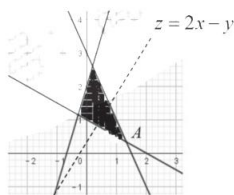


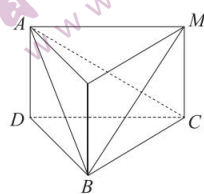
安康市 2023 届高三年级第二次质量联考试卷

文科数学参考答案

1. D 解析:  $A = \{x | 0 < x < 2\}$ ,  $\therefore A \cup B = (0, 3)$ , 故选 D.
2. B 解析:  $z = -\frac{4}{5} + \frac{7}{5}i$ , 所以  $z$  的虚部为  $\frac{7}{5}$ , 故选 B.
3. C 解析: 记社长为  $A, B$ , 其他成员为  $c, d, e, f$ , 所以从 6 人中任选 3 人, 共有  
 $\{A, B, c\}, \{A, B, d\}, \{A, B, e\}, \{A, B, f\}, \{A, c, d\}, \{A, c, e\}, \{A, c, f\},$   
 $\{A, d, e\}, \{A, d, f\}, \{A, e, f\}, \{B, c, d\}, \{B, c, e\}, \{B, c, f\}, \{B, d, e\},$   
 $\{B, d, f\}, \{B, e, f\}, \{c, d, e\}, \{c, d, f\}, \{c, e, f\}, \{d, e, f\}$  20 种, 其中至少含一个社长的有 16 种, 所以概率为  $\frac{16}{20} = \frac{4}{5}$ , 故选 D.
4. C 解析:  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ,  $\therefore \lambda = 1, \mu = \frac{1}{2}$ ,  $\therefore \lambda + \mu = \frac{3}{2}$ , 故选 C.
5. A 解析: 当  $a = 1$  时,  $l_1: -x + y + 1 = 0, l_2: -x + y + 2 = 0$ , 所以  $l_1 // l_2$ .  
 当  $l_1 // l_2$  时,  $a = 1$  或  $a = 2$ , 故选 A.
6. D 解析: 画出可行域, 平移目标函数直线, 可知当直线过点  $A(\frac{4}{3}, \frac{1}{3})$  时,  $z$  有最大值  $\frac{7}{3}$ , 故选 D.



7. C 解析: 因为  $AD \perp$  面  $BCD$ , 将三棱锥补成直三棱柱 (如图)  
 $\therefore CD // AM, \therefore \angle MAB$  为所求.  $\triangle MAB$  中,  $AB = \sqrt{2}, BM = \sqrt{5}, AM = \sqrt{5}$ ,  
 $\therefore \cos \angle MAB = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$ , 故选 C.
8. C 解析:  $\therefore \sin(\frac{5\pi}{6} + \theta) = \sin(\frac{\pi}{3} + \theta + \frac{\pi}{2}) = \cos(\frac{\pi}{3} + \theta)$ ,  
 $\therefore -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{6}, \therefore -\frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{3} + \theta < \frac{\pi}{2}, \therefore \sin(\frac{\pi}{3} + \theta) = \frac{1}{4}, \therefore \cos(\frac{\pi}{3} + \theta) = \frac{\sqrt{15}}{4}$ , 故选 C.
9. B 解析: 由  $f(x+1) = f(1-x)$  可得  $f(x)$  关于  $x = 1$  对称, 又是奇函数, 所以周期为 4,  
 $f(2022) = f(2) = f(0) = 0$ , 故选 B.
10. A 解析: 对于 A:  $\frac{1}{a} + \frac{2}{b+1} = \frac{1}{2} \cdot (\frac{1}{a} + \frac{2}{b+1}) \cdot [a + (b+1)] = \frac{1}{2} (3 + \frac{b+1}{a} + \frac{2a}{b+1}) \geq \frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$ ,  
 故 A 正确;  
 对于 B:  $\therefore a + b \leq \sqrt{2(a^2 + b^2)}, \therefore a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$ , 故 B 错误;



对于C:  $\frac{3}{a+1} - b = \frac{3}{a+1} - (1-a) = \frac{3}{a+1} + (a+1) - 2 \geq 2\sqrt{3} - 2$ , 当且仅当  $a = \sqrt{3} - 1$  时取等号, 故C错误;

对于D:  $2a^2 + b = 2a^2 + (1-a) = 2\left(a - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{7}{8} \geq \frac{7}{8}$ , 故D错误.

故选A.

11.A 解析:  $F\left(0, \frac{3}{2}\right)$ , 经分析, 直线斜率必存在, 设直线方程为  $y = kx + \frac{3}{2}$ ,  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,

$$\therefore \begin{cases} y = kx + \frac{3}{2} \\ x^2 = 6y \end{cases} \Rightarrow x^2 - 6kx - 9 = 0, \text{ 由韦达定理得 } x_1 + x_2 = 6k, x_1x_2 = -9.$$

$$\therefore \overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{FB},$$

$$\therefore -x_1 = \frac{2}{3}x_2 \text{ 代入韦达定理消元得 } k^2 = \frac{1}{24}, \therefore k = \pm\frac{\sqrt{6}}{12}, \text{ 所以直线方程为 } y = \pm\frac{\sqrt{6}}{12}x + \frac{3}{2}.$$

故选A.

12.B 解析: 设  $g(x) = x^2 f(x)$ ,  $x > 0$ ,  $g'(x) = x^2 f'(x) + 2xf(x) = x^2 \left[ f'(x) + \frac{2}{x} f(x) \right] > 0$

所以函数  $g(x)$  在  $(0, +\infty)$  上为增函数.

由  $f(x)$  的定义域为  $(0, +\infty)$  可知  $ax > 0$ ,  $\therefore a > 0$ .

将不等式  $\frac{ax \cdot f(ax)}{\ln x} \geq \frac{f(\ln x) \cdot \ln x}{ax}$  整理得  $a^2 x^2 \cdot f(ax) \geq f(\ln x) \cdot \ln^2 x$  即  $g(ax) \geq g(\ln x)$ ,

$$\therefore ax \geq \ln x \text{ 在 } x \in (1, +\infty) \text{ 上恒成立, } \therefore a \geq \frac{\ln x}{x}.$$

$$\text{令 } \varphi(x) = \frac{\ln x}{x}, \text{ 其中 } x > 1, \therefore a \geq \varphi(x)_{\max}.$$

$$\varphi'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}, \text{ 令 } \varphi'(x) = 0, \text{ 得 } x = e.$$

当  $x \in (1, e)$  时,  $\varphi'(x) > 0$ , 所以  $\varphi(x)$  在  $(1, e)$  上单调递增;

当  $x \in (e, +\infty)$  时,  $\varphi'(x) < 0$ , 所以  $\varphi(x)$  在  $(e, +\infty)$  上单调递减.

$$\therefore \varphi(x)_{\max} = \varphi(e) = \frac{1}{e}, \therefore a \geq \frac{1}{e}.$$

故选B.

13.  $8\pi$  解析:  $S_{\text{圆}} = \frac{1}{2} \times 4 \times 2\pi \times 2 = 8\pi$ .

14. 96 解析:  $\bar{x} = 3$ , 代入回归方程得  $\bar{y} = 140$ ,  $\therefore 140 \times 5 = 50 + a + 142 + 185 + 227$ ,  $\therefore a = 96$ .

15. 12 解析: 由阿氏圆定义可得  $P$  在以  $(5,0)$  为圆心, 4 为半径的圆上运动, 所以当  $P$  坐标为  $(5,4)$

时,  $\Delta PAB$  面积最大为  $S_{\Delta PAB} = \frac{1}{2} |AB| \cdot 4 = 12$ .

16.  $\frac{1+\sqrt{15}}{8}$  解析:  $\because c = \frac{\sqrt{2}}{2}, a \cos C = b - \frac{1}{2} = b - \frac{\sqrt{2}}{2}c, \therefore \sin A \cos C = \sin B - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin C$ ,

$$\therefore \sin A \cos C = \sin(A+C) - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin C, \text{ 展开得 } \sin C \cdot \left( \cos A - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 0, \therefore A = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \therefore b^2 - b - \frac{7}{2} = 0, b = \frac{1 + \sqrt{15}}{2}, \text{ 所以 } \Delta ABC \text{ 的面积 } S = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} \times$$

$$\frac{1 + \sqrt{15}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1 + \sqrt{15}}{8}.$$

17. 解: (1) 由已知  $\begin{cases} a_1q^2 + a_1q^4 = 40 \\ a_1q^3 = 16 \end{cases}$  两式相除得  $2q^2 - 5q + 2 = 0$ , 解得  $q = 2$  或  $q = \frac{1}{2}$  (舍) ..... 3分  
 所以  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n = 2^n$  ..... 6分  
 (2)  $b_n = \log_2 a_n = n$ ,  $c_n = n \cdot 2^n$   
 $S_n = 1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \dots + n \cdot 2^n$   
 $2S_n = 1 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2^3 + 3 \cdot 2^4 + \dots + n \cdot 2^{n+1}$   
 两式相减  $-S_n = 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n - n \cdot 2^{n+1} = \frac{2(1-2^n)}{1-2} - n \cdot 2^{n+1} = 2^{n+1} - 2 - n \cdot 2^{n+1}$   
 $\therefore S_n = (n-1)2^{n+1} + 2$  ..... 12分

18. 解: (1) 由样本数据得  $(x_i, i) (i = 1, 2, 3, \dots, 16)$  的相关系数为  $r = \frac{\sum_{i=1}^{16} (x_i - \bar{x})(i - 8.5)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{16} (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^{16} (i - 8.5)^2}} \approx \frac{-2.78}{0.212 \times 18.439 \times 4} \approx -0.18$ ,  $|r| = 0.18 < 0.25$ , 因此可以认为年薪与工龄不具有线性相关关系. .... 4分  
 (2) 由于  $\bar{x} = 9.97, s \approx 0.212$ , 由样本数据可以看出工龄为 13 年的员工年薪在  $(\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s) = (9.334, 10.606)$  以外, 因此会被约谈并进行岗位调整, 所以留下 15 名员工, 剩下员工年薪的均值为  $\frac{1}{15} \times (16 \times 9.97 - 9.22) = 10.02$  万元, ..... 6分  
 $\sum_{i=1}^{16} x_i^2 = 16 \times 0.212^2 + 16 \times 9.97^2 \approx 16 \times 99.446 = 1591.136$  ..... 8分  
 余下员工年薪的方差为  $\frac{1}{15} \times (1591.136 - 9.22^2 - 15 \times 10.02^2) \approx 0.008$ ,  
 所以标准差的估计值为  $\sqrt{0.008} \approx 0.09$  ..... 12分

19. (1) 证明:  $\because VA = AB, E$  为  $VB$  中点,  $\therefore AE \perp VB$  ..... 2分  
 $\because VA \perp AB, \therefore \triangle AVB$  是等腰直角三角形,  $\therefore VA = AB = 6, \therefore VB = 6\sqrt{2}$ .  
 $\triangle VBC$  中,  $\because VC = 6\sqrt{3}, BC = 6, VB = 6\sqrt{2}, \therefore VC^2 = VB^2 + BC^2, \therefore BC \perp VB$ .  
 $\because AB \perp BC, AB \subset \text{面} VAB, VB \subset \text{面} VAB, AB \cap VB = B, \therefore BC \perp \text{面} VAB,$   
 $\because AE \subset \text{面} VAB,$   
 $\therefore BC \perp AE$ . ..... 4分  
 $\because VB \subset \text{面} VBC, BC \subset \text{面} VBC, VB \cap BC = B,$   
 $\therefore AE \perp \text{面} VBC$ . ..... 6分  
 (2)  $\because BC \perp \text{面} VAB, F$  为  $VC$  上一点, 且  $\frac{VF}{FC} = 2,$   
 $\therefore F$  到平面  $VBC$  的距离  $h = \frac{2}{3} BC = 4$ . ..... 8分  
 $Rt\triangle VBC$  中,  $\cos \angle BVC = \frac{6\sqrt{2}}{6\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}, VE = 3\sqrt{2}, VF = 4\sqrt{3},$   
 $\therefore \triangle VEF$  中,  $EF^2 = VE^2 + VF^2 - 2VE \cdot VF \cdot \cos \angle BVC = 18, \therefore EF = 3\sqrt{2}.$   
 $\because AE \perp \text{面} VBC, \therefore AE \perp EF,$   
 $\therefore S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} AE \cdot EF = 9, \therefore S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 9$ . ..... 10分  
 $\because V_{V-AEF} = V_{F-AEV}, \therefore \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle AEF} \cdot h_V = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle AEF} \cdot h_F, \therefore h_V = 4.$

所以  $V$  到平面  $AEF$  的距离为 4. .... 12 分

20. 解: (1) 设  $F_1, F_2$  关于  $l_2$  的对称点分别为  $F_1', F_2'$ ,  $\because O$  为线段  $F_1 F_2$  的中点,  $\therefore P$  是  $F_1' F_2'$  的中点,  
 $\therefore F_1' F_2'$  是圆的直径,  $\therefore |F_1' F_2'| = |F_1 F_2| = 2\sqrt{3}$ ,  $\therefore c = \sqrt{3}$ , .... 2 分

由已知  $b = 1$ , 所以椭圆  $C$  的方程为  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  ..... 4 分

(2) 设点  $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$ , 其中  $x_1 < x_2$ .

联立  $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \\ y = kx \end{cases} \Rightarrow (1 + 4k^2)x^2 = 4$ .

$\therefore x_1 = \frac{-2}{\sqrt{1 + 4k^2}}, x_2 = \frac{2}{\sqrt{1 + 4k^2}}$  ..... 6 分

$|MN| = \sqrt{1 + k^2} |x_1 - x_2| = \frac{4\sqrt{1 + k^2}}{\sqrt{1 + 4k^2}}$ .

点  $A, B$  到直线  $l_1$  的距离分别为  $d_1 = \frac{2k}{\sqrt{1 + k^2}}, d_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + k^2}}$ . .... 8 分

$S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2} |MN| \cdot (d_1 + d_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4\sqrt{1 + k^2}}{\sqrt{1 + 4k^2}} \cdot \frac{1 + 2k}{\sqrt{1 + k^2}} = 2 \sqrt{\frac{4k^2 + 4k + 1}{1 + 4k^2}} = 2 \sqrt{1 + \frac{4}{\frac{1}{k} + 4k}}$

..... 10 分

$\therefore \frac{1}{k} + 4k \geq 2 \sqrt{\frac{1}{k} \cdot 4k} = 4$  当且仅当  $k = \frac{1}{2}$  时取等号.

$\therefore 0 < \frac{1}{\frac{1}{k} + 4k} \leq \frac{1}{4}$ ,  $\therefore 1 < 1 + \frac{4}{\frac{1}{k} + 4k} \leq 2$ ,  $\therefore S_{\triangle AMN} \in (2, 2\sqrt{2}]$ . .... 12 分

21. 解: (1)  $f'(x) = \frac{1}{x} - a$  ..... 1 分

当  $a \leq 0$  时,  $f'(x) > 0$ ,  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递增. .... 3 分

当  $a > 0$  时, 令  $f'(x) = 0$ ,  $x = \frac{1}{a}$ , 当  $x \in (0, \frac{1}{a})$  时,  $f'(x) > 0$ ,  $f(x)$  单调递增;  
 当  $x \in (\frac{1}{a}, +\infty)$  时,  $f'(x) < 0$ ,  $f(x)$  单调递减. .... 5 分

(2) 当  $a = -1$  时,  $f(x) = \ln x + x$ , 因为  $g(x) = \ln e^{g(x)}$ ,  $\therefore e^{g(x)} + g(x) = e^{g(x)} + \ln e^{g(x)} = f(e^{g(x)})$   
 ..... 7 分

由已知  $f(e^{g(x)}) \geq f(x)$ , 由 (1) 可得  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递增,  
 $\therefore e^{g(x)} \geq x$ , 即  $e^{x + \ln m} \geq x$ . .... 9 分

$\therefore x + \ln m \geq \ln x$ ,  $\therefore \ln m \geq \ln x - x$ , 令  $h(x) = \ln x - x$ ,  $h'(x) = \frac{1}{x} - 1$ , 当  $x \in (0, 1)$  时,  $h'(x) > 0$ ,  $h(x)$  单调递增; 当  $x \in (1, +\infty)$  时,  $h'(x) < 0$ ,  $h(x)$  单调递减, 所以  $h(x)_{\max} = h(1) = -1$ ,  
 $\therefore \ln m \geq -1$ ,  $\therefore m \geq \frac{1}{e}$ . .... 12 分

22. 选修 4-4.

解: (1)  $\because$  直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 4 - \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = 4 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$  ( $t$  为参数),  $\therefore$  直线  $l$  的普通方程为  $x + y - 8 = 0$ , 又

∵ 曲线  $C$  的极坐标方程为  $\rho = 8 \sin \theta$ , 所以  $\rho^2 = 8\rho \sin \theta$ , 所以曲线  $C$  的普通方程为  $x^2 + y^2 = 8y$ , 即  $x^2 + (y - 4)^2 = 16$ , 又因为  $A$  在圆  $C$  上, 圆心  $C$  到直线  $l$  的距离为  $\frac{|-4|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ , 所以  $A$  到  $l$  距离的最大值为  $2\sqrt{2} + 4$ . ..... 5分

(2) 因为  $\begin{cases} x + y - 8 = 0 \\ x^2 + y^2 = 8y \end{cases} \Rightarrow x^2 - 4x = 0, x = 0$  或  $x = 4$ , 又 ∵  $B$  在第一象限, ∴  $B(4, 4)$ . 点  $A, B$  在曲线  $C$  上, 设  $A(\rho_1, \frac{\pi}{4} + \frac{7\pi}{12}), B(\rho_2, \frac{\pi}{4})$ , 代入曲线  $C$  的极坐标方程得  $\rho_1 = |OA| = 8 \sin(\frac{\pi}{4} + \frac{7\pi}{12}) = 4$ , ∴  $\rho_2 = |OB| = 8 \sin \frac{\pi}{4} = 4\sqrt{2}$ , ..... 8分

所以  $\triangle AOB$  的面积为  $S = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} = 4 + 4\sqrt{3}$ . ..... 10分

23. 选修 4-5

解: (1) 当  $a = 2$  时,  $f(x) = |x - 2| + |x + 4|$

当  $x \geq 2$  时,  $f(x) = x - 2 + x + 4 = 2x + 2 \geq 7, \therefore x \geq \frac{5}{2}$ .

当  $-4 \leq x < 2$  时,  $f(x) = 6 \geq 7$ , 无解.

当  $x < -4$  时,  $f(x) = 2 - x - x - 4 = -2x - 2 \geq 7, \therefore x \leq -\frac{9}{2}$ .

综上不等式的解集为  $\{x \mid x \geq \frac{5}{2} \text{ 或 } x \leq -\frac{9}{2}\}$ . ..... 5分

(2) 由已知  $f(x_1)_{\min} > g(x_2)_{\max}$ ,

∵  $f(x) = |x - a| + |x + 3a - 2| \geq |(x - a) - (x + 3a - 2)| = |4a - 2|, \therefore f(x_1)_{\min} = |4a - 2|,$

$g(x_2)_{\max} = g(a) = a^2 + 1$ . ..... 8分

∴  $|4a - 2| > a^2 + 1$  等价于  $4a - 2 > a^2 + 1$  或  $4a - 2 < -a^2 - 1$ ,

解得  $1 < a < 3$  或  $-2 - \sqrt{5} < a < -2 + \sqrt{5}$ . ..... 10分

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线