO^2}{2AC \cdot OC} = \frac{4 + 4 - 2}{2 \times 2 \times 2} = \frac{3}{4}$ , 即异面直线  $AC$  与  $EF$  所成角的余弦值为  $\frac{3}{4}$ .



8. A 由  $a + 2b + 2ab = 8 \leq a + 2b + \frac{(a+2b)^2}{4}$ , 得  $(a+2b)^2 + 4(a+2b) - 32 \geq 0$ , 解得  $a + 2b \geq 4$ , 当且仅当  $a = 2b = 2$  时, 等号成立.

9. A 因为  $f(-x) = -f(x)$ , 所以  $f(x)$  是奇函数, 排除 C, D. 当  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  时,  $f(x) > 0$ , 排除 B, 故选 A.

10. A 如图, 因为  $AB \perp AD$ , 所以  $\vec{AD} \cdot \vec{AP} = \vec{AD} \cdot (\vec{AB} + \vec{BP}) = \vec{AD} \cdot \vec{BP} = \lambda \vec{AD}^2 = 3\lambda = 2$ , 即  $\lambda = \frac{2}{3}$ . 又因为  $\vec{DC} = 4\vec{MC}$ , 所以  $\vec{AM} = \vec{AD} + \frac{3}{4}\vec{DC}$ .  
故  $\vec{AM} \cdot \vec{DP} = (\vec{AD} + \frac{3}{4}\vec{DC}) \cdot (\vec{DC} - \frac{1}{3}\vec{BC}) = \frac{3}{4}\vec{DC}^2 - \frac{1}{3}\vec{AD}^2 = \frac{3}{4} \times 9 - \frac{1}{3} \times (\sqrt{3})^2 = \frac{23}{4}$ .



11. C 设良马第  $n$  天行走的路程里数为  $a_n$ , 驽马第  $n$  天行走的路程里数为  $b_n$ , 则  $a_n = 193 + 13(n-1), b_n = 97 - \frac{1}{2}(n-1) (n \in \mathbf{N}^*, 1 \leq n \leq 9)$ . 良马这 9 天共行走了  $9 \times 193 + \frac{9 \times 8 \times 13}{2} = 2205$  里路程, 驽马这 9 天共行走了

$9 \times 97 + \frac{9 \times 8 \times (-\frac{1}{2})}{2} = 855$  里路程, 故长安与齐国两地相距  $\frac{2205 + 855}{2} = 1530$  里, A 正确. 3 天后, 良马行

走了  $3 \times (193 + 13) = 618$  里路程, 驽马共行走了  $3 \times (97 - \frac{1}{2}) = 289.5$  里路程, 故它们之间的距离为 328.5

里, B 正确. 良马前 6 天共行走了  $6 \times 193 + \frac{6 \times 5 \times 13}{2} = 1353$  里  $< 1530$  里, 故良马行走 6 天还未到达齐国, C

不正确. 良马前 7 天共行走了  $7 \times 193 + \frac{7 \times 6 \times 13}{2} = 1624$  里  $> 1530$  里, 则良马从第 7 天开始返回迎接驽马,

故 8 天后, 两马之间的距离即两马第 9 天行走的距离之和, 由  $a_9 + b_9 = 193 + 13 \times 8 + 97 + (-\frac{1}{2}) \times 8 = 390$ ,

知 8 天后, 两马之间的距离为 390 里, D 正确.

12. C 由  $f(x) \geq \frac{1}{2}$ , 得  $a \leq \frac{2\ln x + x^2}{2x^4}$ , 令函数  $g(x) = \frac{2\ln x + x^2}{2x^4}$ , 则  $g'(x) = \frac{(\frac{2}{x} + 2x)2x^4 - 8x^3(2\ln x + x^2)}{4x^8} = \frac{1 - 4\ln x - x^2}{x^5}$ . 令函数  $h(x) = 1 - 4\ln x - x^2$ , 显然  $h(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减, 因为  $h(1) = 0$ , 所以当  $x \in (0, 1)$  时,  $h(x) > 0, g'(x) > 0, g(x)$  单调递增; 当  $x \in (1, +\infty)$  时,  $h(x) < 0, g'(x) < 0, g(x)$  单调递减, 又  $g(1) = \frac{1}{2}, g(2) = \frac{\ln 2}{16} + \frac{1}{8}$ , 所以当存在唯一的整数  $x$ , 使得  $f(x) \geq \frac{1}{2}$  时,  $a$  的取值范围是  $(\frac{\ln 2}{16} + \frac{1}{8}, \frac{1}{2}]$ .

13. 7 画出可行域(图略)知, 当直线  $z = 2x - y$  经过点  $(-4, -1)$  时,  $z$  取得最小值, 且最小值为  $-7$ .

14.  $(0, 1) \cup (1, 2)$  由题意得  $f(x)$  的定义域为  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ , 因为  $f(x) = f(-x)$ , 所以  $f(x)$  是偶函数.

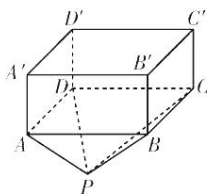
当  $x > 0$  时,  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x - \frac{1}{x^2} + 5$ ,  $f(x)$  单调递增, 因此当  $x < 0$  时,  $f(x)$  单调递减, 又因为  $f(1) = f(-1) = 4, f(x-1) < 4$ , 所以  $-1 < x-1 < 0$  或  $0 < x-1 < 1$ , 即  $0 < x < 1$  或  $1 < x < 2$ .

15.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  由  $\frac{c}{a} + \frac{a}{c} = 3$ , 得  $a^2 + c^2 = 3ac$ . 因为  $b = 2, B = \frac{2\pi}{3}, b^2 = a^2 + c^2 - 2accos B$ , 所以  $ac = 1$ , 故  $\triangle ABC$  的面积  $S = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{\sqrt{3}}{4}$ .

16.  $\frac{3+2a}{6}; \frac{1}{2}$  由三视图可知, 该漏斗是一个如图所示的正四棱柱和正四棱锥的组合体,

它的容积为  $1 \times 1 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 1 \times 1 \times a = \frac{3+2a}{6}$ . 由图可知, 该漏斗的外接球即正四棱柱

$ABCD-A'B'C'D'$  的外接球, 且外接球的半径  $R = \frac{3}{4}$ , 故  $a - R = \frac{1}{4} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ .



17. 解:  $a, c, b$  成等差数列, 则  $a + b = 2c$ . ..... 1分

选择条件①.

由  $\triangle ABC$  的周长为 6, 得  $a + b + c = 6$ , 又  $a + b = 2c$ , 则  $c = 2, a + b = 4$ . ..... 2分

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = (a+b)^2 - 2ab - 2ab \cos C$ , 则  $2ab + 2ab \cos C = 4^2 - 2^2 = 12$ , 即  $ab(1 + \cos C) = 6$  ①,

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab \sin C = \sqrt{3}$ , 即  $ab \sin C = 2\sqrt{3}$  ②. .... 4分

②得  $\frac{\sin C}{1 + \cos C} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ . ..... 6分

$\frac{2 \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2}}{1 + 2 \cos^2 \frac{C}{2} - 1} = \tan \frac{C}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , 又  $0 < C < \pi$ , 所以  $\frac{C}{2} = \frac{\pi}{6}$ , 即  $C = \frac{\pi}{3}$ . ..... 8分

则  $ab = 4$ , 则  $a - b - c = -2$ ,  $\triangle ABC$  为等边三角形. .... 10分

选择条件②.

由  $a \sin B = 2, S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ac \sin B = \sqrt{3}$ , 得  $c = \sqrt{3}$ . ..... 3分

$a + b = 2c = 2\sqrt{3} \geq 2\sqrt{ab}$ , 则  $ab \leq 3$ . ..... 5分

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab \sin C = \sqrt{3}$ , 则  $ab \sin C = 2\sqrt{3}$ , 又  $\sin C \leq 1$ , 则  $ab \geq 2\sqrt{3}$ , 矛盾, ..... 8分

故不存在这样的  $\triangle ABC$ . ..... 10分

选择条件③.

由  $ab = 4, S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab \sin C = \sqrt{3}$ , 得  $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , 又  $0 < C < \pi$ , 所以  $C = \frac{\pi}{3}$  或  $C = \frac{2\pi}{3}$ . ..... 3分

因为  $a + b = 2c$ , 所以  $c$  不能为最大边, 故  $C = \frac{\pi}{3}$ . ..... 4分

由余弦定理得  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ ,

所以  $c^2 = (a+b)^2 - 2ab - ab = (2c)^2 - 3ab$ , 因此  $c^2 = ab$ . ..... 6分

则  $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - ab}{2ab} = \frac{1}{2}, (a-b)^2 = 0$ , 所以  $a = b$ . ..... 8分

$\triangle ABC$  为等边三角形. .... 10分

18. (1) 证明: 当  $n = 1$  时,  $a_1 = S_1 = 2a_1 - 2$ , 解得  $a_1 = 2$ . ..... 1分

当  $n \geq 2$  时,  $a_n = S_n - S_{n-1} = 2a_n - 2a_{n-1} + 1$ . ..... 3分

整理得  $a_n = 2a_{n-1} - 1$ , 即  $a_n - 1 = 2(a_{n-1} - 1)$ . ..... 5 分  
 又  $a_1 - 1 = 1$ , 所以  $\{a_n - 1\}$  是以 1 为首项, 2 为公比的等比数列. .... 6 分  
 (2) 解: 由 (1) 可知  $a_n - 1 = 2^{n-1}$ , 所以  $b_n = \frac{\log_2(a_n - 1)}{a_n - 1} = \frac{n}{2^{n-1}}$ . .... 7 分  
 $T_n = \frac{1}{2^0} + \frac{2}{2^1} + \frac{3}{2^2} + \dots + \frac{n}{2^{n-1}}$ .  
 则  $\frac{T_n}{2} = \frac{1}{2^1} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{n}{2^n}$ . .... 9 分  
 两式相减得  $\frac{T_n}{2} = \frac{1}{2^0} + \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} - \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$ . .... 11 分  
 故  $T_n = 4 - \frac{n+2}{2^{n-1}}$ . .... 12 分

19. (1) 证明: 如图, 过点 A 作  $AE \perp CD$ , 垂足为 E, 连接 AC, 设 AC 与 BD 交于点 O.

因为底面 ABCD 是等腰梯形,  $AB = \frac{1}{2}CD = 2$ , 所以  $DE = 1, CE = 3$ .

又  $AD = BC = \sqrt{10}$ , 所以  $AE = 3, AC = 3\sqrt{2}$ . .... 1 分

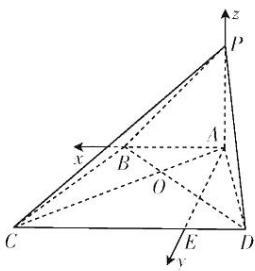
因为  $\triangle AOB \sim \triangle COD$ , 所以  $\frac{AO}{CO} = \frac{AB}{CD} = \frac{1}{2}$ , 则  $AO = \sqrt{2}$ , 同理  $BO = \sqrt{2}$ . .... 2 分

因为  $AO^2 + BO^2 = AB^2$ , 所以  $AO \perp BO$ , 即  $AC \perp BD$ . .... 3 分

因为  $PA \perp$  底面 ABCD,  $BD \subset$  底面 ABCD, 所以  $PA \perp BD$ . .... 4 分

又  $AC \cap PA = A$ , 所以  $BD \perp$  平面 PAC. .... 5 分

又  $PC \subset$  平面 PAC, 所以  $BD \perp PC$ . .... 6 分



(2) 解: 因为  $PA \perp$  底面 ABCD,  $AB \perp AE$ , 所以以 A 为坐标原点,  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AP}$  的方向分别为 x, y, z 轴的正方向, 建立如图所示的空间直角坐标系 A-xyz, 则  $B(2, 0, 0), C(3, 3, 0), D(-1, 3, 0), P(0, 0, 2)$ . .... 7 分

$\overrightarrow{BC} = (1, 3, 0), \overrightarrow{BP} = (-2, 0, 2), \overrightarrow{BD} = (-3, 3, 0)$ . .... 8 分

设平面 PBC 的法向量  $\mathbf{m} = (x_1, y_1, z_1)$ , 则  $\begin{cases} x_1 + 3y_1 = 0, \\ -2x_1 + 2z_1 = 0, \end{cases}$  令  $y_1 = 1$ , 得  $\mathbf{m} = (-3, 1, -3)$ . .... 9 分

设平面 PBD 的法向量  $\mathbf{n} = (x_2, y_2, z_2)$ , 则  $\begin{cases} -2x_2 + 2z_2 = 0, \\ -3x_2 + 3y_2 = 0, \end{cases}$  令  $x_2 = 1$ , 得  $\mathbf{n} = (1, 1, 1)$ . .... 10 分

因为  $\cos \langle \mathbf{m}, \mathbf{n} \rangle = \frac{\mathbf{m} \cdot \mathbf{n}}{|\mathbf{m}| |\mathbf{n}|} = \frac{-5}{\sqrt{57}}$ , 所以二面角 C-PB-D 的正弦值为  $\frac{4\sqrt{114}}{57}$ . .... 12 分

20. 解: (1) 当  $0 < x < 30$  时, 生产该新能源汽车的年利润  $y = 9 \times 100x - (15x^2 + 300x) - 4500 = -15x^2 + 600x - 4500$ ; .... 2 分

当  $x \geq 30$  时, 生产该新能源汽车的年利润  $y = 9 \times 100x - (901x + \frac{40000}{x} - 6500) - 4500 = -x - \frac{40000}{x} + 2000$ . .... 4 分

综上, 生产该新能源汽车的年利润  $y = \begin{cases} -15x^2 + 600x - 4500, & 0 < x < 30, \\ -x - \frac{40000}{x} + 2000, & x \geq 30. \end{cases}$  .... 5 分

(2) 当  $0 < x < 30$  时,  $y = -15x^2 + 600x - 4500 = -15(x - 20)^2 + 1500$ . .... 7 分

则当  $x = 20$  时,  $y_{\max} = 1500$  (万元); .... 8 分

当  $x \geq 30$  时,  $y = -x - \frac{40000}{x} + 2000 \leq -2 \times 200 + 2000 = 1600$ . .... 10 分

当且仅当  $x = \frac{40000}{x}$ , 即  $x = 200$  时,  $y_{\max} = 1600$  (万元). .... 11 分

因为  $1600 > 1500$ , 所以当年产量为 200 百辆时, 该企业的年利润最大, 最大年利润是 1600 万元. .... 12 分

21. 解: (1) 由题意知,  $f(x)$  的图象在  $(0, \frac{\pi}{3})$  上至少有三个最低点. .... 1 分

因为  $x_0 \in (0, \frac{\pi}{3}), \omega > 0$ , 所以  $\omega x_0 + \frac{\pi}{3} \in (\frac{\pi}{3}, \frac{\omega\pi}{3} + \frac{\pi}{3})$ . .... 2 分

因此  $\frac{\omega\pi}{3} + \frac{\pi}{3} > \frac{3\pi}{2} + 2\pi \times 2$ . .... 4 分

解得  $\omega > \frac{31}{2}$ . .... 5 分

从而  $T = \frac{2\pi}{\omega} \in (0, \frac{4\pi}{31})$ , 故  $f(x)$  最小正周期的取值范围是  $(0, \frac{4\pi}{31})$ . .... 6 分



(2)依题意得  $\pi - \frac{\pi}{2} \leq \frac{1}{2} \times \frac{2\pi}{\omega}$ , 又  $\omega > 0$ , 所以  $0 < \omega \leq 2$ . ..... 7分

当  $x \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$  时,  $\omega x + \frac{\pi}{3} \in (\frac{\pi\omega}{2} + \frac{\pi}{3}, \pi\omega + \frac{\pi}{3})$ , ..... 8分

因为  $0 < \omega \leq 2$ , 所以  $\frac{\pi\omega}{2} + \frac{\pi}{3} \in (\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}]$ ,  $\pi\omega + \frac{\pi}{3} \in (\frac{\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}]$ , ..... 9分

则  $\pi\omega + \frac{\pi}{3} \leq \frac{\pi}{2}$ , 解得  $\omega \leq \frac{1}{6}$ , 又  $\omega > 0$ , 所以  $0 < \omega \leq \frac{1}{6}$ . ..... 10分

$f(2m - \frac{\pi}{3\omega}) = \sin(2m\omega)$ , 当  $m \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$  时,  $2m\omega \in (\pi\omega, 2\pi\omega)$ , 又  $0 < \omega \leq \frac{1}{6}$ , 所以  $0 < \pi\omega \leq \frac{\pi}{6}$ ,  $0 < 2\pi\omega \leq \frac{\pi}{3}$ .  
..... 11分

由  $\sin(2m\omega) > \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 得  $2\pi\omega > \frac{\pi}{4}$ , 即  $\omega > \frac{1}{8}$ , 故  $\omega$  的取值范围是  $(\frac{1}{8}, \frac{1}{6}]$ . ..... 12分

22. (1)解: 因为  $f(x) = (x-1)\ln x - x^2 + (m-1)x$ , 所以  $f'(x) = \ln x - 2x - \frac{1}{x} + m$ .

令  $g(x) = \ln x - 2x - \frac{1}{x} + m$ , 则  $g'(x) = \frac{1}{x} - 2 + \frac{1}{x^2} = \frac{-(2x+1)(x-1)}{x^2}$ . ..... 1分

当  $x \in (0, 1)$  时,  $g'(x) > 0$ ,  $g(x)$  单调递增; 当  $x \in (1, +\infty)$  时,  $g'(x) < 0$ ,  $g(x)$  单调递减. 所以  $g(x)_{\max} = g(1) = m - 3$ . ..... 2分

当  $m \leq 3$  时,  $g(x) \leq 0$ , 即  $f'(x) \leq 0$ , 则  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减,  $f(x)$  无极值点. .... 3分

当  $m > 3$  时,  $0 < \frac{1}{m} < \frac{1}{3}$ , 因为  $g(\frac{1}{m}) > 0$ ,  $g(\frac{1}{m}) = \ln \frac{1}{m} - \frac{2}{m} < 0$ ,  $g(m) = \ln m - m - \frac{1}{m} < \ln m - m < 0$ , 所以

$\exists x_1 \in (\frac{1}{m}, 1), x_2 \in (1, m), g(x_1) = g(x_2) = 0$ , 即  $f'(x_1) = f'(x_2) = 0$ , 故  $f(x)$  有 2 个极值点. .... 5分

(2)证明: 令  $h(x) = f(x) + f(2-x) = (x-1)\ln x - x^2 + (m-1)x + (1-x)\ln(2-x) - (2-x)^2 + (m-1)(2-x)$ ,  $0 < x < 1$ , 则  $h(x) = \ln x - \ln(2-x) - 4x - \frac{1}{x} + \frac{1}{2-x} + 4$ . ..... 6分

令  $\varphi(x) = \ln x - \ln(2-x) - 4x - \frac{1}{x} + \frac{1}{2-x} + 4$ .

则  $\varphi'(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{2-x} - 4 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(2-x)^2} = (\frac{1}{x} + 2)(\frac{1}{x} - 1) - (\frac{1}{2-x} + 2)(1 - \frac{1}{2-x})$ . ..... 7分

因为  $0 < x < 1$ , 所以  $\frac{1}{x} > 1 > \frac{1}{2-x} > 0$ , 所以  $\frac{1}{x} + 2 > \frac{1}{2-x} + 2 > 0$ .

因为  $\frac{1}{x} + \frac{1}{2-x} = \frac{2}{x^2 + 2x} = \frac{2}{(x-1)^2 + 1} > 2$ , 所以  $\frac{1}{x} - 1 > 1 - \frac{1}{2-x} > 0$ ,

所以  $\varphi'(x) > 0$ , 故  $\varphi(x)$  在  $(0, 1)$  上单调递增, 则  $\varphi(x) < \varphi(1) = 0$ , 即  $h'(x) < 0$ .

所以  $h(x)$  在  $(0, 1)$  上单调递减, 则  $h(x) > h(1) = 2m - 4$ . ..... 8分

因为  $0 < x_1 < 1$ , 所以  $h(x_1) = f(x_1) + f(2-x_1) > 2m - 4$ .

要证  $f(x_1) + f(x_2) > 2m - 4$ , 只需证  $f(x_2) \geq f(2-x_1)$ .

因为  $2-x_1 > 1, x_2 > 1, 2-x_1 > x_1$ ,  $f(x)$  在  $(x_1, x_2)$  上是增函数, 所以只需要证  $x_2 \geq 2-x_1$ , 即  $x_1 + x_2 \geq 2$ .  
..... 9分

由  $\begin{cases} \ln x_1 - 2x_1 - \frac{1}{x_1} + m = 0, \\ \ln x_2 - 2x_2 - \frac{1}{x_2} + m = 0, \end{cases}$  两式相减得  $\ln \frac{x_2}{x_1} - 2(x_2 - x_1) + \frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2} = 0$ ,

即  $\frac{\ln x_2 - \ln x_1}{x_2 - x_1} + \frac{1}{x_1 x_2} - 2 = 0$ . 因为  $x_1 + x_2 \geq 2\sqrt{x_1 x_2}$ , 所以  $\frac{1}{x_1 x_2} > \frac{4}{(x_1 + x_2)^2}$ . ..... 10分

下面证明  $\frac{\ln x_2 - \ln x_1}{x_2 - x_1} > \frac{2}{x_1 + x_2}$  即证  $\ln \frac{x_2}{x_1} > \frac{2(x_2 - x_1)}{x_1 + x_2}$ . 令  $t = \frac{x_2}{x_1} > 1$ , 则即证  $\ln t > \frac{2t-2}{t+1}$ . 令  $m(t) = \ln t - \frac{2t-2}{t+1}$ ,  $t > 0$ , 则  $m'(t) = \frac{1}{t} - \frac{4}{(t+1)^2} = \frac{(t-1)^2}{t(t+1)^2} > 0$ , 所以  $m(t)$  在  $(1, +\infty)$  上单调递增, 所以  $m(t) > m(1) = 0$ , 故  $\frac{\ln x_2 - \ln x_1}{x_2 - x_1} > \frac{2}{x_1 + x_2}$ . ..... 11分

又  $0 - \frac{\ln x_2 - \ln x_1}{x_2 - x_1} + \frac{1}{x_1 x_2} - 2 > \frac{2}{x_1 + x_2} + \frac{4}{(x_1 + x_2)^2} - 2$ , 所以  $(x_1 + x_2)^3 - (x_1 + x_2) - 2 - (x_1 + x_2 - 2)(x_1 + x_2 + 1) > 0$ , 故  $x_1 + x_2 > 2$ . 得证. .... 12分