

机密★启用前

华大新高考联盟名校 2020 年 5 月高考预测考试

文科数学

本试题卷共 4 页,23 题(含选考题)。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

★祝考试顺利★

注意事项:

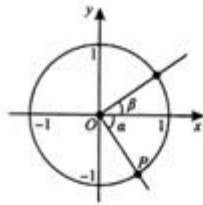
1. 答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上,并将准考证号条形码贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 填空题和解答题的作答:用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答:先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用 2B 铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
5. 考试结束后,请将答题卡上交。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 集合 $A = \{x \mid -1 < x < 3, x \in \mathbb{N}^*\}$ 的非空子集个数为
A. 3 B. 4 C. 7 D. 8
2. 已知命题 p :复数 $z = 2 - i$ 的虚部是 $-i$;命题 q : $ax^2 + ax + 1 > 0$ 恒成立,则 $a \in (0, 4)$ 。下列命题为真命题的是
A. $p \wedge q$ B. $p \vee q$ C. $\neg p \wedge q$ D. $\neg p \wedge \neg q$

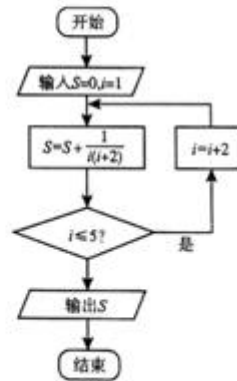
3. 如图,角 α 和角 β 的终边垂直,且角 α 与单位圆的交点坐标为 $P(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$, 则 $\sin\beta =$

- A. $-\frac{3}{5}$
B. $\frac{3}{5}$
C. $-\frac{4}{5}$
D. $\frac{4}{5}$



4. 执行如图所示的程序框图,则输出的 S 的值为

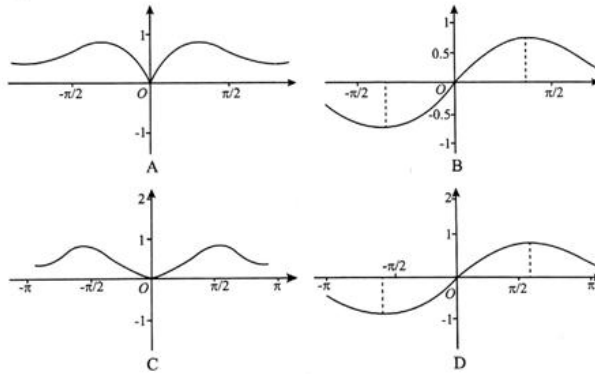
- A. $\frac{4}{9}$ B. $\frac{8}{9}$
C. $\frac{3}{7}$ D. $\frac{6}{7}$



文科数学试题 第 1 页(共 4 页)



5. 函数 $f(x) = \frac{\sin^2 x}{x}$ 的大致图象为



6. 从 1, 2, 3, 4, 5 这五个数中随机选取两个, 则和为奇数的概率为

- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{7}{10}$

7. 函数 $f(x) = \tan(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 与直线 $y=1$ 的两个相邻交点之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$, 且将 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 之后得到的图象关于原点对称. 则关于函数 $f(x)$, 下列说法正确的是

- A. 最小正周期为 π B. 渐近线方程为 $x = \frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$
 C. 对称中心为 $(-\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, 0) (k \in \mathbf{Z})$ D. 单调递增区间为 $(-\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}) (k \in \mathbf{Z})$

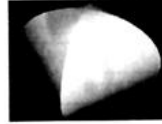
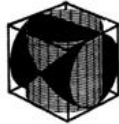
8. 直线 $2ax + by - 2 = 0 (a > 0, b > 0)$ 过函数 $f(x) = x + \frac{1}{x-1} + 1$ 图象的对称中心, 则 $\frac{a}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值为

- A. 9 B. 4 C. 8 D. 10

9. 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=3, AD=4$, 点 P 是以点 C 为圆心, 2 为半径的圆上的动点, 设 $\vec{AP} = \lambda \vec{AB} + \mu \vec{AD}$, 则 $\lambda + \mu$ 的最小值为

- A. 1 B. $\frac{7}{6}$ C. 2 D. $\frac{8}{3}$

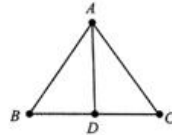
10. 九章算术中, 称一个正方体内两个互相垂直的内切圆柱所围成的几何体为“牟合方盖”(如图). 现提供一种计算“牟合方盖”体积的方法. 显然, 正方体的内切球同时也是“牟合方盖”的内切球. 因此, 用任意平行于水平面的平面去截“牟合方盖”, 截面均为正方形, 该平面截内切球得到的是上述正方形截面的内切圆. 结合祖暅原理, 两个同高的立方体, 如在等高处的截面积相等, 则体积相等. 若正方体的棱长为 2, 则“牟合方盖”的体积为



- A. $\frac{16}{3}$ B. 2π C. $\frac{8}{3}$ D. $\frac{4}{3}\pi$
11. 设 F_1, F_2 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, 点 P 是双曲线右支上一点, 满足 $\angle F_1 P F_2 = 60^\circ$, 且以 $P F_1, P F_2$ 为邻边的平行四边形的两对角线长度分别为 $2c, 4b$. 则双曲线的离心率为
A. $\sqrt{3} + 1$ B. $\sqrt{5}$
C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$
12. 定义在 \mathbf{R} 上的连续函数 $f(x)$, 导函数为 $f'(x)$. 若对任意不等于 -1 的实数 x , 均有 $(x+1)[f(x) - f'(x)] > 0$ 成立, 且 $f(-1+x) = f(-1-x)e^{2x}$, 则下列命题中一定成立的是
A. $f(-1) > f(0)$ B. $ef(-2) < f(-1)$
C. $e^2 f(-2) < f(0)$ D. $e^2 f(-2) > f(0)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 若 4 进制数 $2m01_{(4)}$ (m 为正整数) 化为十进制数为 177, 则 $m =$ _____.
14. 已知命题“存在 $x \in \mathbf{R}$, 使 $ax^2 - x + 1 \leq 0$ ”是假命题, 则实数 a 的取值范围是 _____.
15. 已知 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边, 且 $b^2 + c^2 - a^2 = a \cos C + c^2 \cos A$, 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 则其周长的最小值为 _____.
16. 如图, 在等腰三角形 ABC 中, 已知 $AB = AC = \sqrt{3}, BC = 2$, 将它沿 BC 边上的高 AD 翻折, 使 B 点与 C 点的距离为 1, 则四面体 $ABCD$ 的外接球的表面积为 _____.



三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

(一) 必考题: 共 60 分。

17. (12 分)

某研究部门为了研究气温变化与患新冠肺炎人数多少之间的关系, 在某地随机对 50 人进行了问卷调查, 得到如下列表: (附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(a+d)(a+c)(b+d)}$)

	高于 22.5℃	不高于 22.5℃	合计
患新冠肺炎	20	5	25
不患新冠肺炎	10	15	25
合计	30	20	50

- (1) 是否有 99% 的把握认为患新冠肺炎与温度有关, 说明你的理由;
(2) 为了了解患新冠肺炎与年龄的关系, 已知某地患有新冠肺炎的老年、中年、青年的人数分别为 54 人, 36 人, 18 人, 按分层抽样的方法随机抽取 6 人进行问卷调查, 再从 6 人中随机抽取 2 人进行调查结果对比, 求这 2 人中至少一人是老年人的概率.

$P(K^2 > K)$	0.10	0.05	0.025	0.01
K	2.701	3.841	5.024	6.635



18. (12分)

已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_1=30, a_2, a_4$ 的等差中项为 10.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

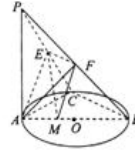
(2) 求 $T_n = \frac{2}{S_1 S_2} + \frac{2^2}{S_2 S_3} + \dots + \frac{2^n}{S_n S_{n+1}}$.

19. (12分)

如图, AB 是圆 O 的直径, 点 C 是圆 O 上一点, $PA \perp$ 平面 ABC , E, F 分别是 PC, PB 边上的中点, 点 M 是线段 AB 上任意一点, 若 $AP=AC=BC=2$.

(1) 求异面直线 AE 与 BC 所成的角;

(2) 若三棱锥 $M-AEF$ 的体积等于 $\frac{1}{9}$, 求 $\frac{AM}{BM}$.



20. (12分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $Q(1,0)$, 直线 $l: x=2$, 若动点 P 在直线 l 上的射影为 R , 且 $|\overline{PR}| = \sqrt{2} |\overline{PQ}|$, 设点 P 的轨迹为 C .

(1) 求 C 的轨迹方程;

(2) 设直线 $y=x+n$ 与曲线 C 相交于 A, B 两点, 试探究曲线 C 上是否存在点 M , 使得四边形 $MAOB$ 为平行四边形, 若存在, 求出点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

21. (12分)

设函数 $f(x) = \ln x, g(x) = \frac{x+n}{x+1}$.

(1) 当 $n=-1$ 时, 若函数 $y=g(x-m)$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增, 求 m 的取值范围;

(2) 若函数 $y=f(x)-g(x)$ 在定义域内不单调, 求 n 的取值范围;

(3) 是否存在实数 a , 使得 $f\left(\frac{2a}{x}\right) \cdot f(e^{ax}) + f\left(\frac{x}{2a}\right) \leq 0$ 对任意正实数 x 恒成立? 若存在, 求出满足条件的实数 a ; 若不存在, 请说明理由.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多选, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=2t+2 \\ y=3t-1 \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2 = \frac{4}{1+3\cos^2\theta}$.

(1) 写出直线 l 和曲线 C 的普通方程;

(2) 过曲线 C 上任一点 P 作与 l 的夹角为 30° 的直线, 交 l 于点 Q , 求 $|PQ|$ 的最大值与最小值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

设函数 $f(x) = |x+1| - |x-1|$.

(1) 求 $y=f(x)$ 的值域;

(2) $\forall x \in [0, +\infty), f(x) \leq ax+b$, 求 $a+2b$ 的最小值.



关于我们

自主招生在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站 (<http://www.zizzs.com/>) 和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“**答题模板**”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“**必背知识点**”，即可获取《高考考前必背知识点》