保密★启用前

湛江市 2023 年普通高考测试（一）

2023.3

数　学

本试卷共 6 页，22 小题，满分 150 分。考试用时 120 分钟。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡指定位置上，将条形码横贴在答题卡右上角“贴条形码区”。

2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔在答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试卷上。

3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。

4. 考生必须保持答题卡的清洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

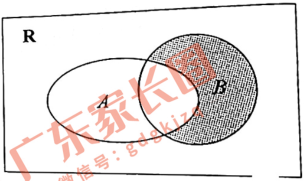
广东家长圈 微信号：gdgkjzq

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知 i 为虚数单位，若$\frac{1+i}{1-bi}=i$，则实数 $b=$

A. 1　　B. -1　　C. 2　　D. -2

2. 已知 $\mathbf{R}$ 为实数集，集合 $A=\left\{x\left|\frac{2}{x-1}<1\right.\right\}$，$B=\left\{x\left|\frac{1}{2}<2^x<4\right.\right\}$，则图中阴影部分表示的集合为



A. $\{x|-1<x\leqslant 3\}$

B. $\{x|2<x\leqslant 3\}$

[✓ C. $\{x|1\leqslant x<2\}$]

D. $\{x|-1<x<2\}$

3. 小明在设置银行卡的数字密码时，计划将自己出生日期的后 6 个数字 0，5，0，9，1，9 进行某种排列得到密码．如果排列时要求两个 9 相邻，两个 0 也相邻，则小明可以设置多少个不同的密码

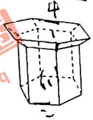
A. 16　　[✓ B. 24]　　C. 166　　D. 180

4. 在平行四边形 $ABCD$ 中，E 为边 BC 的中点，记$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{DB}=\boldsymbol{b}$，则$\overrightarrow{AE}=$

[✓ A. $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\frac{1}{4}\boldsymbol{b}$]　　B. $\frac{2}{3}\boldsymbol{a}+\frac{1}{3}\boldsymbol{b}$

C. $\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}$　　D. $\frac{3}{4}\boldsymbol{a}+\frac{1}{4}\boldsymbol{b}$

5. 元宵节是春节之后的第一个重要节日，元宵节又称灯节，很多地区家家户户都挂花灯. 下图是小明为自家设计的一个花灯，该花灯由上面的正六棱台与下面的正六棱柱组成，若正六棱台的上、下两个底面的边长分别为 40 cm 和 20 cm，正六棱台与正六棱柱的高分别为 10 cm 和 60 cm，则该花灯的体积为



A. $46\ 000\sqrt{3}\ \text{cm}^3$

[✓ B. $48\ 000\sqrt{3}\ \text{cm}^3$]

C. $50\ 000\sqrt{3}\ \text{cm}^3$

D. $52\ 000\sqrt{3}\ \text{cm}^3$

6. 已知 F 为抛物线 $C:x^2=8y$ 的焦点，过 F 的直线 l 与抛物线 C 交于 A,B 两点，与圆 $x^2+(y-2)^2=4$ 交于 D,E 两点，A,D 在 y 轴的同侧，则 $|AD|\cdot|BE|=$

A. 1

B. 4

C. 8

D. 16

7. 已知 $a=\left(\frac{9}{11}\right)^{0.1}$，$b=\log_9 10$，$c=\lg 11$，则

[✓ A. $b>c>a$]

B. $c>b>a$

C. $b>a>c$

D. $c>a>b$

8. 已知函数 $f(x)$ 及其导函数 $f'(x)$ 的定义域均为 $\mathbf{R}$，且 $f(x-1)$ 为奇函数，$f'(2-x)+f'(x)=2$，$f'(-1)=2$，则 $\sum\limits_{i=1}^{25}f'(2i-1)=$

A. 13

B. 16

C. 25

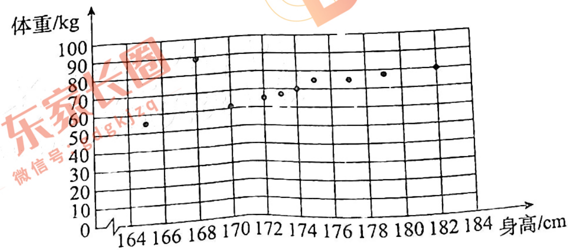
D. 51

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 某服装生产商为了解青少年的身高和体重的关系，在 15 岁的男生中随机抽测了 10 人的身高和体重，数据如下表所示：

编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
身高/cm	165	168	170	172	173	174	175	177	179	182
体重/kg	55	89	61	65	67	70	75	75	78	80

由表中数据制作成如下所示的散点图：



广东家长圈 微信号：gdgkjzq

由最小二乘法计算得到经验回归直线 l_1 的方程为 $\hat{y}=\hat{b}_1x+\hat{a}_1$，相关系数为 r_1，决定系数为 R_1^2；经过残差分析确定(168,89)为离群点(对应残差过大)，把它去掉后，再用剩下的 9 组数据计算得到经验回归直线 l_2 的方程为 $\hat{y}=\hat{b}_2x+\hat{a}_2$，相关系数为 r_2，决定系数为 R_2^2. 则以下结论中正确的有

A. $\hat{a}_1>\hat{a}_2$　　B. $\hat{b}_1>\hat{b}_2$

C. $r_1<r_2$　　D. $R_1^2>R_2^2$

10. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E,F 分别为棱 BC 与 D_1C_1 的中点，则下列选项正确的有

A. A_1B // 平面 AEC_1

B. EF 与 BC_1 所成的角为 30°

C. $EF\perp$ 平面 B_1AC

D. 平面 AEC_1 截正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的截面面积为 $2\sqrt{6}$

11. 已知 $\omega>0$，函数 $f(x)=\cos\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)$，下列选项正确的有

A. 若 $f(x)$ 的最小正周期 $T=2$，则 $\omega=\pi$

B. 当 $\omega=2$ 时，函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后得到 $g(x)=\cos 2x$ 的图象

C. 若 $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{2\pi}{3},\pi\right)$ 上单调递增，则 ω 的取值范围是 $\left[1,\frac{5}{3}\right]$

D. 若 $f(x)$ 在区间 $(0,\pi)$ 上只有一个零点，则 ω 的取值范围是 $\left(\frac{1}{6},\frac{7}{6}\right]$

12. 已知 F_1,F_2 分别为双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点，点 $A(x_1,y_1)$ 为双曲线 C 在第一象限的右支上一点，以 A 为切点作双曲线 C 的切线交 x 轴于点

广东家长圈 微信号：gdgkjzq

$B(x_2,0)$，则下列结论正确的有

A. $0<x_2<a$

B. $\angle F_1AB=\angle F_2AB$

C. $x_1x_2=ab$

D. 若 $\cos\angle F_1AF_2=\frac{1}{3}$，且$\overrightarrow{F_1B}=3\overrightarrow{BF_2}$，则双曲线 C 的离心率 $e=2$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，若 $a_3=10$，$S_{15}=0$，则 $S_{16}=$______.

14. $\frac{\cos 70^\circ-\cos 20^\circ}{\cos 65^\circ}=$______.

15. 若函数 $f(x)=e^x-ax^2-a$ 存在两个极值点 x_1,x_2，且 $x_2=2x_1$，则 $a=$______.

16. 已知函数 $f(x)=2x+1$，记 $f^{(2)}(x)=f(f(x))=2(2x+1)+1=4x+3$ 为函数 $f(x)$的 2 次迭代函数，$f^{(3)}(x)=f(f(f(x)))=4(2x+1)+3=8x+7$ 为函数 $f(x)$ 的 3 次迭代函数，…，依次类推，$f^{(n)}(x)=f(f(f(\cdots f(x)\cdots)))$为函数 $f(x)$的 n 次迭代函数，则 $f^{(n)}(x)=$______；$f^{(100)}(32)$除以 17 的余数是______.（第一空 2 分，第二空 3 分）

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 10 分）

在△ABC 中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知$\frac{b}{a}=2\cos\left(\frac{\pi}{3}-C\right)$.

(1)求 A；

(2)若△ABC 的面积为$\frac{3\sqrt{3}}{2}$，$b=2$，求 a.

18.（本小题满分 12 分）

已知 S_n 为数列$\{a_n\}$的前 n 项和，$S_n=2a_n-4n+2$.

19.（本

如

平

(1

(2

20

广东家长圈 微信号：gdgkjzq

(1)证明：数列$\{a_n+4\}$为等比数列；

(2)设数列$\left\{\frac{2}{a_n\cdot a_{n+1}}\right\}$的前 n 项和为 T_n，证明：$T_n<\frac{1}{6}$.

广东家长圈 微信号：gdgkjzq

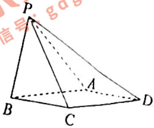
19.（本小题满分 12 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$\triangle PAB$ 是边长为 2 的等边三角形，底面 $ABCD$ 为平行四边形，且 $AD=\sqrt{2}$，$PB\perp BC$，$\angle ADC=45°$.

(1)证明：点 P 在平面 $ABCD$ 的正投影在直线 AD 上；

(2)求平面 PBC 与平面 PDC 夹角的余弦值.

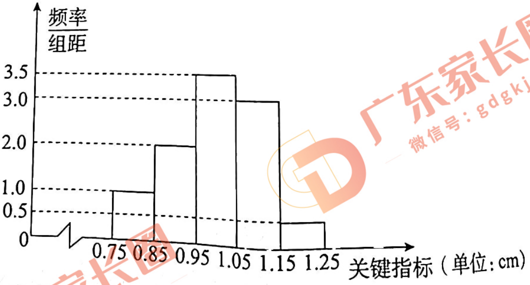
广东家长圈 微信号：gdgkjzq



广东家长圈 微信号：gdgkjzq

20.（本小题满分 12 分）

某工厂一台设备生产一种特定零件，工厂为了解该设备的生产情况，随机抽检了该设备在一个生产周期中的 100 件产品的关键指标（单位：cm），经统计得到下面的频率分布直方图：



(1)由频率分布直方图估计抽检样本关键指标的平均数$\bar{x}$和方差s^2.(用每组的中点代表该组的均值)

(2)已知这台设备正常状态下生产零件的关键指标服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$,用直方图的平均数估计值$\bar{x}$作为μ的估计值$\hat{\mu}$,用直方图的标准差估计值s作为σ的估计值$\hat{\sigma}$.

i. 为了监控该设备的生产过程,每个生产周期中都要随机抽测10个零件的关键指标,如果关键指标出现了$(\mu-3\sigma,\mu+3\sigma)$之外的零件,就认为生产过程可能出现了异常,需停止生产并检查设备.下面是某个生产周期中抽测的10个零件的关键指标:

0.8	1.2	0.95	1.01	1.23	1.12	1.33	0.97	1.21	0.83

利用$\hat{\mu}$和$\hat{\sigma}$判断该生产周期是否需停止生产并检查设备.

ii. 若设备状态正常,记X表示一个生产周期内抽取的10个零件关键指标在$(\mu-3\sigma,\mu+3\sigma)$之外的零件个数,求$P(X\geqslant1)$及$X$的数学期望.

参考公式:直方图的方差$s^2=\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2p_i$,其中$x_i$为各区间的中点,$p_i$为各组的频率.

参考数据:若随机变量X服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$,则$P(\mu-3\sigma\leqslant X\leqslant\mu+3\sigma)\approx0.997\,3$,$\sqrt{0.011}\approx0.105$,$\sqrt{0.012}\approx0.110$,$0.997\,3^9\approx0.976\,0$,$0.997\,3^{10}\approx0.973\,3$.

广东家长圈 微信号:gdgkjzq

21.(本小题满分 12 分)

已知 F_1,F_2 分别为椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点,椭圆 E 的离心率为 $\frac{1}{2}$,过 F_2 且不与坐标轴垂直的直线 l 与椭圆 E 交于 A,B 两点,$\triangle F_1AB$ 的周长为 8.

(1)求椭圆 E 的标准方程;

(2)过 F_1 且与 l 垂直的直线 l' 与椭圆 E 交于 C,D 两点,求四边形 $ACBD$ 面积的最小值.

广东家长圈
微信号:gdgkjzq

22.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^x+\cos x-2$.

(1)证明:函数 $f(x)$ 只有一个零点;

(2)在区间 $(0,+\infty)$ 上函数 $f(x)>ax-\sin x$ 恒成立,求 a 的取值范围.

广东家长圈
微信号:gdgkjzq