黄冈市2019年高三年级9月质量检测

数学试题(理科)

黄冈市教育科学研究院命制　　　　2019年9月24日上午8：00～10：00

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题(本大题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的)

1. 已知集合 $A=\{x|x^2-2x-3>0\}$，$B=\{x|\lg(x+1)\leqslant 1\}$，则 $(\complement_R A)\cap B=$

A. $\{x|-1\leqslant x<3\}$　　B. $\{x|-1\leqslant x\leqslant 9\}$　　C. $\{x|-1<x\leqslant 3\}$　　D. $\{x|-1<x<9\}$

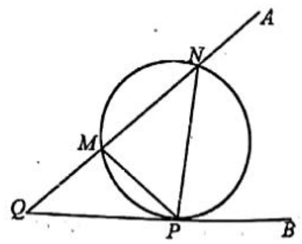
2. 若 $a>b$，则下列不等式恒成立的是

A. $2^a<2^b$　　B. $\ln(a-b)>0$　　C. $a^{\frac{1}{3}}>b^{\frac{1}{3}}$　　D. $|a|>|b|$

3. 设 S_n 为正项等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $S_1+3S_2-S_3=0$，且 $a_1=1$，则 $a_4=$

A. 9　　B. 18　　C. 21　　D. 27

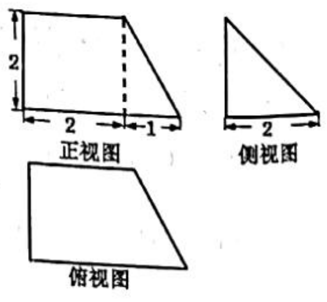
4. 几何学史上有一个著名的米勒问题："设点 M,N 是锐角 $\angle AQB$ 的一边 QA 上的两点，试在 QB 边上找一点 P，使得 $\angle MPN$ 最大". 如图，其结论是：点 P 为过 M,N 两点且和射线 QB 相切的圆的切点. 根据以上结论解决以下问题：在平面直角坐标系 xOy 中，给定两点 $M(-1,2)$，$N(1,4)$，点 P 在 x 轴上移动，当 $\angle MPN$ 取最大值时，点 P 的横坐标是



A. 1　　B. -7

C. 1 或 -7　　D. 2 或 -7

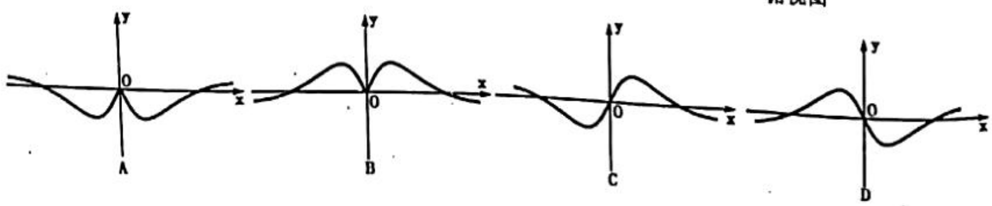
5. 如图为一个几何体的三视图，则该几何体中任意两个顶点间的距离的最大值为



A. $\sqrt{17}$　　B. $\sqrt{15}$

C. $\sqrt{13}$　　D. 4

6. 函数 $f(x)=\dfrac{3\sin x-x}{x^2+1}$ 在 $[-\pi,\pi]$ 的图象大致为



7. 已知抛物线 $x^2=4y$ 的焦点为 F,准线为 l,P 是 l 上一点,Q 是直线 PF 与抛物线 C 的一个交点,若 $\overrightarrow{PQ}=4\overrightarrow{FQ}$,则 $|FQ|=$

A. 3 或 4　　B. $\frac{8}{5}$ 或 $\frac{8}{3}$　　C. 4 或 $\frac{8}{3}$　　D. $\frac{8}{3}$

8. 将函数 $f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{6})$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位,得到函数 $g(x)$ 的图象,则下列说法不正确的是

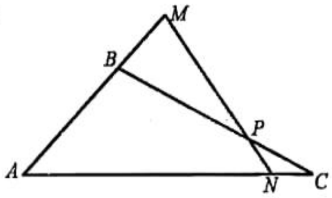
A. $g(\frac{5\pi}{12})=1$　　B. $g(x)$ 在区间 $[\frac{5\pi}{12},\frac{3\pi}{4}]$ 上单调递减

C. $x=-\frac{\pi}{12}$ 是 $g(x)$ 图象的一条对称轴　　D. $(\frac{\pi}{8},0)$ 是 $g(x)$ 图象的一个对称中心

9. 已知函数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, $f(x)$ 图象在点 $(2,f(2))$ 处的切线过点 $(3,4)$,函数 $g(x)=f(x+1)$ 为奇函数,则 $b=$

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

10. 在 $\triangle ABC$ 中,点 P 满足 $\overrightarrow{BP}=3\overrightarrow{PC}$,过点 P 的直线与 AB, AC 所在的直线分别交于点 M, N. 若 $\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AN}=\mu\overrightarrow{AC}$, $(\lambda>0,\mu>0)$,则 $\lambda+\mu$ 的最小值为



A. $\frac{\sqrt{2}}{2}+1$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}+1$　　C. $\frac{3}{2}$　　D. $\frac{5}{2}$

11. 椭圆 $M:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 与双曲线 $Q:\frac{x^2}{m^2}-\frac{y^2}{n^2}=1(m>0,n>0)$ 焦点相同, F_1, F_2 分别为左焦点和右焦点,椭圆 M 与双曲线 Q 在第一象限交点为 A,且 $\angle F_1AF_2=\frac{\pi}{3}$,则当这两条曲线的离心率之积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 时,双曲线 Q 的渐近线斜率是

A. $\pm\sqrt{2}$　　B. $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\pm\frac{1}{2}$　　D. ±2

12. 若函数 $f(x)=m-x^3+3\ln x$ 在 $[\frac{1}{e},e]$ 上有两个不同的零点,则实数 m 的取值范围为

A. $[1,3+\frac{1}{e^3}]$　　B. $(1,e^3-3]$　　C. $(1,3+\frac{1}{e^3}]$　　D. $(1,+\infty)$

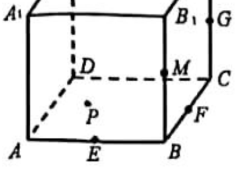
二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 设命题 $p:c^2>c$; $q:\exists x_0\in\mathbf{R}, x_0^2+4cx_0+1<0$,若 p 和 q 中有且仅有一个为真命题,则实数 c 的取值范围是________.

14. 设等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n>0$,且 $a_1+a_3=\frac{5}{8}$, $a_2+a_4=\frac{5}{4}$,则 $\log_2(a_1a_2\cdots a_n)$ 的最小值为________.

15. 已知函数 $f(x)=|x^2-3|+x^2+mx$,若方程 $f(x)=0$ 在 $(0,4)$ 上有两个不同的实数根,则实数 m 的取值范围是________.

16. 如图,在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,底面是边长为 1 的正方形,侧棱长为 2, E, F, G, M 分别是棱 AB, BC, CC_1, BB_1 中点, P 是底面 $ABCD$ 内一动点,若直线 D_1P 与平面 EFG 不存在公共点,则三



角形 PBM 面积的最小值为________.

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)已知命题 p:方程 $2\sin^2 x-\sin x+m-1=0$ 在 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ 在存在唯一实数根;

q: $\forall x\in\mathbf{R}, x^2-2mx+1\geqslant 0$.

(1)若命题$\neg q$ 为真命题,求实数 m 的取值范围;

(2)若 $p\wedge q$ 为真命题,求实数 m 的取值范围.

18. (12 分)设函数 $y=f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$, $\omega>0$, $0<\varphi<\pi$, $y=f'(x)$ 为 $y=f(x)$ 的导数,若 $g(x)=f(x)+\sqrt{3}f'(x)$ 为奇函数,且对任意的 $x\in\mathbf{R}$ 有 $g(x)\leqslant 2$.

(1)求 $g(x)$ 表达式;

(2)在$\triangle ABC$ 中,角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c, $a=\frac{\tan B}{\tan A}=g(-\frac{\pi}{2})$,求$\triangle ABC$ 的面积最大值.

19. (12 分)已知数列$\{a_n\}$, $\{b_n\}$,其中 $a_1=5$, $b_1=-1$,且满足 $a_n=\frac{1}{2}(3a_{n-1}-b_{n-1})$,

$b_n=-\frac{1}{2}(a_{n-1}-3b_{n-1})$, $n\in\mathbf{N}^*$, $n\geqslant 2$.

(1)求证:数列$\{a_n-b_n\}$为等比数列;

(2)求数列$\{\frac{3\cdot 2^{n-1}}{a_n a_{n+1}}\}$的前 n 项和 S_n.

20. (12 分) 已知函数$f(x)=ax^2+bx+c(a>0,b\in\mathbf{R},c\in\mathbf{R})$.

(1)若函数$f(x)$的最小值是$f(-1)=-1$,且$c=1$,

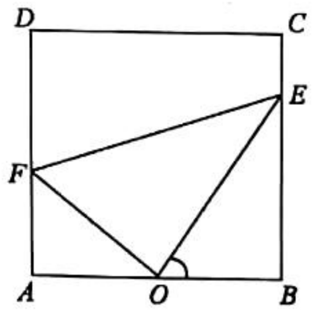
$F(x)=\begin{cases}f(x),x>0\\-f(x),x<0\end{cases}$, 求$F(3)+F(-3)$的值;

(2)若$a=3,c=1$,且$|f(x)|\leq 2$在区间$(0,2]$上恒成立,试求b的取值范围.

21. (12 分)某市为了改善居民的休闲娱乐活动场所,现有一块矩形$ABCD$草坪如下图所示,已知:$AB=120$米,$BC=60\sqrt{3}$米,拟在这块草坪内铺设三条小路OE,EF和OF,要求点O是AB的中点,点E在边BC上,点F在边AD上,且$\angle EOF=90°$.

(1)设$\angle BOE=\alpha$,试求$\triangle OEF$的周长l关于α的函数解析式,并求出此函数的定义域;

(2)经核算,三条路每米铺设费用均为300元,试问如何设计才能使铺路的总费用最低?并求出最低总费用.



22. (12 分)已知函数$f(x)=\ln(x+1)+\frac{1}{x+1}+ax+b$的导函数为$f'(x)$,$f'(0)=1$,且函数$F(x)=f(x)-f'(x)$存在零点$x=0$.

(1)求实数a,b的值;

(2)当$x\geq 0$时,不等式$f(x)\geq\frac{mx}{x+1}$恒成立,求实数m的取值范围(参考数据:方程$x^2+x-1=\ln(x+1)$的一个近似解$x_0=\frac{9}{10}$).

自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主招生在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信扫一扫，快速关注