

秘密★启用前

会泽实验高级中学校 2023 年春季学期高一年级月考试卷（四） 数 学

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分。第 I 卷第 1 页至第 2 页，第 II 卷第 3 页至第 4 页。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。满分 150 分，考试用时 120 分钟。

第 I 卷（选择题，共 60 分）

注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚。
2. 每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。在试题卷上作答无效。

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在所给的四个选项中，只有一项是符合题目要求）

1. 已知复数 $z = \frac{1+i}{(1-i)^2}$ ，则 $|z|$ 的值为

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}i$ D. $\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i}$

2. 如图 1，直角三角形 ABC 绕直角边 AC 旋转 360° ，所得的旋转体为

- A. 圆锥 B. 圆柱
C. 圆台 D. 球

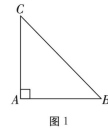


图 1

3. 下列选项中，能够确定直线 a 与平面 α 平行的是

- A. $b \subset \alpha, c \subset \alpha, a \parallel b, a \parallel c$ B. $b \not\subset \alpha, b \parallel \alpha, a \parallel b$
C. $a \not\subset \alpha, b \subset \alpha, a \parallel b$ D. $A, B \in \alpha, C, D \in b, AC \parallel BD$, 且 $b \subset \alpha$

4. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，已知 $\triangle ABC$ 的面积为 $S = a^2 + b^2 - c^2$ ，则 $\tan C$ 的值为

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. 4

5. 某校有男生 3000 人，女生 2000 人，学校将通过分层随机抽样的方法抽取 100 人的身高数据，若按男女比例进行分层随机抽样，抽取到的学生平均身高为 165cm，其中被抽取的男生平均身高为 172cm，则被抽取的女生平均身高为

- A. 154.5cm B. 158cm C. 160.5cm D. 159cm

6. 用斜二测画法画水平放置的 $\triangle ABC$ 的直观图，得到如图 2 所示的等腰直角三角形 $\triangle A'B'C'$ 。已知点 O' 是斜边 $B'C'$ 的中点，且 $A'O' = 1$ ，则 $\triangle ABC$ 的边 BC 边上的高为

- A. 1 B. 2
C. $\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$

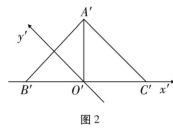


图 2

7. 在四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $AB = 4CD$ ，点 E 在线段 CB 上，且 $CE = 3EB$ ，设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ，则 $\overrightarrow{AE} =$

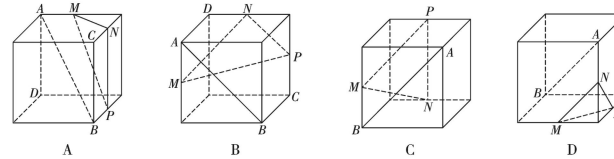
- A. $\frac{5}{8}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ B. $\frac{5}{4}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ C. $\frac{13}{16}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$ D. $\frac{13}{8}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$

8. 已知圆柱的轴截面为矩形，其底边长是侧边长的 2 倍，若轴截面的面积为 S ，则圆柱的表面积为

- A. $\sqrt{2}\pi S$ B. $2\pi S$
C. $2\sqrt{2}\pi S$ D. $4\pi S$

二、多项选择题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求的，全部选对的得 5 分，选对但不全的得 2 分，有选错的得 0 分）

9. 下列四个正方体图形中， A, B 为正方体的两个顶点， M, N, P 分别为其所在棱的中点，能得出 $AB \parallel$ 平面 MNP 的图形是



10. 从某年级的 500 名学生中抽取 60 名学生进行体重的统计分析，下列说法正确的是

- A. 500 名学生是总体 B. 每名学生的体重是个体
C. 学生的体重是变量 D. 抽取的 60 名学生的体重是样本容量

11. 已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为 V ，若点 P 在 AA_1 上，且 $AP = \frac{1}{3}AA_1$ ，点 Q 是棱 CC_1 上的动点，则下列说法正确的是

- A. 当 Q 为 CC_1 的中点时， $V_{B-APQC} = \frac{5}{12}V$
B. 当 Q 为 CC_1 的中点时， $V_{B-APQC} = \frac{5}{18}V$
C. 当 Q 为 CC_1 的三等分点，且靠近点 C_1 时， $V_{B-APQC} = \frac{2}{9}V$
D. 当 Q 为 CC_1 的三等分点，且靠近点 C_1 时， $V_{B-APQC} = \frac{1}{3}V$

12. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overrightarrow{AB} = \vec{c}$ ， $BC = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{CA} = \vec{b}$ ，则下列推导正确的是

- A. 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$ ，则 $\triangle ABC$ 是钝角三角形
B. 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ，则 $\triangle ABC$ 是直角三角形
C. 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c}$ ，则 $\triangle ABC$ 是等腰三角形
D. 若 $|\vec{a}| = |\vec{b} - \vec{c}|$ ，则 $\triangle ABC$ 是直角三角形

第Ⅱ卷（非选择题，共90分）

注意事项：

第Ⅱ卷用黑色碳素笔在答题卡上各题的答题区域内作答，在试题卷上作答无效。

三、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

13. 某市为了调研全市10800名高一学生期中考试答题习惯，共抽取25袋答题卡，每袋都装有30份答题卡，则本次抽样的样本量是_____。

14. 已知 $|\vec{a}|=1$ ， $|\vec{a}-\vec{b}|=2$ ， $\vec{a}\perp\vec{b}$ ，则 $\vec{a}+\vec{b}$ 与 $\vec{a}-\vec{b}$ 的夹角为_____。

15. 一个底面半径为 r ，高为 h 的圆柱内接于半径为 R 的球 O 中，若 $h=R$ ，则 $\frac{r}{R}=\frac{r}{R}$ _____。

16. “中国天眼”（如图3甲）是世界最大单口径、最灵敏的射电望远镜，其形状可近似地看成一个球冠，球冠是球面被平面所截的一部分，如图乙所示，截得的圆叫做球冠的底，垂直于截面的直径被截得的线段叫做球冠的高。若球面的半径是 R ，球冠的高度是 h ，则球冠的面积 $S=2\pi Rh$ 。已知天眼的球冠的底的半径约为250米，天眼的反射面总面积（球冠面积）约为25万平方米，则天眼的球冠高度约为_____米。（参考数值 $\sqrt{\frac{4}{\pi}-1}\approx 0.52$ ）

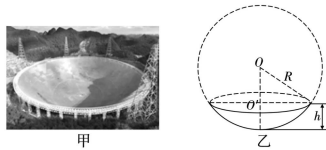


图3

四、解答题（共70分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分10分）

复数 z_1 与复数 z_2 在复平面上所对应的点关于 x 轴对称，且 $z_1(1-i)=z_2(1+i)$ （ i 为虚数单位），已知 $|z_1|=\sqrt{2}$ 。

（Ⅰ）求 z_1 ；

（Ⅱ）若 z_1 的虚部大于零，且 $\frac{m}{z_1}+\overline{z_1}=n+i$ （ $m, n\in\mathbf{R}$ ），求 m, n 的值。

18.（本小题满分12分）

已知点 $O(0, 0)$ ， $A(2, 1)$ ， $B(4, 3)$ 及 $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}$ 。

（Ⅰ）若点 P 在第一象限，求 t 的取值范围；

（Ⅱ）四边形 $OABP$ 能否成为平行四边形？若能，求出相应的 t 值；若不能，请说明理由。

19.（本小题满分12分）

如图4，某种水箱用的“浮球”，是由两个半球和一个圆柱筒组成。已知球的直径为8cm，圆柱筒高为3cm。

（Ⅰ）求这种“浮球”的体积；

（Ⅱ）要在这样的3000个“浮球”的表面涂一层胶质，如果每平方厘米需要涂胶0.1克，共需胶多少克？

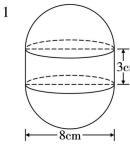


图4

20.（本小题满分12分）

如图5，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PA\perp AD$ ， $AB=AC=2PA=2$ ， $PC=\sqrt{5}$ ， $AD\parallel BC$ ， $\angle BAD=150^\circ$ 。

（Ⅰ）证明： $PA\perp$ 平面 $ABCD$ ；

（Ⅱ）求点 B 到平面 PAC 的距离。

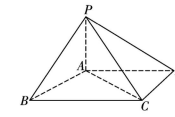


图5

21.（本小题满分12分）

如图6，已知 $AB\perp$ 平面 ACD ， $DE\perp$ 平面 ACD ， $\triangle ACD$ 是边长为2的正三角形， F 是 CD 的中点，且 $BC=BE=\sqrt{5}$ 。

（Ⅰ）求证： $AF\parallel$ 平面 BCE ；

（Ⅱ）求三棱锥 $E-ACF$ 的体积。

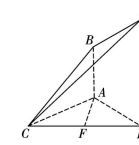


图6

22.（本小题满分12分）

记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $a=8$ ， $A=\frac{\pi}{3}$ 。

（Ⅰ）若 $B\neq\frac{\pi}{2}$ ，求 $\frac{2c-b}{\cos B}$ 的值；

（Ⅱ）求 $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|-|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AC}|$ 的最小值。

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：
www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线