



江淮十校 2022 届高三第三次联考

数 学 (理科)

2022.4

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 \leq 4\}$, 集合 $B = \{x | x \in \mathbb{N}^+ \text{ 且 } x-1 \in A\}$, 则 $B =$

- A. $\{0, 1\}$ B. $\{0, 1, 2\}$ C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{1, 2, 3, 4\}$

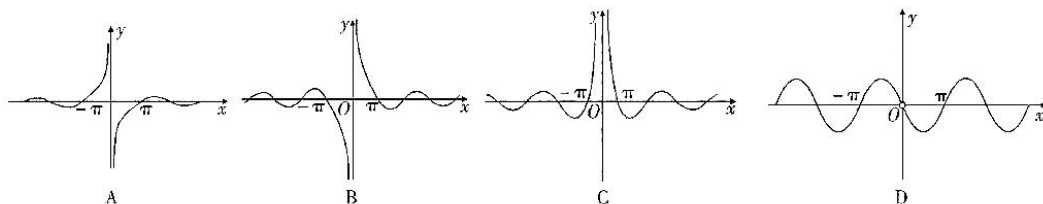
2. 已知非零复数 z 满足 $z \cdot (3 + 2i) = 2|z|^2$ (i 为虚数单位), 则 $z =$

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2}i$ B. $\frac{3\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2}i$ C. $\frac{3}{2} - i$ D. $\frac{3}{2} + i$

3. 某学校教务部门为了解高三理科学生数学的学习情况, 利用随机数表对理科的 800 名学生进行抽样测试, 先将 800 个学生进行编号 001, 002, $\dots$, 799, 800. 从中抽取 80 个样本, 根据提供随机数表的第 4 行到第 6 行, 若从表中第 5 行第 6 列开始向右读取数据, 则得到的第 6 个样本编号是

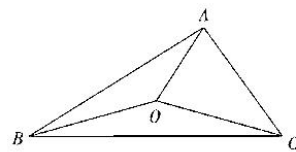
- 33 21 18 34 29 78 64 56 07 32 52 42 06 44 38 12 23 43 56 77 35 78 90 56 42
84 42 12 53 31 34 57 86 07 36 25 30 07 32 86 23 45 78 89 07 23 68 96 08 04
32 56 78 08 43 67 89 53 55 77 34 89 94 83 75 22 53 55 78 32 45 77 89 23 45
- A. 007 B. 328 C. 253 D. 623

4. 函数 $f(x) = \frac{\cos(x - \frac{\pi}{2})}{\ln(x^2 + 1)}$ 的大致图象是



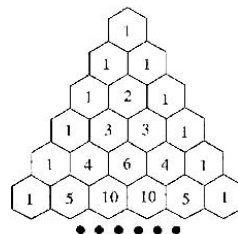
5. 平面上有 $\triangle ABC$ 及其内一点 O , 构成如图所示图形, 若将 $\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$ 的面积分别记作 S_c, S_a, S_b , 则有关系式 $S_a \cdot \overrightarrow{OA} + S_b \cdot \overrightarrow{OB} + S_c \cdot \overrightarrow{OC} = \vec{0}$. 因图形和奔驰车的 logo 很相似, 常把上述结论称为“奔驰定理”. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若满足 $a \cdot \overrightarrow{OA} + b \cdot \overrightarrow{OB} + c \cdot \overrightarrow{OC} = \vec{0}$, 则 O 为 $\triangle ABC$ 的

- A. 外心 B. 内心 C. 重心 D. 垂心



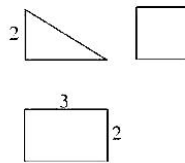
数学(理科)试题 第 1 页(共 4 页)

6. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$, F 为双曲线 C 的一个焦点, B 为双曲线 C 的虚轴的一个端点, l 为双曲线 C 的一条渐近线, 若 F 到 l 的距离是 B 到 l 的距离的 $\sqrt{2}$ 倍, 则双曲线 C 的离心率为
- A. 4 B. $2\sqrt{2}$ C. 2 D. $\sqrt{2}$
7. 已知 $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{2}{3}$, 则 $\sin\left(\frac{\pi}{3} + 2\alpha\right) =$
- A. $-\frac{12}{13}$ B. $\frac{12}{13}$ C. $-\frac{6}{13}$ D. $\frac{6}{13}$
8. 志愿服务是办好 2022 年北京冬奥会的重要基础和保障, 现有一冬奥服务站点需要连续六天有志愿者参加志愿服务, 每天只需要一名志愿者, 现有 6 名志愿者计划依次安排到该服务站点参加服务, 要求志愿者甲不安排第一天, 志愿者乙和丙不在相邻两天参加服务, 则不同的安排方案共有
- A. 240 种 B. 408 种 C. 1092 种 D. 1120 种
9. 过抛物线 $x^2 = 4y$ 的焦点 F 的直线 l 与抛物线交于 A, B 两点, 若以线段 AB 为直径的圆与直线 $y = 3$ 相切, 则 $|AB| =$
- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3
10. 已知函数 $f(x)$ 在 $x \in \mathbf{R}$ 上满足 $f(2+x) = 2f(2-x) - x^2 + 6x$, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线方程是
- A. $2x - y - 6 = 0$ B. $6x - y - 4 = 0$
C. $2x - y - 4 = 0$ D. $2x + y - 4 = 0$
11. 已知长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中 $AB = AA_1 = 4, BC = 3, M$ 为 AA_1 的中点, N 为 C_1D_1 的中点, 过 B_1 的平面 α 与 DM, A_1N 都平行, 则平面 α 截长方体所得截面的面积为
- A. $3\sqrt{22}$ B. $3\sqrt{11}$ C. $4\sqrt{22}$ D. $5\sqrt{11}$
12. 南宋数学家杨辉在 1261 年所著的《详解九章算法》中首次提出“杨辉三角”, 这是数学史上的一个伟大的成就, 如图所示, 在“杨辉三角”中, 前 n 行的数字总和记作 S_n . 设 $a_n = \sqrt{3\log_2(S_n + 1) + 1}$, 将数列 $\{a_n\}$ 中的整数项依次组成新的数列 $\{b_n\}$, 设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和记作 T_n , 则 $\frac{T_{2022}}{2022}$ 的值为
- A. 6067 B. 5052
C. 3048 D. 1518



二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x - y \geq 0 \\ x - 2y \leq 0 \\ x + y - 3 \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = 3x - y$ 的最小值为_____.
14. 在《九章算术》中, 将底面是直角三角形的直三棱柱称为“堑堵”, 某“堑堵”的三视图如图所示, 则该“堑堵”的表面积等于_____.
15. 一道单选题, 现有甲、乙、丙、丁四位学生分别选择了 A, B, C, D 选项, 他们的自述如下, 甲: “我没选对”; 乙: “甲选对了”; 丙: “我没选对”; 丁: “乙选对了”. 其中有且仅有一位同学说了真话, 则选对正确答案的同学是_____.
16. 已知函数 $y = \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{3}\right) (\omega > 0)$ 的图象与函数 $y = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right) (\omega > 0)$ 的图象相邻的三个交点依次为 A, B, C , 且 $\triangle ABC$ 的面积是 $\sqrt{2}$, 则 $\omega =$ _____.



三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(一) 必考题:共 60 分

17. 已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin \omega x \cos \omega x - \cos^2 \omega x + \frac{1}{2}$ ($\omega > 0$) 的最小正周期为 6.

(1) 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $c > b$, 若 $f\left(\frac{6}{\pi}A\right) = 1$, $f\left(\frac{6}{\pi}B\right) = \frac{1}{2}$, 求 $\frac{c}{b}$ 的值;

(2) 若 $a_n = n \cdot f\left(2n + \frac{1}{2}\right)$, 求数列 $\{a_n\}$ 的前 2022 项和 S_{2022} .

18. 第 24 届冬季奥林匹克运动会(The XXIV Olympic Winter Games), 即 2022 年北京冬季奥运会, 是由中国举办的国际性奥林匹克赛事, 于 2022 年 2 月 4 日开幕, 2 月 20 日闭幕. 2022 年北京冬季奥运会共设 7 个大项, 15 个分项, 109 个小项. 北京赛区承办所有的冰上项目, 延庆赛区承办雪车、雪橇及高山滑雪项目, 张家口赛区承办除雪车、雪橇及高山滑雪之外的所有雪上项目. 为调查学生对冬季奥运会项目的了解情况, 某中学进行了一次抽样调查, 统计得到以下 2×2 列联表.

	了解	不了解	合计
男生		60	200
女生	110		200
合计			

(1) 完成 2×2 列联表, 并判断有超过多大的把握认为该校学生对冬季奥运会项目的了解情况与性别有关;

(2) ①为弄清学生不了解冬季奥运会项目的原因, 按照性别采用分层抽样的方法, 从样本中不了解冬季奥运会项目的学生中随机抽取 5 人, 再从这 5 人中抽取 3 人进行面对面交流, 求“男、女生至少各抽到一名”的概率;

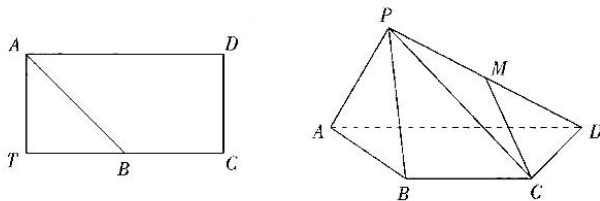
②用样本估计总体, 若再从该校全体学生中随机抽取 40 人, 记其中对冬季奥运会项目了解的人数为 X , 求 X 的数学期望.

附表:

$P(K^2 \geq k_0)$	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	5.024	6.635	7.879	10.828

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}.$$

19. 矩形 $ATCD$ 中, $AD = 2DC = 2$, B 为 TC 的中点, $\triangle TAB$ 沿 AB 翻折, 使得点 T 到达点 P 的位置, 连结 PD , 得到如图所示的四棱锥 $P-ABCD$, M 为 PD 的中点.



- (1) 求线段 CM 的长度;
 - (2) 求直线 CM 与平面 $ABCD$ 所成角的正弦值的最大值.
20. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 3$, 点 M, M' 的坐标分别为 $(\sqrt{2}, 0), (-\sqrt{2}, 0)$, 且 N 为该平面内一点, 以 MN 为直径的圆内切于圆 O , 记点 N 的轨迹为曲线 C .
- (1) 求曲线 C 的方程;
 - (2) 已知 P 为曲线 C 上一点, 过原点 O 作以 P 为圆心, $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 为半径的圆的两条切线, 分别交曲线 C 于 A, B 两点, 试问 $|OA|^2 + |OB|^2$ 是否为定值? 若是, 求出该定值; 若不是, 请说明理由.

21. 已知 $a > 0$, 函数 $f(x) = ae^x - x - 2$, 函数 $g(x) = \ln(x+2) - x - \ln a$.

- (1) 若对 $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) \geq 0$ 恒成立, 求 a 的取值范围;
- (2) 若方程 $f(x) = g(x)$ 有两个根, 求 a 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] 在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程是 $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = t \end{cases}$ (t 为参数), 以 O

为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1 + \sin^2 \theta}}$.

- (1) 求曲线 C 的普通方程;
- (2) 若直线 l 与曲线 C 交于 M, N 两点, 求线段 MN 的长.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] 已知函数 $f(x) = |x-1| - |x-2|$.

- (1) 求函数 $f(x)$ 的值域;
- (2) 已知 $a > 0, b > 0$, 且 $a^2 + b^2 = 1$, 不等式 $4f(x) \leq \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{2b^2}$ 恒成立, 求实数 x 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线