2023届湖南新高考教学教研联盟高三第二次联考

数学参考答案

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	A	C	B	B	D	A	D

1. C 【解析】$\because A=\{x|x^2-7x+10\leqslant 0\}=[2,5]$，$B=\{x\in \mathbf{N}|3\leqslant x\leqslant 5\}=\{3,4,5\}$，$\therefore A\cap B=\{3,4,5\}$，故选C.

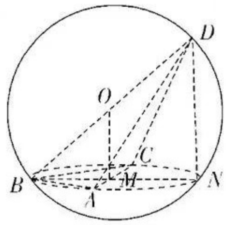
2. A 【解析】$\because \frac{z}{\bar{z}-\mathrm{i}}=\frac{3+\mathrm{i}}{3-2\mathrm{i}}=\frac{7+9\mathrm{i}}{13}$，$\therefore \frac{z}{\bar{z}-\mathrm{i}}$的对应点为$\left(\frac{7}{13},\frac{9}{13}\right)$，在第一象限，故选A.

3. C 【解析】$\because \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2=2$，$|\boldsymbol{b}|=1$，$\therefore \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1$，$\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}\cdot\frac{\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}=\boldsymbol{b}$为$\boldsymbol{a}$在$\boldsymbol{b}$上的投影向量，故选C.

4. B 【解析】$\because x+y-1=0$的斜率为-1，$\therefore f'(1)=1$，$f'(x)=\frac{a}{x}+2x$，$f'(1)=a+2=1$，$\therefore a=-1$. 故选B.

5. B 【解析】$\because T_7>T_6>T_8$，$\therefore T_6\cdot a_7>T_6\Rightarrow a_7>1$，$T_6>a_7a_8T_6\Rightarrow a_7a_8<1$，$T_7a_8<T_7\Rightarrow a_8<1$. 又$b_n=\lg a_n$，$\{b_n\}$为等差数列，$b_7=\lg a_7>0$，$b_8=\lg a_8<0$，所有正项和使$S_n$取得最大值，最后一个正项为$b_7$，$\therefore S_7$最大. 故选B.

6. D 【解析】如图，取AC的中点M，连接BM与球O交于另一点N，连接OM，DN，易知AC为圆面ABC的直径，$OM\perp$平面ABC，O，M分别为BD，BN的中点，所以$DN\perp$平面ABC，



$\because V_{D-ABC}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 1\times 1\times DN=\frac{\sqrt{2}}{6}$，$\therefore DN=\sqrt{2}$，

即$OM=\frac{\sqrt{2}}{2}$，在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$AB=BC=1$，

$\therefore BM=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\therefore BO=R=1$，$\therefore$球$O$的表面积为$S=4\pi R^2=4\pi$. 故选D.

7. A 【解析】对$be^b=7\ln 7$两边取对数，$\ln(be^b)=\ln(7\ln 7)\Rightarrow \ln b+b=\ln 7+\ln(\ln 7)$，而$f(x)=x+\ln x$在$(0,+\infty)$上单调递增，$\therefore b=\ln 7$. **法一**：令$f(x)=\ln x-\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{x}\right)$，$f'(x)\leqslant 0$，$\therefore f(x)$在$(0,+\infty)$单调递减，$\therefore f(7)<f(1)=0$，即$\ln 7<\frac{1}{2}\times\left(7-\frac{1}{7}\right)=\frac{24}{7}$，$\therefore a>b$；**法二**：$a=\frac{24}{7}>2=\ln e^2>\ln 7=b$；

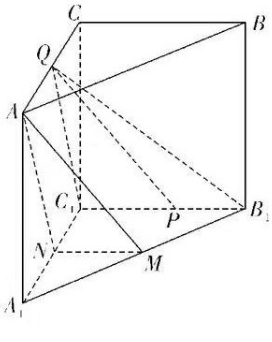
又$3^{c-1}=\frac{7}{e}\Rightarrow c=\log_3\frac{7}{e}+1$，$\therefore b-c=\ln 7-\left(\log_3\frac{7}{e}+1\right)=\ln\frac{7}{e}-\log_3\frac{7}{e}>0\Rightarrow b>c$，$\therefore a>b>c$. 故选A.

8. D 【解析】令$\frac{1}{2}|AQ|=|MQ|$，即$\frac{|AQ|}{|MQ|}=2$，$\therefore M$点的坐标为$\left(\frac{1}{2},0\right)$，则$|PQ|+\frac{1}{2}|AQ|$的最小值为$|PQ|+|MQ|$的最小值，即点$M$到直线$x-y+5=0$的距离为$\frac{\left|\frac{1}{2}+5\right|}{\sqrt{2}}=\frac{11\sqrt{2}}{4}$. 故选D.

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.

题号	9	10	11	12
答案	ACD	AC	AD	ABD

9. ACD 【解析】对于A，$\because 0.75\times 8=6$，$\therefore$第75百分位数为88，正确；对于B，相关系数r的绝对值接近于0，只能说两个随机变量没有线性相关性，错误；对于C，常数项为$C_6^2x^4\left(\frac{1}{x^2}\right)^2=15$，正确；由定义可得D项成立. 故选ACD.



10. AC 【解析】连接QC_1，QB_1，易证平面AMN//平面QC_1B_1，$QP\subset$平面QC_1B_1，则QP//平面MNA，故A正确；$V_{P-MNA}=V_{C_1-MNA}=V_{A_1-MNA}=V_{A-A_1MN}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 1\times 1\times 2\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{3}$，故B错误；$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{C_1B_1}=(\overrightarrow{AC_1}+\overrightarrow{C_1P})\cdot\overrightarrow{C_1B_1}=\overrightarrow{AC_1}\cdot\overrightarrow{C_1B_1}+\overrightarrow{C_1P}\cdot\overrightarrow{C_1B_1}=\overrightarrow{C_1P}\cdot\overrightarrow{C_1B_1}$，当$P$和$B_1$重合时，$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{C_1B_1}$最大为4，故C正确；由题意，$A$，$M$，$P$三点所确定的截面周长为$\sqrt{10}+6$，故D错误. 故选AC.

11. AD 【解析】由题意可得 $|AF_1|=4a$，$|AF_2|=2a$，$\therefore |AF_1|=2|AF_2|$，A 正确；$\because$ 过 F_2 的直线斜率为 $\sqrt{7}$，设该直线的倾斜角为 α，则 $\tan\alpha=\sqrt{7}$，$\therefore \cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{4}$，在 $\triangle AF_1F_2$ 中，由余弦定理得 $-\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{4a^2+4c^2-16a^2}{8ac}$，即 $6a^2-\sqrt{2}ac-2c^2=0$，$2e^2+\sqrt{2}e-6=0$，$\therefore e=\sqrt{2}$，B 错误；$\because \cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{4}$，$\therefore \sin\alpha=\frac{\sqrt{14}}{4}$，$\therefore \triangle AF_1F_2$ 的面积为 $\frac{1}{2}\cdot 2a\cdot 2c\cdot\frac{\sqrt{14}}{4}=\sqrt{7}a^2$，C 错误；设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，由 $\begin{cases}\frac{x_1^2}{a^2}-\frac{y_1^2}{b^2}=1,\\ \frac{x_2^2}{a^2}-\frac{y_2^2}{b^2}=1,\end{cases}$ 得 $\frac{b^2(x_1+x_2)}{a^2(y_1+y_2)}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\sqrt{7}$，$\frac{y_1+y_2}{x_1+x_2}=\frac{\sqrt{7}}{7}$，则直线 OP 的斜率为 $\frac{\sqrt{7}}{7}$，D 正确. 故选 AD.

12. ABD 【解析】对于 A，由 $f(c+x)+f(c-x)=2d$ 两边求导得 $f'(c+x)-f'(c-x)=0$，即 $f'(x)$ 关于 $x=c$ 对称，A 正确；对于 B，由 $f(a+x)$ 为偶函数，知 $f(x)$ 关于 $x=a$ 对称，又 $f(c+x)+f(c-x)=2d$，则 $f(x)$ 关于 (c,d) 对称，所以 $f(x)$ 的一个周期为 $4|c-a|$，$f(2x)$ 的一个周期为 $2|c-a|$，所以 B 正确；对于 C，当 $c=d$ 时，由 $f(c+x)+f(c-x)=2c$，得 $f(f(c+x))+f(f(c-x))=f(f(c+x))+f(2c-f(c+x))=2c$，$f(f(x))$ 关于 (c,d) 对称，当 $c\neq d$ 时，$f(f(x))$ 不关于 (c,d) 对称，所以 C 不对；对于 D，由 $f(a+x)$ 为偶函数，知 $f(x)$ 关于 $x=a$ 对称，即 $f(a+x)=f(a-x)$，则 $f(f(a+x))=f(f(a-x))$，即 $f(f(x))$ 关于 $x=a$ 对称，所以 D 正确. 故选 ABD.

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. $\frac{1}{3400}$ 【解析】设不吸烟者中患肺癌的概率为 x，由全概率公式得：$0.15\times 0.5\%+0.85\times x=0.1\%$，解得 $x=\frac{1}{3400}$.

14. 2 【解析】$f(x)=\frac{1-\cos(2\omega x)}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin(2\omega x)=\frac{1}{2}+\sin\left(2\omega x-\frac{\pi}{6}\right)$，由 $f\left(\frac{\pi}{24}\right)=\frac{1}{2}+\sin\left(\frac{\omega\pi}{12}-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$，得 $\sin\left(\frac{\omega\pi}{12}-\frac{\pi}{6}\right)=0$，故 $\frac{\omega\pi}{12}-\frac{\pi}{6}=k\pi$，$\omega=12k+2$，$k\in\mathbf{Z}$，又 $f(x)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{8}\right)$ 上单调递增，$\therefore \frac{\omega\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\leqslant\frac{\pi}{2}$，$\therefore 0<\omega\leqslant\frac{8}{3}$. 故当 $k=0$ 时，$\omega=2$.

15. 4 【解析】设 $A(x_A,y_A)$，$B(x_B,y_B)$，由 $\triangle AOF\backsim\triangle ACB$ 得 $\frac{S_{\triangle AOF}}{S_{\triangle ACB}}=\left(\frac{AF}{AB}\right)^2=\frac{4}{9}$，$\therefore AB=9$，$y_A=-2y_B$，又 AB 是焦点弦，$\therefore y_A\cdot y_B=-p^2$，则 $y_A=\sqrt{2}p$，$\therefore$ 点 $A(p,\sqrt{2}p)$，$AF=p+\frac{p}{2}=6$，解得 $p=4$.

16. -5 【解析】$f(x)=e^{a\sin x}-a\sin x$，易知 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数. $f'(x)=a\cos x(e^{a\sin x}-1)$，当 $x\in[0,2\pi]$ 时，$f(x)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 单调递增，$\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ 单调递减，$\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$ 单调递增，$\left(\frac{3\pi}{2},2\pi\right)$ 单调递减，又 $f\left(\frac{\pi}{2}\right)-f\left(\frac{3\pi}{2}\right)=e^a-e^{-a}-2a$，且 $a<0$. 构造函数 $\varphi(x)=e^x-e^{-x}-2x(x<0)$，求得 $\varphi'(x)=e^x+e^{-x}-2$，由基本不等式可得，当 $x<0$ 时，$\varphi'(x)>0$ 恒成立，所以函数 $\varphi(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 单调递增，且 $\varphi(0)=0$，故 $\varphi(x)<0$，所以有 $f\left(\frac{\pi}{2}\right)-f\left(\frac{3\pi}{2}\right)<0$，即 $f\left(\frac{3\pi}{2}\right)=e^{-a}+a$ 为函数 $f(x)$ 的最大值. 若 $\exists x_0\in\mathbf{R}$，使得 $f(x_0)+a^3>3\ln\left(\frac{1}{|a|}\right)$ 成立，即 $f(x)_{\max}+a^3>3\ln\left(\frac{1}{|a|}\right)\Leftrightarrow e^{-a}+a+a^3>3\ln\left(\frac{1}{|a|}\right)$，亦即 $e^{-a}-(-a)>(-a)^3-\ln(-a)^3\Leftrightarrow e^{-a}-\ln e^{-a}>(-a)^3-\ln(-a)^3$，构造函数 $g(x)=x-\ln x$，可知 $g(x)$ 在 $x\in(0,1)$ 单调递减，在 $x\in(1,+\infty)$ 单调递增. 又 $a<-1$，所以 $e^{-a}>1$，$(-a)^3>1$，所以 $e^{-a}>(-a)^3\Leftrightarrow -a>3\ln(-a)$，令 $t=-a$，则 $t>1$，构造函数 $h(t)=t-3\ln t(t>1)$，可知 $h(t)$ 在 $t\in(1,3)$ 单调递减，在 $t\in(3,+\infty)$ 单调递增. 又 $h(3)=3-3\ln 3<0$，$h(2)=2-3\ln 2<0$，$h(4)=4-3\ln 4<0$，$h(5)=5-3\ln 5>0$，所以满足条件的整数 $-a\geqslant 5$，故整数 $a\leqslant -5$，所以整数 a 的最大值为 -5.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 【解析】(1) $\because a-3b+6b\sin^2\frac{A+B}{2}=0$，$\therefore a-3b+6b\sin^2\frac{\pi-C}{2}=a-3b+6b\cos^2\frac{C}{2}=0$，…………………… 2 分

$\therefore a-3b+6b\cdot\frac{1+\cos C}{2}=0$，

$\therefore a+3b\cos C=0$. …………………………………………………………………………………… 4 分

(2) 由(1)可得：$\sin A+3\sin B\cos C=0$，且 C 为钝角，即 $4\sin B\cos C+\cos B\sin C=0$， ………………… 5 分

即 $4\tan B+\tan C=0$，$\tan C=-4\tan B$， …………………………………………………… 6分

$\tan A=-\tan(B+C)=-\dfrac{\tan B+\tan C}{1-\tan B\tan C}=\dfrac{3\tan B}{4\tan^2 B+1}=\dfrac{3}{4\tan B+\dfrac{1}{\tan B}}$

$\leqslant\dfrac{3}{2\sqrt{4\tan B\times\dfrac{1}{\tan B}}}=\dfrac{3}{4}$， …………………………………………………… 9分

当且仅当 $4\tan B=\dfrac{1}{\tan B}$，即 $\tan B=\dfrac{1}{2}$ 时取等号.

故 $\tan A$ 的最大值为 $\dfrac{3}{4}$. …………………………………………………… 10分

18.【解析】(1) ∵ $S_n=n-a_n$，

∴ $S_{n-1}=(n-1)-a_{n-1}(n\geqslant 2)$，

两式作差得 $2a_n=a_{n-1}+1$，∴ $2(a_n-1)=a_{n-1}-1$， …………………………………………………… 2分

当 $n=1$ 时，$S_1=1-a_1$，∴ $a_1-1=-\dfrac{1}{2}$， …………………………………………………… 3分

所以 $\{a_n-1\}$ 是首项为 $-\dfrac{1}{2}$，公比为 $\dfrac{1}{2}$ 的等比数列， …………………………………………………… 4分

故 $a_n=1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$. …………………………………………………… 5分

(2) ∵ $2b_n=(n-2)(a_n-1)$，∴ $b_n=(2-n)\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$， …………………………………………………… 7分

∴ $T_n=b_1+b_2+\cdots+b_n=1\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+0\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^3+(-1)\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^4+\cdots+(2-n)\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}$， ①

$\dfrac{1}{2}T_n=1\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^3+0\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^4+(-1)\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^5+\cdots+(2-n)\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+2}$， ②

两式作差得 $\dfrac{1}{2}T_n=1\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^2-\left[\left(\dfrac{1}{2}\right)^3+\left(\dfrac{1}{2}\right)^4+\cdots+\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}\right]-(2-n)\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-2}$，

化简得 $T_n=\dfrac{n}{2^{n+1}}$， …………………………………………………… 9分

∵ $T_n\geqslant\lambda b_n$ 恒成立，∴ $\dfrac{n}{2^{n+1}}\geqslant\lambda(2-n)\dfrac{1}{2^{n+1}}$，$n\geqslant\lambda(2-n)$，

当 $n=1$ 时，$\lambda\leqslant 1$； …………………………………………………… 10分

当 $n=2$ 时，$\lambda\in\mathbf{R}$； …………………………………………………… 11分

当 $n\geqslant 3$ 时，$\lambda\geqslant\dfrac{n}{2-n}=-\dfrac{(n-2)+2}{n-2}=-\left(1+\dfrac{2}{n-2}\right)$，$\lambda\geqslant\left[-\left(1+\dfrac{2}{n-2}\right)\right]_{\max}$，所以 $\lambda\geqslant -1$，

综上所述，$-1\leqslant\lambda\leqslant 1$. …………………………………………………… 12分

19.【解析】(1) 连接 PO，过点 A 作 PO 的垂线，垂足为 H，

∵ 平面 $PAC\perp$ 平面 PBD，且交线为 PO，

∴ $AH\perp$ 平面 PBD， …………………………………………………… 1分

又 ∵ $BD\subset$ 平面 PBD，∴ $BD\perp AH$， …………………………………………………… 2分

又 ∵ 四边形 $ABCD$ 为菱形，∴ $BD\perp AC$，又 ∵ $AC\cap AH=A$，

∴ $BD\perp$ 平面 PAC， …………………………………………………… 3分

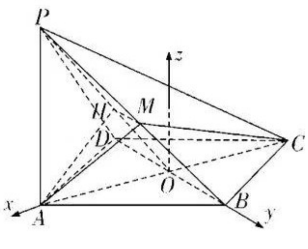
又 ∵ $PA\subset$ 平面 PAC，∴ $BD\perp PA$， …………………………………………………… 4分

又 ∵ $PA\perp AC$，$AC\cap BD=O$，

∴ $PA\perp$ 平面 $ABCD$. …………………………………………………… 5分

(2) 连接 MH，由(1)知 $\angle AMH$ 为 AM 与平面 PBD 所成的角， …………………………………………………… 6分

∴ $\sin\angle AMH=\dfrac{AH}{AM}$，当点 M 为 PB 的中点时，$\sin\angle AMH$ 最大为 $\dfrac{\sqrt{42}}{7}$， …………………………………………………… 7分



如图，以 O 为原点，OA 为 x 轴，OB 为 y 轴，建立空间直角坐标系，则 $A(\sqrt{3},0,0)$，$B(0,1,0)$，$C(-\sqrt{3},0,0)$，$P(\sqrt{3},0,2)$，$M\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{1}{2},1\right)$，$\overrightarrow{AM}=\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{1}{2},1\right)$，

$\overrightarrow{AC}=(-2\sqrt{3},0,0)$，

易知平面 $ABCD$ 的一个法向量为 $\boldsymbol{m}=(0,0,1)$.

设平面 AMC 的法向量 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$,

则 $\begin{cases}-\frac{\sqrt{3}}{2}x+\frac{1}{2}y+z=0,\\ -2\sqrt{3}x=0,\end{cases}$ 令 $y=2$ 得 $z=-1$,

即 $\boldsymbol{n}=(0,2,-1)$, ······ 9 分

设平面 MAC 与平面 $ABCD$ 的夹角为 θ,

则 $|\cos\theta|=\frac{|\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|}=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$, ······ 11 分

所以当 AM 与平面 PBD 所成的角的正弦值最大时,

平面 MAC 与平面 $ABCD$ 夹角的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$. ······ 12 分

20.【解析】(1)恰剩 2 红球,第 3 次必是黄球,

$P_1=\frac{C_2^1C_3^1A_2^2}{A_5^3}=\frac{1}{5}$. ······ 5 分

(2)X 的所有可能取值为 1,2,3, ······ 6 分

$P(X=1)=\frac{C_3^2C_2^1A_3^3C_2^1}{A_5^4}=\frac{3}{5}$, ······ 7 分

$P(X=2)=\frac{A_3^3}{A_5^3}+\frac{C_2^1C_3^1A_2^2}{A_5^3}=\frac{3}{10}$, ······ 8 分

$P(X=3)=\frac{A_2^2}{A_5^2}=\frac{1}{10}$, ······ 9 分

∴X 的分布列为

X	1	2	3
P	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$

······ 10 分

$E(X)=1\times\frac{3}{5}+2\times\frac{3}{10}+3\times\frac{1}{10}=\frac{3}{2}$. ······ 12 分

21.【解析】(1)由题意可得 $\begin{cases}b^2=2,\\ \frac{c}{a}=\frac{\sqrt{6}}{3},\\ a^2=b^2+c^2,\end{cases}$ 即 $a^2=6,b^2=2$, ······ 2 分

故椭圆 E 的方程为 $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$. ······ 3 分

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),P(3,y_0)$,

由参考结论知过点 P 在 A 处的椭圆 E 的切线方程为 $\frac{x_1x}{6}+\frac{y_1y}{2}=1$, ······ 4 分

同理,过点 P 在 B 处的椭圆 E 的切线方程为 $\frac{x_2x}{6}+\frac{y_2y}{2}=1$.

∵点 P 在直线 PA,PB 上,∴$\begin{cases}\frac{x_1}{2}+\frac{y_1y_0}{2}=1,\\ \frac{x_2}{2}+\frac{y_2y_0}{2}=1,\end{cases}$ ······ 5 分

∴直线 AB 的方程为 $\frac{x}{2}+\frac{y_0y}{2}=1$,则直线 AB 过定点 $M(2,0)$. ······ 6 分

(2)设直线 AB 的方程为 $x=ty+2$,联立 $\begin{cases}x=ty+2,\\ x^2+3y^2=6,\end{cases}$ 得 $(t^2+3)y^2+4ty-2=0$, ······ 7 分

故 $y_1+y_2=-\frac{4t}{t^2+3},y_1y_2=-\frac{2}{t^2+3}$, ······ 8 分

$\therefore |S_1-S_2|=2\ \big||y_1|-|y_2|\big|=2|y_1+y_2|=\frac{8t}{t^2+3}=\frac{8}{|t|+\frac{3}{t}}\leqslant\frac{8}{2\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$, ………………………… 10 分

当且仅当 $|t|=\frac{3}{|t|}$，即 $t=\pm\sqrt{3}$ 时取等号，………………………………………… 11 分

此时直线 AB 的方程为 $x=\pm\sqrt{3}y+2$. ………………………………………… 12 分

阅卷说明：第一问用极点极线直接得结果的扣 2 分.

22.【解析】(1) $k=1$ 时，$f(x)=x\cos x-\sin x$，$f'(x)=-x\sin x$， ………………………… 1 分

$x\in(2k\pi,2k\pi+\pi)$，$k\in\mathbf{N}$，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减；………………………… 2 分

$x\in(2k\pi+\pi,2k\pi+2\pi)$，$k\in\mathbf{N}$，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增. ………………………… 3 分

综上所述，$f(x)$ 在 $x\in(2k\pi,2k\pi+\pi)$，$k\in\mathbf{N}$ 上单调递减；在 $x\in(2k\pi+\pi,2k\pi+2\pi)$，$k\in\mathbf{N}$ 上单调递增. ……………………………………………… 4 分

(2) $|f(x)|<x\Leftrightarrow -x<f(x)<x\Leftrightarrow\begin{cases}x-kx\cos x+\sin x>0,\\x+kx\cos x-\sin x>0,\end{cases}$

令 $p(x)=x-kx\cos x+\sin x$，$q(x)=x+kx\cos x-\sin x$，

则 $p'(x)=1+(1-k)\cos x+kx\sin x$，$q'(x)=(k-1)\cos x-kx\sin x+1$. ………………………… 5 分

①若 $k<0$，$x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，

$q''(x)=(1-2k)\sin x-kx\cos x>0$，$\therefore q'(x)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 单调递增，

$q'(0)=k<0$，$q'\left(\frac{\pi}{2}\right)=1-\frac{k\pi}{2}>0$，

$\therefore \exists x_1\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$q'(x_1)=0$，$\forall x\in(0,x_1)$，$q'(x)<0$，$q(x)$ 单调递减，

$\therefore x\in(0,x_1)$，$q(x)<q(0)=0$，不合题意； ………………………………………… 7 分

②若 $k>2$，$x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，

$p''(x)=(2k-1)\sin x+kx\cos x>0$，$\therefore p'(x)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 单调递增，

$p'(0)=2-k<0$，$p'\left(\frac{\pi}{2}\right)=1+\frac{k\pi}{2}>0$，

$\therefore \exists x_2\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$p'(x_2)=0$，

$\forall x\in(0,x_2)$，$p'(x)<0$，$p(x)$ 单调递减，

$\therefore x\in(0,x_2)$，$p(x)<p(0)=0$，不合题意； ………………………………………… 9 分

③若 $0\leqslant k\leqslant 2$，$x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，

$p'(x)\geqslant 1-\cos x+kx\sin x\geqslant 0$，$\therefore p(x)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 单调递增，

$\therefore p(x)>p(0)=0$ 成立；

$\therefore q(x)=kx\cos x-\sin x+x\geqslant x-\sin x>0$ 在 $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 恒成立，

故 $0\leqslant k\leqslant 2$ 时，符合题意. ………………………………………… 11 分

综上，k 的取值范围是 $0\leqslant k\leqslant 2$. ………………………………………… 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。