

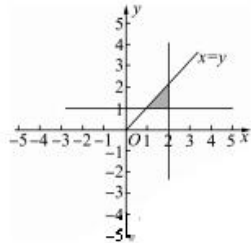
2023 届高三一轮复习联考(一) 全国卷

文科数学参考答案及评分意见

- 1.B 【解析】由题,  $A=(-1,2), B=(0,3)$ , 所以  $A \cap B=(0,2)$ , 故选 B.
- 2.C 【解析】A 选项,  $y=|\tan x|$  为偶函数, 故 A 错误; B 选项,  $y=f(x)=\sin|2x|$ , 则  $f(-x)=\sin|-2x|=\sin|2x|=f(x)$ , 故  $y=\sin|2x|$  为偶函数, 故 B 错误; C 选项,  $y=\sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$ , 最小正周期  $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$ , 且为奇函数, 故 C 正确; D 选项,  $y=\sin x$  为奇函数, 最小正周期  $T=\frac{2\pi}{1}=2\pi$ , 故 D 错误. 故选 C.
- 3.B 【解析】因为命题  $\forall x \in (1,2), \log_2 x - a < 0$  是真命题, 当  $x \in (1,2)$  时,  $0 < \log_2 x < 1$ , 若  $a = \log_2 x$  恒成立, 则  $a \geq 1$ , 结合选项, 命题是真命题的一个充分不必要条件是  $a \geq 2$ , 故选 B.
- 4.D 【解析】由图可知,  $A=1, \frac{T}{4}=\frac{\pi}{4}$ , 所以  $T=\pi$ , 所以  $\omega=\frac{2\pi}{\pi}=2$ , 即  $f(x)=\sin(2x+\varphi)$ , 将  $x=\frac{7\pi}{12}$  代入可得  $2 \times \frac{7\pi}{12} + \varphi = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ , 得  $\varphi = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ , 又  $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$ , 所以  $\varphi = \frac{\pi}{3}$ , 所以  $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ . 为了得到  $g(x) = \cos 2x = \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$ , 可将函数  $f(x)$  向左平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位长度. 故选 D.
- 5.A 【解析】函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbb{R}$ , 且  $f(x)=f(-x)$ , 所以  $f(x)$  为偶函数, 所以 C, D 错误, 又  $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) < 0$ , 所以 B 错误, 故选 A.
- 6.A 【解析】根据题目所给的函数解析式, 可知函数  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  上是减函数, 所以  $2a+1 < 3a-4$ , 解得  $a > 5$ . 故选 A.
- 7.B 【解析】由于  $\tan(\alpha+\beta), \tan(\alpha-\beta)$  是方程  $x^2+5x+6=0$  的两个根, 所以  $\tan(\alpha+\beta)+\tan(\alpha-\beta)=-5, \tan(\alpha+\beta) \cdot \tan(\alpha-\beta)=6$ , 所以  $\tan 2\alpha = \frac{\tan(\alpha+\beta)+\tan(\alpha-\beta)}{1-\tan(\alpha+\beta) \cdot \tan(\alpha-\beta)} = \frac{-5}{1-6} = 1$ . 故选 B.
- 8.C 【解析】由题易知  $f(-x)+f(x)=4$ , 所以函数  $f(x)$  关于  $(0,2)$  对称, 故最大值与最小值也关于  $(0,2)$  对称, 其和为 4. 故选 C.
- 9.B 【解析】函数  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \cos x - 2$  的定义域为  $\mathbb{R}$ ,  $f(-x) = \frac{1}{2}(-x)^2 + \cos(-x) - 2 = f(x)$ , 故  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \cos x - 2$  为偶函数, 当  $x \geq 0$  时,  $f'(x) = x - \sin x$ , 令  $g(x) = x - \sin x$ , 则  $g'(x) = 1 - \cos x \geq 0$ , 即  $g(x) = x - \sin x$  在  $[0, +\infty)$  上单调递增, 故  $g(x) \geq g(0) = 0$ , 所以  $f'(x) \geq 0$ , 则  $f(x)$  在  $[0, +\infty)$  上单调递增, 由于  $\log_2 0.2 = \log_2 \frac{1}{5} = -\log_2 5 \in (-3, -2), 2 < -\log_2 0.09 < \log_{0.3} 0.2 > \log_{0.3} 0.3 = 1, 0 < 0.2^{0.3} < 1$ , 所以  $a > b > c$ . 故选 B.
- 10.A 【解析】当  $x > 2$  时,  $x + \frac{36}{x} - 6a \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{36}{x}} - 6a = 12 - 6a$ , 当且仅当  $x=6$  时, 等号成立, 即当  $x > 2$  时, 函数  $f(x)$  的最小值为  $12 - 6a$ , 当  $x \leq 2$  时,  $f(x) = x^2 - 2ax - 2$ , 要使得函数  $f(x)$  的最小值为  $f(2)$ , 则满足  $\begin{cases} a \geq 2, \\ f(2) = 2 - 4a \leq 12 - 6a, \end{cases}$  解得  $2 \leq a \leq 5$ . 故选 A.
- 11.D 【解析】因为  $f(3x-2)$  为偶函数, 所以  $f(3x-2) = f(-3x-2)$ , 所以  $f(x-2) = f(-x-2), f(x) = f(-x-4)$ , 所以函数  $f(x)$  关于直线  $x=-2$  对称, 不能确定  $f(x)$  是否关于直线  $x=1$  对称, A 错误; 因为  $f(2x-1)$  为奇函数, 所以  $f(2x-1) = -f(-2x-1)$ , 所以  $f(x-1) = -f(-x-1)$ , 所以  $f(x) = -f(-x-2)$ , 所以函数  $f(x)$  关于点  $(-1,0)$  中心对称, 故 C 错误, 且函数  $f(x)$  的周期为 4, 故 B 错误;  $f(2 \times 2) = f(3 \times 0) = f(-1) = f(-1) = 0$ , 故 D 正确. 故选 D.
- 12.B 【解析】因为  $a > 0, b > 0, ab = 4$ , 所以  $b = \frac{4}{a}, \sqrt{4ab} = 4\sqrt{ab}$ , 当且仅当  $4a = b$  时等号成立, 所以  $ab \geq 16$ , 故①正确; 由  $4a + b = ab$  得  $b = \frac{4a}{a-1} > 0, a > 1$ . 同理  $b = \frac{4}{2a+b} = 2a + \frac{4a}{a-1} = 2(a-1) + \frac{4}{a-1} + 6 \geq 2\sqrt{2(a-1) \times \frac{4}{a-1}} + 6 = 4\sqrt{2} + 6$ , 当且仅当  $2(a-1) = \frac{4}{a-1}$ , 即  $a = 1 + \sqrt{2}$  时等号成立, 故②正确;  $a = 5, b = 5$  满足题意, 但  $a - b = 0$ , 故③错误; 由  $4a + b = ab$  得  $\frac{1}{a} + \frac{4}{b} = 1$ , 所以  $2\left(\frac{1}{a} + \frac{16}{b^2}\right) \geq \left(\frac{1}{a} + \frac{4}{b}\right)^2 = 1$ , 当且仅当  $\frac{1}{a} = \frac{16}{b^2}$ , 即  $b = 4a$  时等号成立, 所以  $\frac{1}{a^2} + \frac{16}{b^2} \geq \frac{1}{2}$ . ④正确. 故①②④正确. 故选 B.

13.-1 【解析】因为  $(x+yi)i=2+i$ , 所以  $-y+xi=2+i$ , 则  $x=1, y=-2$ . 则  $x+y=-1$ .

14.-1 【解析】作出满足约束条件  $\begin{cases} x \geq y, \\ x \leq 2, \\ y \geq 1, \end{cases}$  对应的平面区域, 如图所示,



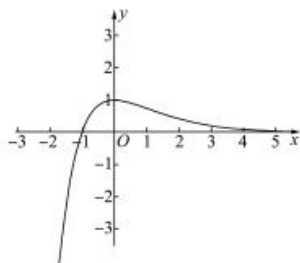
由  $z=kx+y$  得  $y=-kx+z$ , 当  $k=0$  时, 直线  $y=-kx+z$ , 此时取得最大值的最优解只有一个, 不满足条件; 当  $-k>0$  时, 则直线  $y=-kx+z$  的纵截距取得最大值时,  $z$  取得最大值, 此时直线与  $x=y$  重合时, 最大值有无数个,  $-k=1$ , 解得  $k=-1$ ; 当  $-k<0$  时, 目标函数的最优解只有一个, 不满足题意, 故答案为 -1.

15.2 【解析】因为  $3\sin a - \cos a = \sqrt{5} > 0$ , 所以  $a \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ , 又因为  $(3\sin a - \cos a)^2 = 5$ , 所以  $9\sin^2 a - 6\sin a \cos a + \cos^2 a = 5$ , 所以

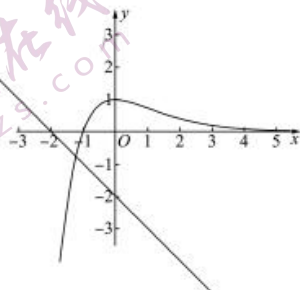
$$\frac{9\sin^2 a - 6\sin a \cos a + \cos^2 a}{\cos^2 a + \sin^2 a} = 5, \text{ 所以 } \frac{9\tan^2 a - 6\tan a + 1}{1 + \tan^2 a} = 5, 2\tan^2 a - 3\tan a - 2 = 0, \text{ 所以 } \tan a = 2 \text{ 或 } \tan a = -\frac{1}{2} \text{ (舍)}.$$

16.  $\left[\frac{3}{1e}, \frac{2}{3e}\right)$  【解析】 $f(x) < g(x)$  等价于  $(kx+2k)e^x - x - 1 < 0$ , 即  $k(x+2) < \frac{x+1}{e^x}$ , 设  $\varphi(x) = \frac{x+1}{e^x}$ ,  $h(x) = k(x+2)$ , 则上面不等式转化为  $h(x) < \varphi(x)$ , 直线  $h(x) = k(x+2)$  恒过定点  $(-2, 0)$ , 要使  $f(x) < g(x)$  的解集中恰有两个整数, 只需  $\varphi(x)$  的图象在  $h(x)$  的图象上方所对应的  $x$  的取值范围中恰好有两个整数解, 因为  $\varphi'(x) = \frac{e^x - (x+1) \cdot e^x}{(e^x)^2} = \frac{-x}{e^x}$ , 所以  $x \in (-\infty, 0)$  时,  $\varphi'(x) > 0$ ,  $\varphi(x)$  单调递增,  $x \in (0, +\infty)$  时,  $\varphi'(x) < 0$ ,  $\varphi(x)$  单调递减, 所以  $\varphi(x)_{\max} = \varphi(0) = 1$ , 且  $\varphi(-1) = 0$ , 当  $x \rightarrow -\infty$  时,  $\varphi(x) \rightarrow -\infty$ ,  $x \rightarrow +\infty$  时,  $\varphi(x) \rightarrow 0$ .

根据上述结论作出  $\varphi(x)$  的图象如下图所示:



当  $k \leq 0$  时, 作出  $\varphi(x), h(x)$  的图象如下图所示:



从图中可以看出, 当  $x \in [-1, +\infty)$  时,  $\varphi(x)$  的图象恒在  $h(x)$  的图象上方, 所以  $h(x) < \varphi(x)$  恒成立, 所有的  $x$  的取值范围中, 整数解有无穷多个, 不符合题意;

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线