"皖南八校"2021届高三第三次联考

数　　学(文科)

18所理事学校　　　　2021.4

考生注意：

1. 本试卷满分150分，考试时间120分钟。
2. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
3. 做选考题时，考生须按照题目要求作答，并用2B铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑。

一、选择题：本题共12小题；每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 在复平面内，复数$(1-\sqrt{2}i)^2$对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

2. 已知全集为$\mathbf{R}$，集合$A=\{y|y\geqslant 0\}$，$B=\{x|y=\sqrt{x^2-4}\}$，则$A\cap \complement_{\mathbf{R}}B=$

A. $\{x|x\geqslant -2\}$　　B. $\{x|-1<x\leqslant 2\}$　　C. $\{x|-1<x<2\}$　　D. $\{x|0\leqslant x<2\}$

3. 已知数列$\{a_n\}$为等差数列，且$a_3=1$，则$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=$

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

4. 疫情期间要从上海某医院5名医护人员中抽调两人前往湖北进行支援，这5名医护人员有男性3名，女性2名，则抽调的两人刚好为一男一女的概率为

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{2}{5}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{2}{3}$

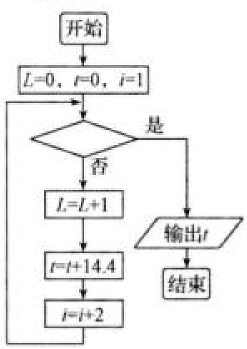
5. 已知x,y满足约束条件$\begin{cases}x+y-4\leqslant 0\\ x-3y+3\leqslant 0\\ x\geqslant 1\end{cases}$，则$x-y+2$的最大值为

A. 2　　B. $\frac{5}{3}$　　C. $\frac{5}{2}$　　D. 3

6. 在$\triangle ABC$中，内角A,B,C的对边分别为a,b,c，若$a\sin A\cos C+c\sin A\cos A=\frac{1}{3}c$，$3a=2c$，则锐角$B$的值为

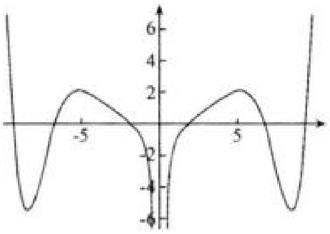
A. $\frac{\pi}{12}$　　B. $\frac{\pi}{6}$　　C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $\frac{\pi}{3}$

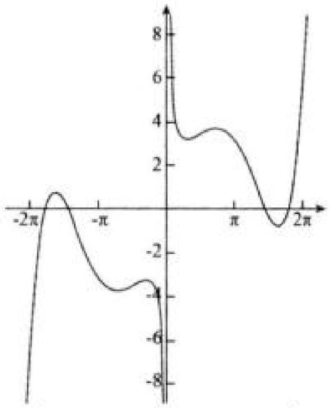
7. 秤漏是南北朝时期发明的一种特殊类型的漏刻，它通过漏水的重量和体积来计算时间，即"漏水一斤，秤重一斤，时经一刻"(一斤水对应一"古刻"，相当于14.4分钟)，计时的精度还可以随着秤的精度的提高而提高. 如图所示的程序框图为该秤漏的一个计时过程，若输出的t值为43.2，则判断框中应填入

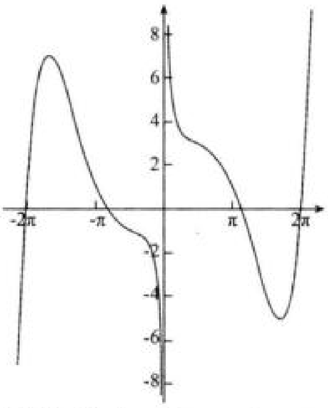


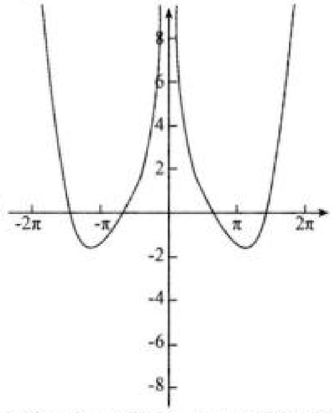
A. $i\leqslant 7$?
B. $i\geqslant 7$?
C. $i\geqslant 9$?
D. $i\leqslant 9$?

8. 已知函数 $f(x)=\dfrac{e^{|x|}\cos x+x^2}{x^2}$，则 $f(x)$ 的大致图像为

A.


B.


C.


D.


9. 已知函数 $f(x)=\sin\omega x+a\cos\omega x(a>0,\omega>0)$，若函数 $f(x)$ 的最小正周期 $T<2\pi$ 且在 $x=\dfrac{\pi}{6}$ 处取得最大值 2，则 ω 的最小值为

A. 5　　B. 7　　C. 11　　D. 13

10. 已知双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右顶点分别为 A,B，过右顶点 B 且倾斜角为 $\dfrac{\pi}{4}$ 的直线交双曲线右支于另一点 P，且 PA 与圆 $M:x^2+y^2=\dfrac{a^2}{5}$ 相切，则双曲线离心率为

A. $\dfrac{3}{2}$　　B. $\dfrac{5}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　D. $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

11. 已知关于 x 的不等式 $\sqrt{16-x^2}\leqslant k(x+1)-\sqrt{3}(k>0)$ 的解集为 $[a,b]$，若 $|b-a|\leqslant 2$，则 k 的取值范围为

A. $(\dfrac{\sqrt{3}}{5},\sqrt{3}]$　　B. $(\dfrac{\sqrt{3}}{3},\sqrt{3})$　　C. $(0,\dfrac{\sqrt{3}}{5}]$　　D. $(0,2\sqrt{3})$

12. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的每个顶点都在球 O 的球面上，平面 $ABC\perp$ 平面 PBC，$AC\perp BC$，$AC=6$，$AB=8$，$PC=PB=2\sqrt{14}$，则三棱锥 $P-ABC$ 外接球的表面积为

A. $\dfrac{50}{3}\pi$　　B. $\dfrac{53}{3}\pi$　　C. 100π　　D. 32π

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\boldsymbol{a}=(1,-\dfrac{3}{2})$ 反向，且 $|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{13}$，则 $\overrightarrow{AB}$ 的坐标为________.

14. 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，且 $f(x)=f(x+5)$，当 $x\in(0,2)$ 时 $f(x)=x^2+m$，若 $f(9)=-3$，则 $m=$________.

15. 已知 M,N 是过抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点 F 的直线 l 与抛物线 C 的交点，O 是坐标原点，且满足 $\overrightarrow{MF}=4\overrightarrow{FN}$，$S_{\triangle OMN}=\sqrt{3}|MN|$，则 p 的值为________.

16. 用符号 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，例如：$[-1.2]=-2$，$[0.6]=0$，$[2]=2$. 已知函数 $f(x)=x^3\ln x$，当 $f(x)$ 的值域为 $(2e^6,+\infty)$ 时，$[\log_{\sqrt{e}}f(x)]$ 的值为________.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共 60 分.

17. (12 分)

设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $S_n=2a_n-2(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2)设 $b_n=\log_2(S_n+2)$，T_n 是数列 $\left\{\frac{1}{b_nb_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和，求证：$T_n<\frac{1}{2}$.

18. (12 分)

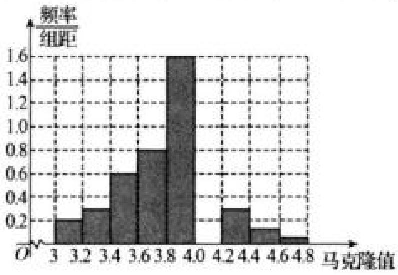
2020 年是脱贫攻坚的决胜之年，某棉花种植基地在技术人员的帮扶下，棉花产量和质量均有大幅度的提升，已知该棉花种植基地今年产量为 2000 吨，技术人员随机抽取了 2 吨棉花，测量其马克隆值(棉花的马克隆值是反映棉花纤维细度与成熟度的综合指标，是棉纤维重要的内在质量指标之一，与棉花价格关系密切)，得到如下分布表：

马克隆值	[3,3.2)	[3.2,3.4)	[3.4,3.6)	[3.6,3.8)	[3.8,4.0)	[4.0,4.2)	[4.2,4.4)	[4.4,4.6)	[4.6,4.8]
重量(吨)	0.08	0.12	0.24	0.32	0.64	a	0.12	0.06	0.02

(1)求 a 的值，并补全频率分布直方图；

(2)根据频率分布直方图，估计样本的马克隆值的众数及中位数；

(3)根据马克隆值可将棉花分为 A,B,C 三个等级，不同等级的棉花价格如下表所示：



马克隆值	[3.6,4.2)	[3.4,3.6)或[4.2,4.8)	3.4 以下
级别	A	B	C
价格(万元/吨)	1.5	1.4	1.3

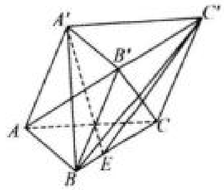
用样本估计总体，估计该棉花种植基地今年的总产值.

19.(12 分)

如图,棱柱 $ABC-A'B'C'$ 的侧面 $BCC'B'$ 是菱形,$B'C\perp A'B$,$AB=BC=2$,$AC=2\sqrt{2}$.

(1)证明:平面 $AB'C\perp$ 平面 $A'BC'$;

(2)设 E 是 BC 上的点,且 $EC=2EB$,若 $\angle B'BC=\angle A'B'B=60°$,求三棱锥 $A'-BC'E$ 的体积.



20.(12 分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左焦点为 F,过点 F 的直线 l 与椭圆交于 A,B 两点,当直线 $l\perp x$ 轴时,$|AB|=\sqrt{2}$,$\tan\angle AOB=2\sqrt{2}$.

(1)求椭圆 C 的方程;

(2)设直线 $l'\perp l$,直线 l' 与直线 l、x 轴、y 轴分别交于点 M、P、Q,当点 M 为线段 AB 中点时,求 $\frac{\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PF}}{\overrightarrow{PO}\cdot\overrightarrow{PQ}}$ 的取值范围.

21.(12 分)

已知函数 $f(x)=a\ln x-(2a+1)x$.

(1)求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2)若 $f(x)<1-2ax$ 在 $x\in(1,+\infty)$ 上恒成立,求整数 a 的最大值.(参考数据:$\ln 3<\frac{4}{3}$,$\ln 4>\frac{5}{4}$).

(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.

22.[选修 4—4:坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中,以坐标原点 O 为极点,x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho=2\cos\theta$,且曲线 C_1 与极轴的交点为 M(异于极点);曲线 C_2 的圆心为 $C_2(3,0)$,且过极点 O.

(1)求点 M 的直角坐标及曲线 C_2 的直角坐标方程;

(2)若射线 $l:\theta=\alpha(\rho>0,\alpha\in(0,\frac{\pi}{2}))$ 与曲线 C_1、C_2 分别交于点 A、B,当 $\angle ABM=\frac{\pi}{6}$ 时,求 $\tan\alpha$.

23.[选修 4—5:不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=|x+1|+|2ax+1|$.

(1)若 $a=1$,解不等式 $f(x)>3-x$;

(2)当 $x\in[-1,1]$ 时,$f(x)\leqslant|x+3|$ 恒成立,求 a 的取值范围.

“皖南八校”2021届高三第三次联考·数学(文科)
参考答案、解析及评分细则

1.C　因为$(1-\sqrt{2}i)^2=1-2\sqrt{2}i+2i^2=-1-2\sqrt{2}i$,

所以复数所对应的点为$(-1,-2\sqrt{2})$.

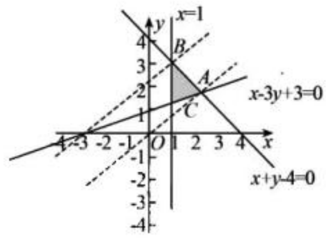
2.D　因为$A=\{y|y\geqslant0\}$,由$x^2-4\geqslant0$得集合$B=\{x|x\leqslant-2$或$x\geqslant2\}$;

$\therefore A\cap \complement_{R}B=\{x|0\leqslant x<2\}$.

3.C　$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=5$.

4.C　记两名女性为A,B,三名男性为a,b,c,则从5人中抽调2人有$\{A,B\},\{A,a\},\{A,b\},\{A,c\},\{B,a\},\{B,b\},\{B,c\},\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\}$,共10种不同结果,抽调的两人刚好为一男一女有$\{A,a\},\{A,b\},\{A,c\},\{B,a\},\{B,b\},\{B,c\}$,共6种不同结果,由古典概型的概率计算公式可得所求事件的概率为$\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$.

5.C　画出满足题意的可行域如图,



不等式$(x-y+2)_{max}=\frac{9}{4}-\frac{7}{4}+2=\frac{5}{2}$.

6.B　由正弦定理得$\sin^2 A\cos C+\sin C\sin A\cos A=\frac{1}{3}\sin C$,

所以$\sin A(\sin A\cos C+\cos A\sin C)=\sin A\sin(A+C)=\sin A\sin B=\frac{1}{3}\sin C$,

即$a\sin B=\frac{1}{3}c$,

由$3a=2c$,得$\sin B=\frac{1}{2}$,又B为锐角,所以$B=\frac{\pi}{6}$.

7.B　初始值,$L=0,t=0,i=1$,进入循环,$L=1,t=14.4,i=3$;$L=2,t=28.8,i=5$;$L=3,t=43.2,i=7$;若要输出$t=43.2$,则需满足判断条件,从而跳出循环,对照各选项可知,可填入$i\geqslant7$?.

8.D　因为$f(x)=\frac{e^{|x|}\cos x+x^2}{x^2}$,所以$f(-x)=\frac{e^{|-x|}\cos(-x)+(-x)^2}{(-x)^2}=\frac{e^{|x|}\cos x+x^2}{x^2}=f(x)$,

所以$f(x)$为偶函数,所以排除B,C选项。又$x\in(0,\frac{\pi}{2})$时$f(x)>0$,所以排除A选项,故选:D.

9.D　$f(x)=\sin\omega x+a\cos\omega x=\sqrt{1+a^2}\sin(\omega x+\varphi)$,所以$f(x)$的最大值为$\sqrt{1+a^2}$,即$\sqrt{1+a^2}=2$,又$a>0$,

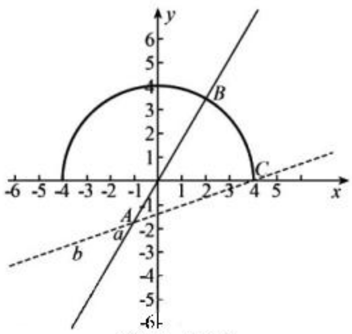
所以$a=\sqrt{3}$,所以$f(x)=\sin\omega x+\sqrt{3}\cos\omega x=2\sin(\omega x+\frac{\pi}{3})$.

又$f(x)$在$x=\frac{\pi}{6}$处取得最大值2,所以$f(\frac{\pi}{6})=2\sin(\frac{\pi}{6}\omega+\frac{\pi}{3})=2$,即$\frac{\pi}{6}\omega+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$,即$\omega=1+12k(k\in\mathbf{Z})$,又函数$f(x)$的最小正周期$T<2\pi$,所以$\frac{2\pi}{\omega}<2\pi$,又$\omega>0$,所以$\omega>1$,所以$\omega$的最小值为13.

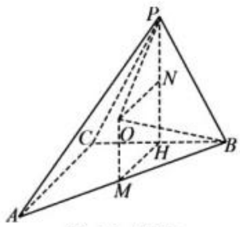
10.D　由题可知直线PB的斜率为1,设直线PA的方程为$y=k(x+a)$,又直线PA与圆M相切,则$\frac{|ak|}{\sqrt{1+k^2}}=\frac{a}{\sqrt{5}}$,得$k^2=\frac{1}{4}$,由题意可知$k>0$,所以$k=\frac{1}{2}$,而$k_{PA}\cdot k_{PB}=\frac{y_0}{x_0+a}\cdot\frac{y_0}{x_0-a}=\frac{b^2}{a_2}=\frac{1}{2}$,所以$e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}$

$=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

11. A　如图，$y=\sqrt{16-x^2}$对应的图形为圆心为(0,0)，半径为4的x轴上方的半圆，$y=k(x+1)-\sqrt{3}$对应的图形过定点$(-1,-\sqrt{3})$的直线，k为直线斜率. $B(2,2\sqrt{3})$，$C(4,0)$，依题意$k_b<k\leqslant k_a$，所以$\frac{\sqrt{3}}{5}<k\leqslant\sqrt{3}$.



第11题图



第12题图

12. C　如图，取BC的中点H，连接PH，则$PH\perp BC$.

因为$\triangle ABC$为直角三角形，所以其外接圆圆心为AB的中点M，

设四面体$PABC$的外接球球心为O，则$OM\perp$平面ABC，易知点O，点P位于平面ABC同侧，

又因为$PH\perp$平面ABC，所以$OM/\!/PH$，连接MH，OP，

故四边形$OMHP$为直角梯形，过O作$ON\perp PH$于点N，则四边形$OMHN$为矩形，连接OB.

设四面体$PABC$的外接球的半径为R，$OM=d$.

在$\triangle ABC$中，$MH=\frac{1}{2}AC=3$，$AB=8$，所以$MB=4$，$BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=2\sqrt{7}$.

在$\triangle OMB$中，$d=OM=\sqrt{OB^2-MB^2}=\sqrt{R^2-16}$，所以$R^2=d^2+16$，　①

在$\triangle PBC$中，$PH=\sqrt{PC^2-CH^2}=\sqrt{(2\sqrt{14})^2-(\sqrt{7})^2}=7$，

在直角梯形$OMHP$中，$ON=MH=3$，$NH=OM=d$，$PN=7-d$.

在$\triangle PON$中，$OP^2=ON^2+NP^2$，即$R^2=3^2+(7-d)^2$.　②

解①②组成的方程组，得$d=3$，所以$R^2=3^2+16=25$，解得$R=5$(负值舍去).

所以四面体$PABC$的外接球的表面积$S=4\pi R^2=4\pi\times5^2=100\pi$.

13. $(-2,3)$　设$\overrightarrow{AB}=\lambda\boldsymbol{a}(\lambda<0)$，$\therefore\overrightarrow{AB}=(\lambda,-\frac{3}{2}\lambda)$.

$\because|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{13}$，$\therefore\sqrt{\lambda^2+(-\frac{3}{2}\lambda)^2}=\sqrt{13}$.

$\therefore\lambda=\pm2$. $\because\lambda<0$，$\therefore\lambda=-2$. $\therefore\overrightarrow{AB}=(-2,3)$.

14. 2　依题意有$f(x)$是周期为5的函数，所以$f(9)=f(9-10)=f(-1)=-3$.

又$f(x)$为奇函数，所以$f(1)=-f(-1)=3$. 所以$f(1)=1^2+m=3$. 所以$m=2$.

15. $5\sqrt{3}$　不妨设直线MN的斜率$k>0$，过M，N作抛物线准线的垂线，垂足分别为G，H，

过N作$NK\perp MG$于K，

由$\overrightarrow{MF}=4\overrightarrow{FN}$，得$|MF|=4|FN|$，$\therefore|MG|=4|NH|$，

$\therefore |MK|=3|NH|=3|NF|=\frac{3}{5}|MN|$,

$\therefore |NK|=\sqrt{|MN|^2-|MK|^2}=\frac{4}{5}|MN|$,

由 $S_{\triangle OMN}=S_{\triangle OMF}+S_{\triangle ONF}=\frac{1}{2}|OF|\cdot|NK|=\frac{1}{5}p|MN|$,

又 $S_{\triangle OMN}=\sqrt{3}|MN|$,

所以$\frac{1}{5}p|MN|=\sqrt{3}|MN|$,

$\therefore p=5\sqrt{3}$.

16. 6　易知 $f(x)$在$(0,e^{-\frac{1}{3}})$单调递减,且 $f(x)<0$;在$(e^{-\frac{1}{3}},+\infty)$单调递增,

故 $f(x)>2e^6$ 的解集应是单调递增区间$(e^{-\frac{1}{3}},+\infty)$的子集,又 $f(e^2)=2e^6$,从而 $x>e^2$,

令 $h(x)=\log_{\sqrt{x}}f(x)=\log_{\sqrt{x}}(x^3\ln x)=6+\log_{\sqrt{x}}\ln x=6+\frac{\ln(\ln x)}{\ln\sqrt{x}}=6+\frac{2\ln(\ln x)}{\ln x}$.

令 $s=\ln x$,则 $h(x)=m(s)=6+\frac{2\ln s}{s}(s>2)$,所以 $m'(s)=\frac{2(1-\ln s)}{s^2}$,

显然当 $2<s<e$ 时,$m'(s)>0$;当 $s>e$ 时,$m'(s)<0$,从而 $m(s)$在$(2,e)$单调递增,在$(e,+\infty)$单调递减,所以

$m(s)_{\max}=m(e)=6+\frac{2}{e}$,又 $s>2>1$,所以$\frac{2\ln s}{s}>0$,从而 $m(s)>6$,于是 $6<m(s)\leqslant 6+\frac{2}{e}$,则$[\log_{\sqrt{x}}f(x)]=$

6.

17. 解:(1)$\because S_n=2a_n-2$,　①

$\therefore S_{n-1}=2a_{n-1}-2(n\geqslant 2)$.　②

①式－②式得:$S_n-S_{n-1}=2a_n-2a_{n-1}(n\geqslant 2)$,

$\therefore a_n=2a_{n-1}(n\geqslant 2)$. ………………………………………………………………………… 2 分

由已知条件知 $a_1=2$,$\therefore\{a_n\}$是以 2 为首项 2 为公比的等比数列,

$\therefore a_n=2\cdot 2^{n-1}=2^n$. ………………………………………………………………………… 5 分

(2)由(1)知 $S_n=\frac{2(1-2^n)}{1-2}=2^{n+1}-2$,所以 $b_n=\log_2(S_n+2)=\log_2 2^{n+1}=n+1$,

所以$\frac{1}{b_nb_{n+1}}=\frac{1}{(n+1)(n+2)}=\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}$,

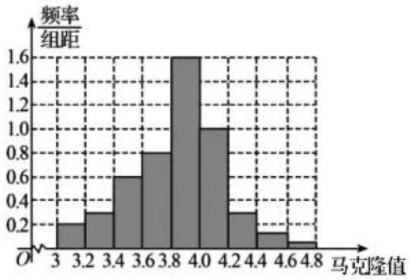
所以 $T_n=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}=\frac{1}{2}-\frac{1}{n+2}<\frac{1}{2}$. …………………………………… 12 分

18. 解:(1)由分布表知,

$0.08+0.12+0.24+0.32+0.64+a+0.12+0.06+0.02=2$,

解得 $a=0.4$. ………………………………………………………………………………… 2 分

在直方图中对应的频率/组据值为$(\frac{0.2}{1})\div 0.2=1$,补全频率分布图如下,



4 分

(2)由频率分布直方图知，

马克隆值落在区间[3.8,4.0)内的频率最大，故众数$\frac{3.8+4.0}{2}=3.9$，…………………………………… 6 分

因为$(0.2+0.3+0.6+0.8)\times0.2=0.38<0.5$，

$(0.2+0.3+0.6+0.8+1.6)\times0.2=0.7>0.5$，

所以中位数在区间[3.8,4.0)内，中位数为$3.8+(0.5-0.38)\div1.6=3.875$. ………………………… 8 分

(3)2 吨样本的产值为$1.5\times(0.32+0.64+0.4)+1.4\times(0.24+0.12+0.06+0.02)+1.3\times(0.08+0.12)$

$=2.916$，估算棉花种植基地今年的总产值为：$1000\times2.916=2916$(万元). …………………………… 12 分

19. 解：(1)因为侧面$BCC'B'$是菱形，所以$B'C\perp BC'$，

又因为$B'C\perp A'B$且$A'B\cap BC'=B$，所以$B'C\perp$平面$A'BC'$，…………………………………… 3 分

又因为$B'C\subset$平面$AB'C$，

所以平面$AB'C\perp$平面$A'BC'$. ………………………………………………………………………… 5 分

(2)设$BC'\cap B'C=O$，点E到平面$A'BC'$的距离为h，

依题意知侧面$BCC'B'$，$ABB'A'$均是菱形.

又因为$\angle B'BC=\angle A'B'B=60^\circ$，所以$BC'=2\sqrt3$，$B'C=2$，$A'B=2$.

因为$AC=2\sqrt2$，所以$A'C'=2\sqrt2$，则$A'B^2+A'C'^2=BC'^2$，

所以$S_{\triangle A'BC'}=\frac12 A'B\cdot A'C'=\frac12\times2\times2\sqrt2=2\sqrt2$. ……………………………………… 7 分

因为$B'C\perp$平面$A'BC'$，又$EC=2EB$，所以$h=\frac13 CO=\frac13$. …………………………………… 9 分

所以$V_{A'-BC'E}=V_{E-A'BC'}=\frac13 S_{\triangle A'BC'}\cdot h=\frac13\times2\sqrt2\times\frac13=\frac{2\sqrt2}{9}$. ………………………… 12 分

20. 解：(1)由题意可知$F(-c,0)$，直线$l\perp x$轴时，$|AB|=\frac{2b^2}{a}=\sqrt2$，……………………………… 1 分

$\tan\angle AOB=\frac{2\tan\angle AOF}{1-\tan^2\angle AOF}=2\sqrt2$，解得$\tan\angle AOF=\frac{\sqrt2}{2}$或$-\sqrt2$，……………………… 2 分

$\because\angle AOF\in(0,\frac{\pi}{2})$，$\therefore\tan\angle AOF=\frac{\sqrt2}{2}=\frac{|AF|}{|FO|}=\frac{\frac{b^2}{a}}{c}$，………………………………………… 3 分

得$b=c=1$，$a=\sqrt2$. 故椭圆C的方程为$\frac{x^2}{2}+y^2=1$. ………………………………………………… 4 分

(2)设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，依题意直线l斜率一定存在且不为零，设$l:y=k(x+1)$，……………… 5 分

代入椭圆方程得：$(2k^2+1)x^2+4k^2x+2k^2-2=0$，

则 $x_1+x_2=\frac{-4k^2}{2k^2+1}, y_1+y_2=k(x_1+x_2+2)=\frac{2k}{2k^2+1}$. ………………………………………… 7 分

故 $M(\frac{-2k^2}{2k^2+1},\frac{k}{2k^2+1})$, ………………………………………………………………… 8 分

直线 $l':y-\frac{k}{2k^2+1}=-\frac{1}{k}(x+\frac{2k^2}{2k^2+1})$,令 $y=0$,则 $P(\frac{-k^2}{2k^2+1},0)$, ……………………………… 9 分

$\because PM\perp MF, OQ\perp PO$, $\therefore \overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PF}=|PM|^2$, $\overrightarrow{PO}\cdot\overrightarrow{PQ}=|PO|^2$,

$\therefore \frac{\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PF}}{\overrightarrow{PO}\cdot\overrightarrow{PQ}}=\frac{|PM|^2}{|PO|^2}=\frac{(\frac{-k^2}{2k^2+1}-\frac{-2k^2}{2k^2+1})^2+(\frac{k}{2k^2+1})^2}{(\frac{-k^2}{2k^2+1})^2}=\frac{k^2+1}{k^2}=1+\frac{1}{k^2}$, ……………………………… 11 分

$\because k^2\in(0,+\infty)$, $\therefore 1+\frac{1}{k^2}\in(1,+\infty)$, $\therefore \frac{\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PF}}{\overrightarrow{PO}\cdot\overrightarrow{PQ}}\in(1,+\infty)$. ……………………………………… 12 分

21. 解:(1) $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$, $f'(x)=\frac{a}{x}-(2a+1)=\frac{a-(2a+1)x}{x}$.

当 $a<-\frac{1}{2}$ 时,$(0,\frac{a}{2a+1})$ 为减区间,$(\frac{a}{2a+1},+\infty)$ 为增区间. ………………………………………… 4 分

当 $-\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant 0$ 时,$(0,+\infty)$ 为减区间;

当 $a>0$ 时 $(0,\frac{a}{2a+1})$ 为增区间,$(\frac{a}{2a+1},+\infty)$ 为减区间. ………………………………………………… 5 分

(2)由 $f(x)<1-2ax$ 在 $x\in(1,+\infty)$ 上恒成立. 可得:$a<\frac{x+1}{\ln x}$ 在 $x\in(1,+\infty)$ 上恒成立,

令 $h(x)=\frac{x+1}{\ln x}(x>1)$,则 $h'(x)=\frac{\ln x-\frac{1}{x}-1}{(\ln x)^2}$,

令 $t(x)=\ln x-\frac{1}{x}-1(x>1)$,

$\because y=\ln x$ 与 $y=-\frac{1}{x}$ 在 $(1,+\infty)$ 上均单调递增,

$\therefore t(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增,且 $t(3)=\ln 3-\frac{4}{3}<0$, $t(4)=\ln 4-\frac{5}{4}>0$.

$\therefore \exists x_0\in(3,4)$,使得 $t(x_0)=\ln x_0-\frac{1}{x_0}-1=0$,此时 $\ln x_0=\frac{1}{x_0}+1$,

$\therefore$ 当 $x\in(1,x_0)$ 时,$h'(x)<0$;当 $x\in(x_0,+\infty)$ 时,$h'(x)>0$;

$\therefore h(x)$ 在 $(1,x_0)$ 上单调递减,在 $(x_0,+\infty)$ 上单调递增, ………………………………………………… 8 分

$\therefore h(x)_{\min}=h(x_0)=\frac{x_0+1}{\ln x_0}=\frac{x_0+1}{\frac{1}{x_0}+1}=x_0\in(3,4)$,

$\because a<\frac{x+1}{\ln x}$ 在 $x\in(1,+\infty)$ 恒成立,$\therefore a<h(x)_{\min}=x_0$, ……………………………………………… 10 分

$\therefore$ 整数 a 的最大值为 3. ……………………………………………………………………………… 12 分

22. 解:(1)由已知可得圆 C_1 的直角坐标方程为:$(x-1)^2+y^2=1$,则点 M 的直角坐标为 $(2,0)$, ………… 2 分

圆 C_2 的半径为 3,故圆 C_2 的直角坐标方程为 $(x-3)^2+y^2=9$. ……………………………………………… 4 分

(2)依题意设 A,B 极坐标分别为 $A(\rho_1,\alpha)$,$B(\rho_2,\alpha)$,

圆 C_2 的极坐标方程为 $\rho=6\cos\alpha$,…………………………………………………… 5 分

则 $|AB|=\rho_2-\rho_1=6\cos\alpha-2\cos\alpha=4\cos\alpha$,………………………………………… 6 分

$\because OM$ 为圆 C_1 直径,故 $OA\perp AM$,$\therefore |AM|=2\sin\alpha$,…………………………………… 8 分

则在 Rt$\triangle ABM$ 中,$\angle ABM=\frac{\pi}{6}$,$|AB|=\sqrt{3}|AM|$,…………………………………… 9 分

则 $4\cos\alpha=2\sqrt{3}\sin\alpha$,故 $\tan\alpha=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. ……………………………………………… 10 分

23. 解:(1)若 $a=1$,则 $f(x)=|x+1|+|2x+1|=\begin{cases}-2-3x, x\in(-\infty,-1)\\ -x, x\in[-1,-\frac{1}{2}]\\ 3x+2, x\in(-\frac{1}{2},+\infty)\end{cases}$, ………………………… 2 分

当 $x\in(-\infty,-1)$,则 $f(x)>3-x$,即为 $-2-3x>3-x$,得 $x\in(-\infty,-\frac{5}{2})$;

当 $x\in[-1,-\frac{1}{2}]$,则 $f(x)>3-x$,即为 $-x>3-x$,得 $x\in\varnothing$;

当 $x\in(-\frac{1}{2},+\infty)$,则 $f(x)>3-x$,即为 $3x+2>3-x$,得 $x\in(\frac{1}{4},+\infty)$;………………………… 4 分

综上:不等式 $f(x)>3-x$ 的解集为 $(-\infty,-\frac{5}{2})\cup(\frac{1}{4},+\infty)$. ……………………………… 5 分

(2)当 $x\in[-1,1]$ 时,$f(x)\leqslant|x+3|$,等价于 $|2ax+1|\leqslant 2$,……………………………… 7 分

只需 $\begin{cases}|1-2a|\leqslant 2\\ |1+2a|\leqslant 2\end{cases}$,…………………………………………………………………… 8 分

解得 $a\in[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$. ……………………………………………………………………… 10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》