焦作市普通高中 2022—2023 学年(下)高一年级期末考试

数学·答案

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.

1. D　2. A　3. B　4. A　5. D　6. B　7. C　8. C

二、多项选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 每小题全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. BC　10. ACD　11. AD　12. ABC

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. $-\sqrt{2}$　14. 4

15. $\left(-\infty,\frac{7}{2}\right]$　16. 48π

四、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. **解析**　(Ⅰ)因为 $\boldsymbol{a}=(2,-1)$,$\boldsymbol{b}=(1,3)$,

所以 $2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}=2(2,-1)-3(1,3)=(1,-11)$, ……(2 分)

$\boldsymbol{a}+k\boldsymbol{b}=(2,-1)+k(1,3)=(2+k,-1+3k)$. ……(3 分)

因为 $(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})/\!/(\boldsymbol{a}+k\boldsymbol{b})$,

所以 $1\times(-1+3k)=-11\times(2+k)$, ……(5 分)

解得 $k=-\frac{3}{2}$. ……(6 分)

(Ⅱ)$2\boldsymbol{a}+t\boldsymbol{b}=2(2,-1)+t(1,3)=(4+t,-2+3t)$, ……(7 分)

因为 $(2\boldsymbol{a}+t\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$,

所以 $(2\boldsymbol{a}+t\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}=(4+t)\times1+(-2+3t)\times3=-2+10t=0$, ……(9 分)

解得 $t=\frac{1}{5}$. ……(10 分)

18. **解析**　(Ⅰ)由频率分布直方图得

$(0.005+0.01+0.01+0.015+a+0.025+0.005)\times10=1$,解得 $a=0.030$. ……(2 分)

(Ⅱ)由频率分布直方图可得前四组的频率之和为 0.4,前五组的频率之和为 0.7,故中位数位于区间 $[120,130)$ 内, ……(4 分)

且中位数为 $120+10\times\frac{1}{3}\approx123$. ……(6 分)

(Ⅲ)在 $[100,110)$ 和 $[110,120)$ 两组中的人数分别为 $100\times(0.01\times10)=10$ 和 $100\times(0.015\times10)=15$,故在 $[100,110)$ 分组中抽取 $5\times\frac{10}{10+15}=2$ 人,记为 A,B,在 $[110,120)$ 分组中抽取 3 人,记为 c,d,e. ……(8 分)

从这 5 人中任取 2 人,样本空间为 $\Omega=\{AB,Ac,Ad,Ae,Bc,Bd,Be,cd,ce,de\}$,共含有 10 个样本点, …(10 分)

设事件 M 为“$[100,110)$ 和 $[110,120)$ 两组各有一人参加总结会”,则 $M=\{Ac,Ad,Ae,Bc,Bd,Be\}$,含有 6 个样本点, ……(11 分)

故 $P(M)=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$. ……………………………………………………………………………… (12 分)

19. **解析** (Ⅰ)由已知得 $f(x)$ 的最小正周期 $T=\frac{2\pi}{\omega}=2\times\pi$,所以 $\omega=1$, ……………………………… (2 分)

从而 $f(x)=2\sin(x+\varphi)$,

又 $f(0)=2\sin\varphi=1, 0<\varphi<\frac{\pi}{2}$,所以 $\varphi=\frac{\pi}{6}$. ……………………………………………………… (4 分)

所以 $f(x)=2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$. ……………………………………………………………………………… (5 分)

(Ⅱ)由已知得 $g(x)=2\sin\left[\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\frac{\pi}{6}\right]=2\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=2\cos x$. ……………………………… (7 分)

故 $y=f(x)+g(x)=2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+2\cos x$

$=\sqrt{3}\sin x+3\cos x$

$=2\sqrt{3}\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$, ……………………………………………………………………………… (9 分)

令 $\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant x+\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{3\pi}{2}+2k\pi, k\in\mathbf{Z}$. ……………………………………………………… (10 分)

得 $\frac{\pi}{6}+2k\pi\leqslant x\leqslant\frac{7\pi}{6}+2k\pi, k\in\mathbf{Z}$.

所以函数 $y=f(x)+g(x)$ 的单调递减区间为 $\left[\frac{\pi}{6}+2k\pi,\frac{7\pi}{6}+2k\pi\right], k\in\mathbf{Z}$. ……………………… (12 分)

20. **解析** (Ⅰ)$\because$ 四边形 $ABEF$ 是矩形,$\therefore AF/\!/BE$,

又 $AF\not\subset$ 平面 BCE,$\therefore AF/\!/$ 平面 BCE. ……………………………………………………………… (1 分)

$\because CE/\!/DF, DF\not\subset$ 平面 BCE,$\therefore DF/\!/$ 平面 BCE. ……………………………………………………… (2 分)

$\because AF\cap DF=F$,$\therefore$ 平面 $ADF/\!/$ 平面 BCE, …………………………………………………………… (3 分)

又 $AD\subset$ 平面 ADF,$\therefore AD/\!/$ 平面 BCE. ……………………………………………………………… (4 分)

(Ⅱ)$\because CE\perp$ 平面 $ABEF$, $AB\subset$ 平面 $ABEF$,$\therefore CE\perp AB$, ……………………………………… (5 分)

在矩形 $ABEF$ 中,$AB\perp BE$,又 $BE\cap CE=E$,$\therefore AB\perp$ 平面 BCE. ……………………………………… (7 分)

又 $AB\subset$ 平面 ABC,$\therefore$ 平面 $ABC\perp$ 平面 BCE. ……………………………………………………… (8 分)

(Ⅲ)$\because CE\perp$ 平面 $ABEF$, $CE\subset$ 平面 $CDFE$,$\therefore$ 平面 $CDFE\perp$ 平面 $ABEF$.

又 $AF\perp EF$,平面 $ABEF\cap$ 平面 $CDFE=EF$,$\therefore AF\perp$ 平面 $CDFE$,

则 AF 为三棱锥 $A-CDE$ 的高,且 $AF=1$. ……………………………………………………………… (9 分)

$\because AB=CE=2$,$\therefore S_{\triangle CDE}=\frac{1}{2}\times2\times2=2$, ……………………………………………………… (10 分)

$\therefore V_{C-ADE}=V_{A-CDE}=\frac{1}{3}S_{\triangle CDE}\cdot AF=\frac{1}{3}\times2\times1=\frac{2}{3}$. ……………………………………………… (12 分)

21. **解析** (Ⅰ)函数 $h(x)=\frac{2}{x-1}-\lambda\log_2(x-1)$ 在区间 $(3,5)$ 上单调递减, ……………………………… (2 分)

则由零点存在定理可得 $\begin{cases}h(3)>0,\\h(5)<0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}1-\lambda>0,\\\frac{1}{2}-2\lambda<0,\end{cases}$ ……………………………………………… (4 分)

解得$\frac{1}{4}<\lambda<1$,

所以λ的取值范围是$\left(\frac{1}{4},1\right)$. ……………………………………（5分）

（Ⅱ）若对任意$x_1\in[a,a+3]$,都有$x_2\in[a,a+3]$,使得$f(x_1)\leqslant g(x_2)$成立,

则当$x\in[a,a+3]$时,$f(x)_{\max}\leqslant g(x)_{\max}$. ……………………………………（6分）

因为$a>1$,所以当$x\in[a,a+3]$时,$f(x)=\frac{2}{x-1}$单调递减,$g(x)=\log_2(x-1)$单调递增,

所以$f(x)_{\max}=f(a)=\frac{2}{a-1}$,$g(x)_{\max}=g(a+3)=\log_2(a+2)$,

所以$\frac{2}{a-1}\leqslant\log_2(a+2)$. ……………………………………（8分）

当$1<a<2$时,$\frac{2}{a-1}>2$,$\log_2(a+2)<2$,不符合条件,

当$a\geqslant2$时,$0<\frac{2}{a-1}\leqslant2$,$\log_2(a+2)\geqslant2$,符合条件,

所以a的取值范围是$[2,+\infty)$. ……………………………………（12分）

22. **解析** （Ⅰ）由$\frac{c}{2b-a}=\frac{\cos C}{\cos A}$及正弦定理得$\frac{\sin C}{2\sin B-\sin A}=\frac{\cos C}{\cos A}$, ……………………（1分）

$\therefore\sin C\cos A=2\sin B\cos C-\sin A\cos C$,即$\sin(A+C)=2\sin B\cos C$,

$\therefore\sin B=2\sin B\cos C$. ……………………………………（2分）

$\because\sin B\neq0$,$\therefore\cos C=\frac{1}{2}$,

$\because0<C<\pi$,$\therefore C=\frac{\pi}{3}$. ……………………………………（3分）

（Ⅱ）设$CD=x$. $\because\angle ACB=\frac{\pi}{3}$,$\therefore\angle ACD=\angle BCD=\frac{\pi}{6}$.

由$S_{\triangle ACD}+S_{\triangle BCD}=S_{\triangle ABC}$,得$\frac{1}{2}\cdot3x\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot x\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\times3\times\frac{\sqrt{3}}{2}$.

解得$x=\frac{3\sqrt{3}}{4}$,即CD的长为$\frac{3\sqrt{3}}{4}$. ……………………………………（6分）

（Ⅲ）设$\triangle ABC$的外接圆半径为R.

$\because a\cos B+b\cos A=2$,

$\therefore2R\sin A\cos B+2R\sin B\cos A=2$,即$2R\sin C=2=c$. ……………………………（7分）

由正弦定理可得$\frac{b}{\sin B}=\frac{a}{\sin A}=\frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$,$\therefore a=\frac{4\sqrt{3}}{3}\sin A$,$b=\frac{4\sqrt{3}}{3}\sin B=\frac{4\sqrt{3}}{3}\sin\left(\frac{2\pi}{3}-A\right)$. …………（8分）

$$\therefore\triangle ABC\text{的面积}S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{\sqrt{3}}{4}ab$$

$$=\frac{4\sqrt{3}}{3}\sin A\sin\left(\frac{2\pi}{3}-A\right)$$

$$=\frac{4\sqrt{3}}{3}\sin A\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos A+\frac{1}{2}\sin A\right)$$

$=\frac{4\sqrt{3}}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2A-\frac{1}{4}\cos 2A+\frac{1}{4}\right)$

$=\frac{2\sqrt{3}}{3}\sin\left(2A-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\sqrt{3}}{3}$. ……………………………………………………………… (10 分)

$\because$ $\triangle ABC$ 是锐角三角形,

$\therefore 0<A<\frac{\pi}{2}, 0<\frac{2\pi}{3}-A<\frac{\pi}{2}, \therefore \frac{\pi}{6}<A<\frac{\pi}{2}$, ……………………………………………………………… (11 分)

$\therefore \frac{\pi}{6}<2A-\frac{\pi}{6}<\frac{5\pi}{6}, \therefore \frac{1}{2}<\sin\left(2A-\frac{\pi}{6}\right)\leqslant 1$,

$\therefore S\in\left(\frac{2\sqrt{3}}{3},\sqrt{3}\right]$,

即锐角$\triangle ABC$面积的取值范围是$\left(\frac{2\sqrt{3}}{3},\sqrt{3}\right]$. ……………………………………………………………… (12 分)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜

自主选拔在线