2022～2023年度河南省高三年级模拟考试
数学参考答案(文科)

1. A　因为 $A=\{x\mid -2<x<3\}$，$B=\{-4,-2,0,2,4\}$，所以 $A\cap B=\{0,2\}$.

2. B　因为 $z=4-3i$，所以 $|z|=\sqrt{4^2+3^2}=5$.

3. C　因为 $a/\!/b$，所以 $2x+4=9x-3$，解得 $x=1$.

4. B　因为 $\sqrt{x+1}\geqslant 2$，所以 $x\geqslant 3$，即 $x\in[3,5]$，由几何概型得所求概率为 $\frac{5-3}{5-0}=\frac{2}{5}$.

5. D　对于A，$f(x)$ 为非奇非偶函数，故不满足题意.

对于B，$f(x)$ 为 $(-2,2)$ 上的奇函数，且 $f(x)$ 为减函数，故不满足题意.

对于C，因为 $f(-x)=\frac{e^{-x}+e^{x}}{2}=f(x)$，所以 $f(x)$ 为偶函数，故不满足题意.

对于D，因为 $f(x)=\frac{2^x-1}{2^x+1}=1-\frac{2}{2^x+1}$，所以 $f(x)$ 在定义域 $\mathbf{R}$ 内单调递增，

又 $f(-x)=\frac{2^{-x}-1}{2^{-x}+1}=\frac{1-2^x}{1+2^x}=-f(x)$，所以 $f(x)$ 是奇函数，故满足题意.

6. C　对于A，由统计表知鞋类净利润占比为 -0.68%，所以鞋类销售亏损，所以A中判断正确；

对于B，由统计表知，衣服裤子类的净利润占比为 94.80%，所以该服装销售公司的净利润主要由衣服裤子类销售提供，所以选项B中判断正确；

对于C，由统计表知，帽子围巾类营业收入占比和净利润占比均为 3.62%，但在总的营业收入和总的净利润未知的情况下，无法得到营业收入和净利润相同，所以选项C中判断不正确；

对于D，剔除鞋类销售数据后，总的净利润增加了，而衣服裤子类销售的净利润没变，所以衣服裤子类销售净利润占比将会降低，选项D中判断正确.

7. C　圆台的体积 $V=\frac{1}{3}h(S_1+\sqrt{S_1S_2}+S_2)=\frac{1}{3}\times6\times(3\pi+\sqrt{3\pi\times12\pi}+12\pi)=42\pi$.

8. A　由题意设此人第一天走 a_1 里，第 n 天走 a_n 里，$\{a_n\}$ 是等差数列，$a_1=100$，由 $S_9=900+36d=1260$，可得 $d=10$，则 $a_3=100+20=120$，$S_n=100n+\frac{n(n-1)}{2}\times10=5n^2+95n$，所以 $S_7=910$，$S_8=1080$.

9. A　因为 $f(1)=4$，所以 $b+1=4$，解得 $b=3$. 又 $f'(x)=\frac{a}{x}-\frac{b+1}{x^2}=\frac{ax-4}{x^2}$，所以 $f'(1)=a-4=0$，解得 $a=4$.

此时 $f'(x)=\frac{4x-4}{x^2}$ 满足条件，所以 $a+b=7$.

10. D　因为 $y=\cos(2x+\varphi)=\sin[\frac{\pi}{2}+(2x+\varphi)]=\sin(2x+\frac{\pi}{2}+\varphi)$，其图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度后对应的函数 $g(x)=\sin[2(x-\frac{\pi}{12})+\frac{\pi}{2}+\varphi]=\sin(2x+\frac{\pi}{3}+\varphi)$，所以 $\frac{\pi}{3}+\varphi=2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，得 $\varphi=-\frac{\pi}{3}$，即 $f(x)=\cos(2x-\frac{\pi}{3})$，则 $2k\pi\leqslant 2x-\frac{\pi}{3}\leqslant 2k\pi+\pi(k\in\mathbf{Z})$，所以单调递减区间为 $[k\pi+\frac{\pi}{6},k\pi+\frac{2\pi}{3}](k\in\mathbf{Z})$.

11. B　因为 $MN\perp FN$，所以 $\overrightarrow{FM}\cdot\overrightarrow{FN}=|\overrightarrow{FN}|^2=|\overrightarrow{FM}|^2-1$，又 $|\overrightarrow{FM}|\geqslant|\overrightarrow{FO}|=3$，$O$ 为原点，所以 $\overrightarrow{FM}\cdot\overrightarrow{FN}\geqslant 3^2-1=8$.

12. D　两式相减得 $a_{2n-1}+a_{2n+1}=6$，$a_{2n}+a_{2n+2}=(3^n-1+a_{2n-1})+(3^{n+1}-1+a_{2n+1})=4\times3^n+4$，

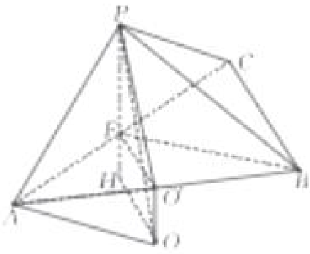
$S_{40}=(a_1+a_3+\cdots+a_{37}+a_{39})+(a_2+a_4+\cdots+a_{38}+a_{40})=6\times10+4\times10+4\times(3^1+3^3+\cdots+3^{19})=$

$\dfrac{3^n+197}{2}$.

13. 5　画出可行域(图略)知,当直线 $z=2x+y$ 过点(2,1)时,z 取得最大值 5.

14. $(-\infty,\dfrac{1}{2})$　因为 $f(x)=2^x-\dfrac{1}{x+1}$ 在[0,+∞)上单调递增,所以 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增. 因为 $f(3x-1)<f(1-x)$,所以 $3x-1<1-x$,解得 $x<\dfrac{1}{2}$.

15. 20π　分别取 AB,AC 的中点 O',F,连接 $O'F$,$O'P$,PF,BF. 由题意可知 O' 为直角三角形 ABC 斜边的中点. 因为 $O'P=\sqrt{2}<O'A$,所以三棱锥 $P-ABC$ 外接球的球心在平面 ABC 的下方. 设三棱锥 $P-ABC$ 外接球的球心为 O,连接 OO',OP,OA,作 $OH\perp PF$,垂足为 H. 由题中数据可得 $PF=1$,$OH=O'F=1$,$O'A=2$,$HF=OO'$. 设三棱锥 $P-ABC$ 外接球的半径为 R,则 $R^2=O'A^2+O'O^2=OH^2+(PF+O'O)^2$,解得 $R^2=5$. 故三棱锥 $P-ABC$ 外接球的表面积是 $4\pi R^2=20\pi$.



16. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　设 $|F_1F_2|=2c$,$|AF_1|=m$,$|AF_2|=n$(不妨设 $m>n$),椭圆 C_1 的长半轴长为 a_1,双曲线 C_2 的实半轴长为 a_2,则 $\begin{cases}m+n=2a_1,\\ m-n=2a_2,\end{cases}$ 所以 $mn=a_1^2-a_2^2$. 在$\triangle F_1MF_2$ 中,由 $\angle F_1MF_2=\dfrac{\pi}{4}$,得 $m^2+n^2-\sqrt{2}mn=4c^2$,整理为 $(m+n)^2-(2+\sqrt{2})mn=4c^2$,所以 $(2-\sqrt{2})a_1^2+(2+\sqrt{2})a_2^2=4c^2$,方程两边同时除以 c^2,得 $\dfrac{2-\sqrt{2}}{e_1^2}+\dfrac{2+\sqrt{2}}{e_2^2}=4$. 由基本不等式得 $4=\dfrac{2-\sqrt{2}}{e_1^2}+\dfrac{2+\sqrt{2}}{e_2^2}\geqslant\dfrac{2\sqrt{2}}{e_1e_2}$,则 $e_1e_2\geqslant\dfrac{\sqrt{2}}{2}$,当且仅当 $e_1=\sqrt{\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}}$,$e_2=\sqrt{\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}}$ 时,等号成立.

17. 解:(1)因为 $a(\sin A-\sin C)+c\sin C=b\sin B$,

所以 $a(a-c)+c^2=b^2$, ………………………………………… 2 分

整理得 $a^2+c^2-b^2=ac$, ………………………………………… 3 分

所以 $\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\dfrac{1}{2}$. ………………………………………… 5 分

又 $B\in(0,\pi)$,所以 $B=\dfrac{\pi}{3}$. ………………………………………… 6 分

(2)由(1)知 $B=\dfrac{\pi}{3}$,因为 $b=5$,所以 $25=a^2+c^2-2ac\times\dfrac{1}{2}=(a+c)^2-3ac$. ………………… 8 分

又 $ac\leqslant(\dfrac{a+c}{2})^2=\dfrac{(a+c)^2}{4}$,所以 $25\geqslant\dfrac{(a+c)^2}{4}$, ………………………………………… 10 分

即 $a+c\leqslant10$,当且仅当 $a=c=5$ 时,等号成立, ………………………………………… 11 分

所以 $a+c+b\leqslant15$,即$\triangle ABC$ 周长的最大值为 15. ………………………………………… 12 分

18. 解:(1)依题意得 2×2 列联表如下:

	优等品	非优等品	合计
甲生产线生产的产品数量	140	60	200
乙生产线生产的产品数量	120	80	200
合计	260	140	400

………………………………………… 2 分

因为 $K^2=\frac{400\times(140\times80-60\times120)^2}{200\times200\times260\times140}=\frac{400}{91}\approx4.396<6.635$. …………………………………… 5分

所以没有 99% 的把握认为产品是否为"优等品"与生产线有关. …………………………………… 6分

(2)由列联表知甲、乙生产线生产的"非优等品"之比为 3∶4，按甲、乙生产线采用分层抽样的方法抽出 7 件产品，则甲生产线应抽出 3 件产品，记为 A_1,A_2,A_3，乙生产线应抽出 4 件产品，记为 B_1,B_2,B_3,B_4． ……

…………………………………………………………………………………… 8分

从中取出 2 件产品的所有情况如下：$A_1A_2,A_1A_3,A_1B_1,A_1B_2,A_1B_3,A_1B_4,A_2A_3,A_2B_1,A_2B_2,A_2B_3,A_2B_4$，$A_3B_1,A_3B_2,A_3B_3,A_3B_4,B_1B_2,B_1B_3,B_1B_4,B_2B_3,B_2B_4,B_3B_4$，共 21 种. …………………… 10分

其中至少有 1 件产品来自乙生产线的对立事件是"没有 1 件产品是乙生产线生产的"，只有 A_1A_2,A_1A_3，A_2A_3，共 3 种. …………………………………………………………………… 11分

所以所求概率 $P=1-\frac{3}{21}=\frac{6}{7}$. …………………………………………………… 12分

19.(1)证明：因为 $AC=2,AB=4,\angle BAC=60^\circ$，所以 $BC^2=4+16-2\times2\times4\times\frac{1}{2}=12$. ……………… 2分

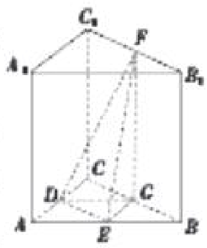
因为 $AC^2+BC^2=16=AB^2$，所以 $AC\perp BC$. …………………………………………………… 3分

又因为 DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线，所以 $DE/\!/BC$，从而 $DE\perp AC$. …………………………… 4分

因为三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 是直三棱柱，所以 $AA_1\perp DE$.

又 $AA_1\cap AC=A$，所以 $DE\perp$ 平面 ACC_1A_1. …………………………………………………… 5分

(2)解：取 BC 的中点 G，连接 EG,DG,FG，则 $DE=\frac{1}{2}BC=\sqrt{3}$，$DG=\frac{1}{2}AB=2$，$EG=1$.



所以 $DF^2=2^2+4^2=20$，$EF^2=1^2+4^2=17$，从而 $EF^2+DE^2=DF^2$，即 $DE\perp EF$. ……

…………………………………………………………………………………… 7分

所以 $S_{\triangle DEF}=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{17}$，设点 A 到平面 DEF 的距离为 d，则 $V_{A-DEF}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{17}d$. …………………………………………………………………… 9分

又 $S_{\triangle ADE}=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times1$，所以 $V_{F-ADE}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times4$. …………………………………… 10分

由 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{17}d=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times4$，解得 $d=\frac{4\sqrt{17}}{17}$，即点 A 到平面 DEF 的距离为 $\frac{4\sqrt{17}}{17}$. ………

…………………………………………………………………………………… 12分

20.解：(1)由题意得 $c=2$. …………………………………………………………………… 1分

将点 $(\sqrt{2},\sqrt{3})$ 的坐标代入方程 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，得 $\frac{2}{a^2}-\frac{3}{b^2}=1$. …………………………………… 2分

又因为 $c^2=a^2+b^2$，所以 $\frac{2}{4-b^2}-\frac{3}{b^2}=1$，整理得 $b^4+b^2-12=0$，解得 $b^2=3$. …………………… 4分

所以 $a^2=1$，双曲线 C 的方程为 $x^2-\frac{y^2}{3}=1$. …………………………………………………… 5分

(2)假设存在 $P(n,0)$ 满足条件，设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$.

由题意知，直线 AB 的斜率不为 0，设直线 AB：$x=my+2$.

联立 $\begin{cases}x=my+2,\\ x^2-\frac{y^2}{3}=1,\end{cases}$ 消去 x 得 $(3m^2-1)y^2+12my+9=0$. …………………………………… 6分

则 $3m^2-1\neq0$，$\Delta=(12m)^2-4\times9\times(3m^2-1)=36(m^2+1)>0$.

且 $y_1+y_2=-\frac{12m}{3m^2-1}$,$y_1y_2=\frac{9}{3m^2-1}$. …………………………………… 7分

因为点 F 到直线 PA,PB 的距离始终相等,所以 PF 是 $\angle APB$ 的角平分线. …………………… 8分

则 $k_{PA}+k_{PB}=0$,即 $\frac{y_1}{x_1-n}+\frac{y_2}{x_2-n}=0$,所以 $y_1(my_2+2-n)+y_2(my_1+2-n)=0$.

整理得 $2my_1y_2+(2-n)(y_1+y_2)=0$. …………………………………… 9分

所以 $\frac{2m\times 9}{3m^2-1}-\frac{(2-n)\times 12m}{3m^2-1}=0$,整理得 $m(2n-1)=0$. …………………………………… 10分

因为对于任意的 $m\neq\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$,$m(2n-1)=0$ 恒成立,所以 $n=\frac{1}{2}$.

故存在点 $P(\frac{1}{2},0)$,使得点 F 到直线 PA,PB 的距离始终相等. …………………………… 12分

21. 解:(1)若 $k=0$,则 $f(x)=2x^2\ln x$,$f'(x)=2x(2\ln x+1)$. …………………………………… 2分

又 $f(1)=0$,$f'(1)=2$. …………………………………… 3分

所以所求切线方程为 $y=2(x-1)$,即 $2x-y-2=0$. …………………………………… 4分

(2)因为 $x\in[1,+\infty)$,所以原不等式可化为 $2\ln x-k(x-\frac{1}{x})\leqslant 0$.

设 $h(x)=2\ln x-k(x-\frac{1}{x})$,则 $h'(x)=\frac{2}{x}-k(1+\frac{1}{x^2})=\frac{x^2+1}{x^2}(\frac{2x}{x^2+1}-k)$. …………………… 5分

$\frac{2x}{x^2+1}\leqslant\frac{x^2+1}{x^2+1}=1$,当且仅当 $x=1$ 时,等号成立. …………………………………… 6分

①当 $k\geqslant 1$ 时,$h'(x)\leqslant 0$,所以 $h(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递减,故 $h(x)\leqslant h(1)=0$,满足题意. ………… 7分

②当 $0<k<1$ 时,令 $h'(x)=0$,可得 $\frac{2}{x+\frac{1}{x}}=k$,设方程的解为 $x_0\in(1,+\infty)$.

因为 $y=x+\frac{1}{x}$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增,所以 $y=\frac{2}{x+\frac{1}{x}}$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递减.

则当 $x\in(1,x_0)$ 时,$h'(x)>0$,当 $x\in(x_0,+\infty)$ 时,$h'(x)<0$.

所以函数 $h(x)$ 在 $(1,x_0)$ 上单调递增,在 $(x_0,+\infty)$ 上单调递减. …………………………………… 9分

又 $h(1)=0$,所以当 $x\in(1,x_0)$ 时,$h(x)>0$,不满足题意. …………………………………… 10分

③当 $k\leqslant 0$ 时,$h'(x)>0$,故 $h(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递增,所以 $h(x)\geqslant h(1)=0$,不符合题意. ……… 11分

综上,k 的取值范围为 $[1,+\infty)$. …………………………………… 12分

22. 解:(1)消去参数方程 $\begin{cases}x=\sqrt{3}+\sqrt{3}t,\\ y=2+t\end{cases}$ 中的参数,得 $x-\sqrt{3}y+\sqrt{3}=0$. …………………… 2分

曲线 C 的极坐标方程 $\rho-\frac{5}{\rho}=4\sin\theta$ 可化为 $\rho^2-5=4\rho\sin\theta$. …………………………………… 3分

因为 $\rho^2=x^2+y^2$,$y=\rho\sin\theta$,所以 $x^2+y^2-4y-5=0$,即曲线 C 的方程为 $x^2+(y-2)^2=9$. ………… 5分

(2)由(1)得点 $A(0,1)$ 在圆 C 内,且 l 的斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$,所以可设 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=\frac{\sqrt{3}}{2}t,\\ y=1+\frac{1}{2}t\end{cases}$ (t 为参数). ……

…………………………………… 6分

代入圆 C:$x^2+(y-2)^2=9$,得 $t^2-t-8=0$. …………………………………… 7分

设点 M,N 对应的参数分别为 t_1,t_2,则 $t_1+t_2=1$,$t_1t_2=-8$. …………………………………… 8分

所以$\frac{1}{|AM|^2}+\frac{1}{|AN|^2}=\frac{1}{t_1^2}+\frac{1}{t_2^2}=\frac{t_1^2+t_2^2}{t_1^2t_2^2}=\frac{(t_1+t_2)^2-2t_1t_2}{t_1^2t_2^2}=\frac{17}{64}$. ………… 10分

23.(1)解：由$f(x)=|3x+1|-|2x-3|$，得$f(x)=\begin{cases}-x-4, & x<-\frac{1}{3},\\ 5x-2, & -\frac{1}{3}\leqslant x<\frac{3}{2},\\ x+4, & x\geqslant\frac{3}{2}.\end{cases}$ ………… 2分

所以$f(x)\leqslant 1$等价于$\begin{cases}-x-4\leqslant 1,\\ x<-\frac{1}{3}\end{cases}$或$\begin{cases}5x-2\leqslant 1,\\ -\frac{1}{3}\leqslant x<\frac{3}{2}\end{cases}$或$\begin{cases}x+4\leqslant 1,\\ x\geqslant\frac{3}{2}.\end{cases}$ ………… 3分

解得$-5\leqslant x\leqslant\frac{3}{5}$，即不等式$f(x)\leqslant 1$的解集为$[-5,\frac{3}{5}]$. ………… 5分

(2)证明：要证$f(x)+4a+b\geqslant|x-\frac{3}{2}|+\frac{7}{2}$，只需证$4a+b-\frac{7}{2}\geqslant|2x-3|+|x-\frac{3}{2}|-|3x+1|$，

只需证$4a+b-\frac{7}{2}\geqslant|3x-\frac{9}{2}|-|3x+1|$对任意的$x\in\mathbf{R}$及任意的正数$a,b$都成立. ………… 6分

因为正数a,b满足$a+b=ab$，所以$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$.

所以$4a+b=(4a+b)(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})=5+\frac{b}{a}+\frac{4a}{b}\geqslant 5+2\sqrt{4}=9$，当且仅当$\begin{cases}a=\frac{3}{2},\\ b=3\end{cases}$时，等号成立，所以$4a+b-\frac{7}{2}\geqslant 9-\frac{7}{2}=\frac{11}{2}$. ………… 8分

又因为$|3x-\frac{9}{2}|-|3x+1|\leqslant|3x-\frac{9}{2}-3x-1|=\frac{11}{2}$, ………… 9分

所以$4a+b-\frac{7}{2}\geqslant\frac{11}{2}\geqslant|3x-\frac{9}{2}|-|3x+1|$对任意的$x\in\mathbf{R}$及任意的正数$a,b$都成立.

即对任意的$x\in\mathbf{R}$，任意的正数a,b，$f(x)+4a+b\geqslant|x-\frac{3}{2}|+\frac{7}{2}$恒成立. ………… 10分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。