

数学

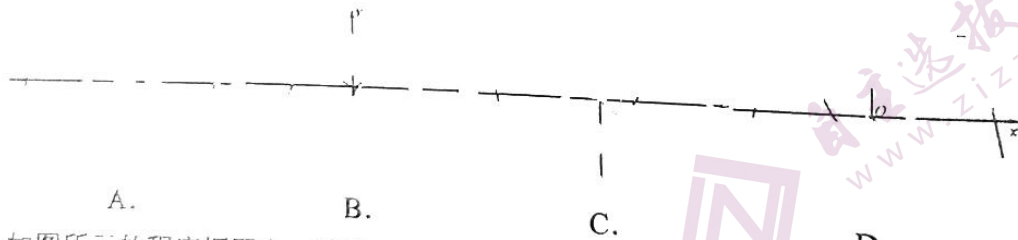
(考试时间: 120分钟) 满分: 150分)

注意事项:

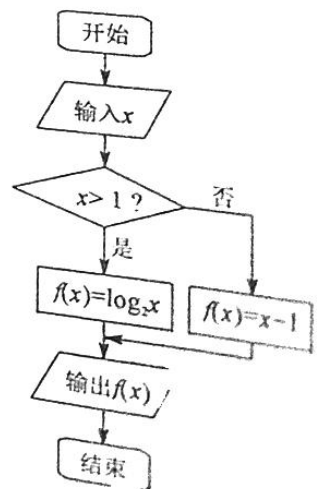
1. 答卷前, 考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在答题卡上, 并认真核准条形码上的准考证号、姓名、考场号、座位号及科目, 在规定的位罝贴好条形码。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将答题卡交回。

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 3 \leq 0\}$, $B = \{x \mid x \geq -1\}$, 则集合 $A \cap B$ 的元素个数为
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
2. 若复数 z 满足 $(z-1)i = 1-i$, 则 z 的虚部是
A. 1 B. -1 C. i D. -i
3. “ $\lg a < \lg b$ ”是“ $2^a < 2^b$ ”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 已知函数 $f(x) = x \cos x$, 则 $y = f(x)$ 的大致图象是



5. 如图所示的程序框图中, 若输出的函数值 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 内, 则输入的实数 x 的取值范围是
A. $[-2, 2]$
B. $[-2, 4]$
C. $[-1, 4]$
D. $[-1, 2]$
6. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $AB = 5$, $AC = 4$, 则 $(\vec{AB} + \vec{AC}) \cdot \vec{BC} =$
A. -20 B. -9 C. 9 D. 16



7. 已知角 α 的终边上一点 P 的坐标为 $(-1, 2)$, 角 β 的终边与角 α 的终边关于 y 轴对称, $\tan(\beta + \frac{\pi}{4}) =$
- A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. -3 D. 3
8. “四书”“五经”是我国 9 部经典名著《大学》《论语》《中庸》《孟子》《周易》《尚书》《诗经》《礼记》《春秋》的合称. 为弘扬中国传统文化, 某校计划在读书节活动期间举办“四书”“五经”知识讲座, 每部名著安排 1 次讲座, 若要求《大学》《论语》相邻, 但都不与《周易》相邻, 则排法种数为
- A. $A_6^6 A_2^2 A_2^2$ B. $A_6^6 A_2^2$ C. $A_6^6 A_2^2 A_2^2$ D. $A_6^6 A_6^6 A_2^2$
9. 已知 $3^x + 9^y = 18$, 当 $x + 2y - 1$ 取最大值时, 则 xy 的值为
- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. 3 D. 4
- 南宋数学家杨辉给出了著名的三角垛公式: $1 + (1+2) + (1+2+3) + \dots + (1+2+3+\dots+n) = \frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$, 则数列 $\{n^2 - n\}$ 的前 n 项和为
- A. $\frac{1}{3}(n-1)n(n+1)$ B. $\frac{1}{3}(n-1)n(2n+1)$
C. $\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$ D. $\frac{1}{6}(2n+1)n(n+1)$
- 已知定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(1) = 2$, $f(-4+x) = f(2-x)$, 则 $f(2022) + f(2023) =$
- A. 4 B. 0 C. -2 D. -4
- 已知 $a = 2.5^{\frac{2}{5}}$, $b = (\frac{7}{5})^{\frac{5}{7}}$, $c = 3^{\frac{1}{3}}$, 则 a, b, c 的大小关系为
- A. $a < b < c$ B. $b < a < c$ C. $c < b < a$ D. $a < c < b$

[填空题: 本大题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分.]

$\begin{cases} 2x - y \geq 0, \\ x + 2y \leq 5, \\ y \geq 0, \end{cases}$ 则 $x - y$ 的最大值为_____.

$(x-2)(x^2 + \frac{1}{x})^6$ 的展开式中, 常数项为_____. (用数字作答)

若函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \frac{\pi}{3})$, 方程 $|f(x)| - 2 = 0$ 在区间 $[0, 2\pi]$ 有且仅有四个根, 则正数 ω 的范围是_____.

x 的不等式 $e^{ax} - 2x - b \geq 0$ 的解集为 \mathbf{R} , 则 $\frac{b}{a}$ 的最大值是_____.

解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个考生都必须答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

做题: 共 60 分.

17. (12分)

2022年四川持续出现高温天气，
前提下，尽量合理利用资源，保障企业生产。为了解电
情况，在8月初，分别对该市A区和B区各10个企业7月的供
电量与需求量的比值进行统计，结果用茎叶图表示如图。

(1)求A区企业7月的供电量与需求量的比值的中位数；
(2)当供电量与需求量的比值小于0.84时，生产要受到影响，
统计茎叶图中的数据，填写右面 2×2 列联表，
并根据列联表，判断是否有95%的把握认为生
产受到影响与企业所在区有关？

5	7	8	0.8	6	4	4
6	9	0.7	6	2	1	0

	不受影响	受影响	合计
A区			
B区			
合计			

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$P(K^2 \geq k)$	0.05	0.01	0.001
k	3.841	6.635	10.828

18. (12分)

已知正项数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $S_n = \frac{a_n a_{n+1}}{2}$.

(1)计算 a_2, a_3 , 猜想 $\{a_n\}$ 的通项公式并加以证明;

(2)若 $b_n = a_n + 2^n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (12分)

$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对边分别为 a, b, c , 已知 $\frac{c \sin C}{\sin A} - c = \frac{b \sin B}{\sin A} - a$, $b = 2$.

(1)若 $a = 2c$, 求 $\triangle ABC$ 的周长;

(2)若 AC 边的中点为 D , 求中线 BD 的最大值.

现有甲、乙、丙三个人相互传接球，第一次从甲开始传球，甲随机地传给乙或丙，接球后视为完成第一次传接球；接球者进行第二次传球，随机地传给另外两人中的一个人，接球后视为完成第二次传接球；依次类推，假设传接球无失误。

(1) 设乙接到球的次数为 X ，通过三次传球，求 X 的分布列与期望；

(2) 设第 n 次传球后，甲接到球的概率为 a_n ，

(i) 试证明数列 $\{a_n - \frac{1}{3}\}$ 为等比数列；

(ii) 解释随着传球次数的增多，甲接到球的概率趋近于一个常数。

21. (12分)

已知函数 $f(x) = e^{ax} - x$ ($a \geq \frac{1}{2}$)。

(1) $x \in (0, 1)$ ，求证： $\sin x < x < \ln \frac{1}{1-x}$ ；

(2) 证明： $\sin \frac{1}{2} + \sin \frac{1}{3} + \dots + \sin \frac{1}{n} < f(n)$ 。

(二) 选做题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题记分。

22. (10分) 选修 4-4：坐标系与参数方程

在平面直角坐标 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \frac{2\sqrt{3}t}{1+t^2}, \\ y = \frac{2\sqrt{3}}{1+t^2} \end{cases}$ (t 为参数， $t \in \mathbf{R}$)，以原点 O 为

极点， x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系。

(1) 求曲线 C 的普通方程和极坐标方程；

(2) 在平面直角坐标 xOy 中，若过点 $P(-1, 0)$ 且倾斜角为 $\frac{\pi}{6}$ 的直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点，

证： $|PA|, |AB|, |PB|$ 成等差数列。

(10分) 选修 4-5：不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x - 2a| + |x + b| + c$ ， $a > 0, b > 0, c > 0$ 。

(1) 当 $a = b = c = 1$ 时，解不等式 $f(x) < 6$ ；

(2) 当函数 $f(x)$ 的最小值为 7 时，求 $\sqrt{a} + \sqrt{b+1} + \sqrt{c+2}$ 的最大值。

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线