

黄冈市 2019 年高三年级 9 月质量检测

数学试题(文科)

黄冈市教育科学研究院命制

2019 年 9 月 24 日上午 8:00 ~ 10:00

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。

3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

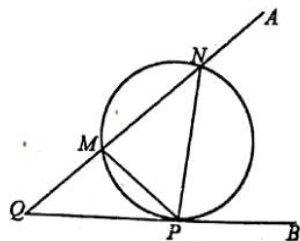
一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分,在每小题给出的四个选项中,只有一个是符合题目要求的)

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 > 0\}$, $B = \{x | \lg(x+1) \leq 1\}$, 则 $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B =$
 A. $\{x | -1 \leq x < 3\}$ B. $\{x | -1 \leq x \leq 9\}$ C. $\{x | -1 < x \leq 3\}$ D. $\{x | -1 < x < 9\}$

2. 若 $a > b$, 则下列不等式恒成立的是
 A. $2^a < 2^b$ B. $\ln(a-b) > 0$ C. $a^{\frac{1}{3}} > b^{\frac{1}{3}}$ D. $|a| > |b|$

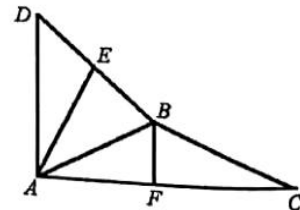
3. 设 S_n 为正项等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $S_1 + 3S_2 - S_3 = 0$, 且 $a_1 = 1$, 则 $a_4 =$
 A. 9 B. 18 C. 21 D. 27

4. 几何学史上有一个著名的米勒问题:“设点 M, N 是锐角 $\angle AQB$ 的一边 QA 上的两点, 试在 QB 边上找一点 P , 使得 $\angle MPN$ 最大”。如图, 其结论是: 点 P 为过 M, N 两点且和射线 QB 相切的圆的切点。根据以上结论解决以下问题: 在平面直角坐标系 xOy 中, 给定两点 $M(-1, 2), N(1, 4)$, 点 P 在 x 轴上移动, 当 $\angle MPN$ 取最大值时, 点 P 的横坐标是
 A. 1 B. -7
 C. 1 或 -7 D. 2 或 -7



5. 在等腰直角三角形 ABC 与 ABD 中, $\angle DAB = \angle ABC = 90^\circ$, 平面 $ADB \perp$ 平面 ABC , E, F 分别为 BD, AC 的中点, 则异面直线 AE 与 BF 所成的角为

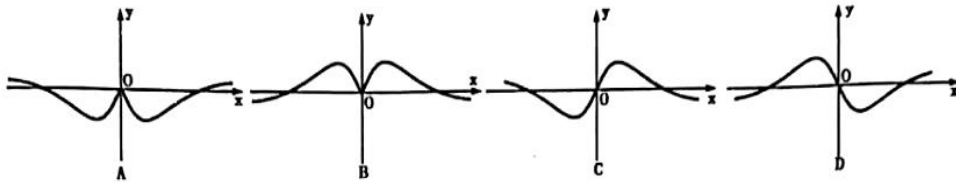
A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$
 C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$



6. 已知函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$, 则函数 $f(x)$ 的图象在点 $(2, f(2))$ 处的切线方程为
 A. $3x - y - 5 = 0$ B. $x - 3y - 5 = 0$ C. $3x + y - 5 = 0$ D. $3x - y + 5 = 0$

7. 已知圆 C 与直线 $x + y + 3 = 0$ 相切, 直线 $mx + y + 1 = 0$ 始终平分圆 C 的面积, 则圆 C 方程为
 A. $x^2 + y^2 - 2y = 2$ B. $x^2 + y^2 + 2y = 2$ C. $x^2 + y^2 - 2y = 1$ D. $x^2 + y^2 + 2y = 1$

8. 函数 $f(x) = \frac{3\sin x - x}{x^2 + 1}$ 在 $[-\pi, \pi]$ 的图象大致为



9. 已知函数 $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{6})$, 若方程 $f(x) = \frac{4}{5}$ 的解为 x_1, x_2 ($0 < x_1 < x_2 < \pi$), 则

$\sin(x_1 - x_2) =$

- A. $-\frac{3}{5}$ B. $-\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

10. 椭圆 $C: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$ 与双曲线 $Q: \frac{x^2}{m^2} - \frac{y^2}{n^2} = 1$ ($m > 0, n > 0$) 的焦点相同, 当这两条曲线的离心率之积为 1 时, 则双曲线 Q 的渐近线斜率是

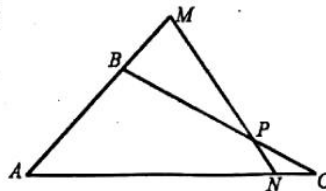
- A. $\pm\sqrt{2}$ B. $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\pm\frac{1}{2}$ D. ± 2

11. 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC, BC = 6$, 向量 $\vec{AD} = \vec{DB}$, 则 $\vec{DC} \cdot \vec{BC}$ 的值为

- A. 9 B. 18 C. 27 D. 36

12. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 P 满足 $\vec{BP} = 3\vec{PC}$, 过点 P 的直线与 AB, AC 所在的直线分别交于点 M, N . 若 $\vec{AM} = \lambda \vec{AB}, \vec{AN} = \mu \vec{AC}$, ($\lambda > 0, \mu > 0$), 则 $\lambda + \mu$ 的最小值为

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2} + 1$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{5}{2}$



二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 若命题“ $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 + mx_0 - m + 3 < 0$ ”为假命题, 则实数 m 的取值范围是_____.

14. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_2 + a_3 = 2, a_2 + a_3 + a_4 = 5$, 则 $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \dots + a_{2019} - a_{2020} =$ _____.

15. 某贫困地区现在人均年占有粮食为 420kg, 如果该地区人口平均每年增长 1%, 粮食总产量平均每年增长 5%, 那么 x 年后该地区人均年占有 y kg 粮食, 则函数 y 关于 x 的解析式是_____.

16. 若函数 $f(x) = m - x^3 + 3\ln x$ 在 $[\frac{1}{e}, e]$ 上有两个不同的零点, 则实数 m 的取值范围为_____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10分) 已知命题 $p: \exists x_0 \in \mathbf{R}, -x_0^2 + 2x_0 - 2m > 0$, $q: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 - 2mx + 1 \geq 0$.

(1) 若命题 $\neg q$ 为真命题, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若 $p \vee (\neg q)$ 为假命题, 求实数 m 的取值范围.

18. (12分) 设函数 $y = f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$, $\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$, $y = f'(x)$ 为 $y = f(x)$ 的导数, 若 $g(x) = f(x) + \sqrt{3}f'(x)$ 为奇函数, 且对任意的 $x \in \mathbf{R}$ 有 $g(x) \leq 2$.

(1) 求 $g(x)$ 表达式;

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $a = \frac{\tan B}{\tan A} = g(-\frac{\pi}{2})$, 求 $\triangle ABC$ 的面积最大值.

19. (12分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} - 1 = \frac{a_n - 1}{a_n}$, $a_n \neq 1$ 且 $a_1 = 2$.

(1) 证明数列 $\{\frac{1}{a_n - 1}\}$ 是等差数列, 并求出数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 令 $b_n = \frac{2^n}{a_n - 1}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

20. (12分) 已知函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a > 0, b \in \mathbf{R}, c \in \mathbf{R}$).

(1) 若函数 $f(x)$ 的最小值是 $f(-1) = -1$, 且 $c = 1$,

$$F(x) = \begin{cases} f(x), & x > 0 \\ -f(x), & x < 0 \end{cases}, \text{求 } F(3) + F(-3) \text{ 的值};$$

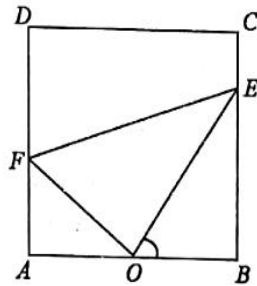
(2) 若 $a = 3, c = 1$, 且 $|f(x)| \leq 2$ 在区间 $(0, 2]$ 上恒成立, 试求 b 的取值范围.

21. (12分) 某市为了改善居民的休闲娱乐活动场所, 现有一块矩形 $ABCD$ 草坪如下图所示, 已

知: $AB = 120$ 米, $BC = 60\sqrt{3}$ 米, 拟在这块草坪内铺设三条小路 OE, EF 和 OF , 要求点 O 是 AB 的中点, 点 E 在边 BC 上, 点 F 在边 AD 上, 且 $\angle EOF = 90^\circ$.

(1) 设 $\angle BOE = \alpha$, 试求 $\triangle OEF$ 的周长 l 关于 α 的函数解析式, 并求出此函数的定义域;

(2) 经核算, 三条路每米铺设费用均为 300 元, 试问如何设计才能使铺路的总费用最低? 并求出最低总费用.



22. (12分) 已知函数 $f(x) = a(x + \ln x) - xe^x$,

(1) 当 $a = 1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的极大值;

(2) 若 $f(x) < 0$ 在 $x \in [1, +\infty)$ 上恒成立, 求实数 a 的取值范围.

自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主招生在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信扫一扫，快速关注