达州市普通高中 2023 届第一次诊断性测试

文科数学参考答案

一、选择题：

1. A　2. C　3. D　4. C　5. A　6. C　7. D　8. C　9. C　10. D　11. B　12. C

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. $(1,0)$　　14. $\frac{3}{10}$　　15. -1　　16. 4

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17．解：(1) 由表知 x 的平均数为 $\overline{x}=\frac{1+2+3+4+5}{5}=3$.

$\therefore \sum_{i=1}^{5}(x_i-\overline{x})^2=(1-3)^2+(2-3)^2+\cdots+(5-3)^2=10$.

$$r=\frac{\sum_{i=1}^{5}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{5}(x_i-\overline{x})^2}\cdot\sqrt{\sum_{i=1}^{5}(y_i-\overline{y})^2}}=\frac{1.28}{\sqrt{10}\cdot\sqrt{0.17}}=\frac{1.28}{\sqrt{1.7}}\approx 0.98 .$$

$\because 0.98>0.75$,$\therefore$ y 与 x 具有较高的线性相关程度.

(2) 设增长率为 p，则 $1.8(1+p)\geqslant 1.98$ ，解得 $p\geqslant 0.1$.

$\therefore p_{\min}=0.1=10\%$.

该市 2022 年农村居民人均可支配收入相对 2021 年增长率最小值为 10% .

18．解：(1)由 $S=\tan A$ 得 $\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{\sin A}{\cos A}$，$\because 0<A<\pi$，$\sin A>0$，$\therefore bc\cos A=2$.

取 BC 中点 D，连接 AD，则 $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$ ，$\therefore 4\overrightarrow{AD}^2=\overrightarrow{AB}^2+2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AC}^2$，

即 $12=b^2+c^2+2bc\cos A$，$\therefore b^2+c^2=8$.

$\because a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=8-4=4$，$\therefore a=2$.

(2)设 $\triangle ABC$ 外接圆半径为 R，由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=2R$，得 $R=\frac{1}{\sin A}$.

由（1）知 $\cos A=\frac{2}{bc}\geqslant\frac{4}{b^2+c^2}=\frac{1}{2}$，当且仅当 $b=c=2$ 时取“=”.

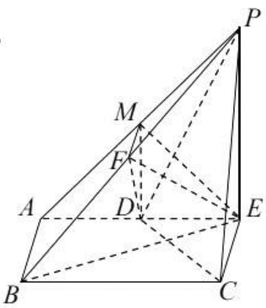
$\because 0<A<\pi$，$\therefore 0<A\leqslant\frac{\pi}{3}$，$\therefore 0<\sin A\leqslant\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore R=\frac{1}{\sin A}\geqslant\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，当 $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，即 $A=\frac{\pi}{3}$ 时取“=”.

$\therefore$ $\triangle ABC$ 外接圆面积最小值为 $\pi\times(\frac{2\sqrt{3}}{3})^2=\frac{4}{3}\pi$.

19．(1)证明：$\because PE\perp$ 平面 $ABCD$，$AB\subset$ 平面 $ABCD$，$\therefore PE\perp AB$.

$\because AB\perp BC$，$AD\,//\,BC$，$\therefore AB\perp AD$.



又 $PE \cap AD = E$，$\therefore AB \perp$ 平面 PAD．

$\because PA \subset$ 平面 PAD，$\therefore PA \perp AB$．

取 PA 的中点 M，连接 EM，FM，$\because F$ 为 PB 的中点，

$\therefore FM \perp PA$．

$\because \tan\angle PDA = -2$，$\therefore \tan\angle PDE = 2$，

$\therefore \dfrac{PE}{DE} = 2$，$\therefore PE = 2DE = 2AD$，

$\therefore D$ 为 AE 的中点，$\therefore PE = AE$，$\therefore EM \perp PA$．

又 $EM \cap FM = M$，$\therefore PA \perp$ 平面 EFM．

$\because EF \subset$ 平面 EFM，$\therefore EF \perp PA$．

(2)解：$\because BC = 2AD = 2DE = 2$，$\therefore PE = 2$．

$\therefore BC \,//\, AE$，且 $BC = AE$，$\because AB \perp BC$，$\therefore$ 四边形 $ABCE$ 为矩形，$\therefore CE \perp$ 平面 PAE．

$V_{E-PDC} = V_{P-DEC} = \dfrac{1}{3}S_{\triangle DEC} \cdot PE = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{2} \times 1 \times CE \times 2 = \dfrac{1}{3}$，$\therefore CE = 1$．

连接 MD，$\mathrm{Rt}\triangle BCE$ 中 $BE = \sqrt{2^2+1^2} = \sqrt{5}$，$\mathrm{Rt}\triangle PEB$ 中 $PB = \sqrt{2^2+\sqrt{5}^2} = 3$．

$\because F$ 为 PB 中点，$\therefore$ 点 F 到平面 $ABCD$ 的距离 $h_1 = \dfrac{1}{2}PE = 1$，$\mathrm{Rt}\triangle PEB$ 中，

$EF = \dfrac{1}{2}PB = \dfrac{3}{2}$，$S_{\triangle ECD} = \dfrac{1}{2} \times 1 \times 1 = \dfrac{1}{2}$．

由（1）知 $FM \perp$ 面PAE，$FM = \dfrac{1}{2}AB = \dfrac{1}{2}$，在 $\mathrm{Rt}\triangle FME$ 中，$DF = \sqrt{(\dfrac{1}{2})^2 + 1^2} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$，

$\therefore \triangle DEF$ 中，$\cos\angle DEF = \dfrac{(\frac{3}{2})^2 + 1^2 - (\frac{\sqrt{5}}{2})^2}{2 \times 1 \times \frac{3}{2}} = \dfrac{2}{3}$，$sin\angle DEF = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$，

$S_{\triangle DEF} = \dfrac{1}{2} \times DE \times EF \times sin\angle DEF = \dfrac{\sqrt{5}}{4}$．

设点 C 到平面 DEF 的距离为 h_2，则 $V_{F-EDC} = V_{C-DFE} = \dfrac{1}{3}S_{\triangle DEC} \cdot h_1 = \dfrac{1}{3}S_{\triangle DFE} \cdot h_2$，解得

$h_2 = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$．所以点 C 到平面 DEF 的距离为 $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$．

20．解：(1)由题意，当 $t = a$，且 l 经过原点时，l 的方程为 $y = \dfrac{b}{a}x$，且点 A，B 关于原点对称．设 $A(x_0，y_0)$，将 $y = \dfrac{b}{a}x$ 代入 $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$，并化简得 $x^2 = \dfrac{a^2}{2}$，即 $x_0^2 = \dfrac{a^2}{2}$，

$\therefore y_0^2 = \dfrac{b^2}{2}$．

$\because |AB| = \sqrt{6}$，$\therefore 4(x_0^2 + y_0^2) = 2(a^2+b^2) = 6$．

设 C 的另一个焦点为 F_0，根据对称性，$|AF| + |BF| = |AF| + |AF_0| = 2\sqrt{2}$，根据椭圆定义得 $2a = 2\sqrt{2}$，$\therefore a^2 = 2$．$\therefore b^2 = 1$．所以 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{2} + y^2 = 1$．

(2)由(1)知，点 D 坐标为 $(0，1)$．

由题意可设l：$x=k(y-1)+4$，即$x=ky+4-k$，将该式代入$\frac{x^2}{2}+y^2=1$，并化简

得 $(k^2+2)y^2+2k(4-k)y+k^2-8k+14=0$，$\therefore \Delta=16(4k-7)>0$.

设$A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$，则$y_1+y_2=-\frac{2k(4-k)}{k^2+2}$，$y_1y_2=\frac{k^2-8k+14}{k^2+2}$.

$\therefore x_1+x_2=k(y_1+y_2)+8-2k=\frac{16-4k}{k^2+2}$.

$\therefore \frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}=\frac{x_1}{y_1-1}+\frac{x_2}{y_2-1}=\frac{x_1y_2+x_2y_1-(x_1+x_2)}{y_1y_2-(y_1+y_2)+1}=$

$$\frac{2ky_1y_2+(4-k)(y_1+y_2)-(x_1+x_2)}{y_1y_2-(y_1+y_2)+1}=\frac{\frac{2k(k^2-8k+14)}{k^2+2}-\frac{2k(4-k)^2}{k^2+2}-\frac{16-4k}{k^2+2}}{\frac{k^2-8k+14}{k^2+2}+\frac{2k(4-k)}{k^2+2}+1}=-1.$$

即$\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}=-1$.

21．解：(1)由$f(x)=x\ln x+a$得$x>0$，且$f'(x)=\ln x+1$

当$0<x<\frac{1}{\mathrm{e}}$时，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减，当$x>\frac{1}{\mathrm{e}}$时，$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增.

所以$f(x)_{\min}=f(x)_{极小}=f(\frac{1}{\mathrm{e}})=-\frac{1}{\mathrm{e}}+a=0$，$\therefore a=\frac{1}{\mathrm{e}}$.

(2)证明：由$g(x)=\frac{3x^2}{8}-x-\frac{1}{x}+1$得$g'(x)=\frac{3}{4}x-1+\frac{1}{x^2}=\frac{3x^3-4x^2+4}{4x^2}$（$x>0$）.

设$h(x)=3x^3-4x^2+4$，则$h'(x)=9x^2-8x=9x(x-\frac{8}{9})$，当$0<x<\frac{8}{9}$时，$h'(x)<0$，

$h(x)$单调递减，当$x>\frac{8}{9}$时，$h'(x)>0$，$h(x)$单调递增.

$\therefore$当$x>0$时，$h(x)\geqslant h(x)_{\min}=h(\frac{8}{9})>0$，即$g'(x)>0$，$g(x)$在区间$(0,+\infty)$单调递增.

$\because g(2)=0$，$\therefore$若$x>0$，则当且仅当$0<x<2$时，$g(x)<0$，$\because g(b)<0$，$\therefore b<2$.

由(1)知，$f(x)_{\min}=f(\frac{1}{\mathrm{e}})=a-\frac{1}{\mathrm{e}}$. $\because a\geqslant\frac{7}{\mathrm{e}}$，$\therefore f(x)\geqslant f(x)_{\min}=a-\frac{1}{\mathrm{e}}\geqslant\frac{6}{\mathrm{e}}$.

$\therefore f(x)\geqslant\frac{6}{\mathrm{e}}>2>b$，即$f(x)>b$.

22．解：(1)将$\rho^2=x^2+y^2$，$\rho\cos\theta=x$，$\rho\sin\theta=y$代入C的极坐标方程$\rho^2-2\rho\cos\theta$ $-2\rho\sin\theta-2=0$得曲线C为$x^2+y^2-2x-2y-2=0$，即$(x-1)^2+(y-1)^2=4$.

(2)易知点P在直线l上，将直线l的参数方程$\begin{cases}x=2+t\cos\theta,\\ y=2+t\sin\theta\end{cases}$($t$为参数)代入曲线$C$方程

得$(1+t\cos\theta)^2+(1+t\sin\theta)^2=4$，整理得$t^2+2(\sin\theta+\cos\theta)t-2=0$.

设点A，B对应该的参数分别为t_1，t_2，则$t_1+t_2=-2(\sin\theta+\cos\theta)$，$t_1t_2=-2<0$，

由参数t的几何意义不妨令$|t_1|=|PA|$，$|t_2|=|PB|$.

$\therefore |PA|+|PB|=|t_1|+|t_2|=|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}=\sqrt{4\sin 2\theta+12}$.

当$\sin 2\theta=-1$，即$\theta=k\pi-\frac{\pi}{4}(k\in\mathbf{Z})$时，$(|PA|+|PB|)_{\min}=2\sqrt{2}$.

23．(1)解：不等式可化为$2^{|x|}>2^{|x+m-1|}$，$\therefore |x-1|>|x+m-1|$，两边同时平方可得 $2mx<2m-m^2$．

$\because$ 原不等式解集为$\{x\,|\,x<0\}$，$\therefore m>0$，即$x<1-\dfrac{m}{2}$．

$\therefore 1-\dfrac{m}{2}=0$，$m=2$．

(2)解：$\because f(a)=f(b)$，$\therefore 2^{|a-1|}=2^{|b-1|}$，$|a-1|=|b-1|$．

$\because f(1+x)=2^{|x|}=f(1-x)$，$\therefore y=f(x)$ 关于直线$x=1$对称，$\therefore 0<a<1<b$，

$\therefore 1-a=b-1$，即$a+b=2$．

所以$(\dfrac{4}{a}+\dfrac{1}{b-1})(a+b-1)=5+\dfrac{4(b-1)}{a}+\dfrac{a}{b-1}\geqslant 5+2\sqrt{4}=9$，当且仅当$\dfrac{4(b-1)}{a}=\dfrac{a}{b-1}$，

即$a=\dfrac{2}{3},b=\dfrac{4}{3}$时取“=”，$\therefore \dfrac{4}{a}+\dfrac{1}{b-1}$的最小值为$9$．

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。