

马鞍山市 2021 年高三第三次教学质量监测

文科数学试题

本试卷 4 页，满分 150 分。考试时间 120 分钟。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的准考证号、姓名和座位号填在答题卡上，将条形码粘贴在答题卡“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔在答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，监考员将试题卷和答题卡一并收回。

一、选择题：本题共 12 个题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x \mid |x-1| < 2\}$, $B = \{x \mid (\frac{1}{2})^x > 1\}$, 则 $A \cap B =$

- A. (0, 3) B. (-1, 0) C. $(-\infty, 3)$ D. (-1, 1)

2. 已知复数 $z = \sqrt{3} + i$ (i 是虚数单位), z 的共轭复数记作 \bar{z} , 则 $\frac{\bar{z}}{|z|} =$

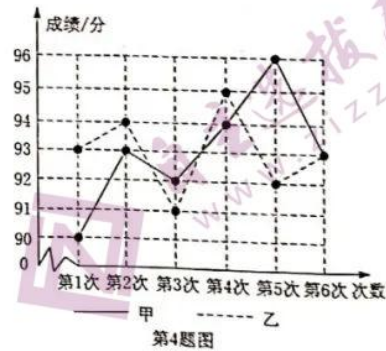
- A. $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$

3. 已知向量 $a = (3, 1)$, $b = (2m-1, 3)$, 若 a 与 b 共线, 则实数 $m =$

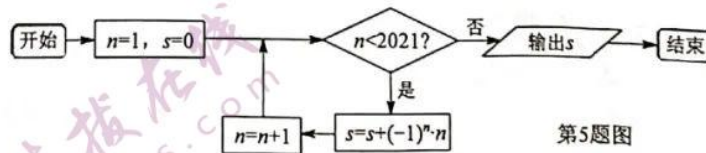
- A. $\frac{13}{2}$ B. 5 C. $\frac{7}{2}$ D. 1

4. 第 31 届世界大学生夏季运动会将于 2021 年 8 月在成都举行, 举办方将招募志愿者在赛事期间为运动会提供咨询、交通引导、场馆周边秩序维护等服务。招募的志愿者需接受专业培训, 甲、乙两名志愿者在培训过程中进行了六次测试, 其测试成绩 (单位: 分) 如折线图所示, 则下列说法正确的是

- A. 甲成绩的中位数比乙成绩的中位数大
B. 甲成绩的众数比乙成绩的众数小
C. 甲成绩的极差比乙成绩的极差小
D. 乙的成绩比甲的成绩稳定

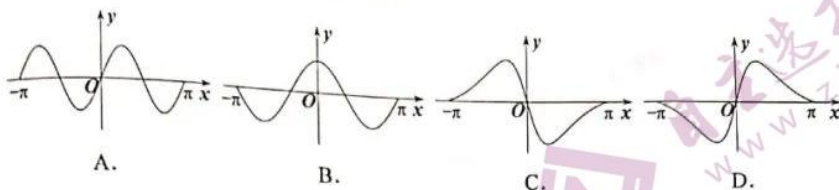


5. 执行如图所示的程序框图, 则输出的 $s =$



- A. 1011 B. 1010 C. -1010 D. -1011

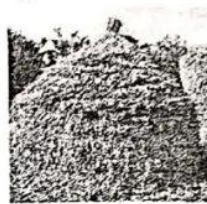
6. 函数 $f(x) = \frac{3\sin x}{x^2+1}$ 在 $[-\pi, \pi]$ 上的图象大致为



7. 若过点 $(2, -1)$ 的圆与两坐标轴都相切, 则圆心到直线 $2x + 3y + 3 = 0$ 的距离为

- A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$ D. $\frac{4\sqrt{13}}{13}$

8. 在天然气和煤气还未普及时, 农民通常会用水稻秸秆作为生火做饭的材料. 每年水稻收割结束之后, 农民们都会把水稻秸秆收集起来, 然后堆成如图的草堆, 供生火做饭使用. 通常他们堆草堆的时候都是先把秸秆先捆成一捆一捆的, 然后堆成下面近似成一个圆柱体, 上面近似成一个圆锥体的形状. 假设圆柱体堆了7层, 每层所用的小捆草数量相同, 上面收小时, 每层小捆草数量是下一层的 $\frac{1}{2}$ 倍. 若共用 255 捆, 最上一层只有一捆, 则草堆自上往下共有几层



第8题图

- A. 13 B. 12 C. 11 D. 10

9. 已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \frac{\pi}{3})$ ($A > 0, \omega > 0$), 若函数 $f(x)$ 图象上相邻两对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{3}$, 则下列关于函数 $f(x)$ 的叙述, 正确的是

- A. 关于点 $(\frac{\pi}{12}, 0)$ 对称 B. 关于 $x = \frac{\pi}{3}$ 对称
C. 在 $(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$ 上单调递减 D. 在 $(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{18})$ 上单调递增

10. 将一个表面积为 36π 的木质实心球加工成一个体积最大的圆柱, 则该圆柱的底面半径为

- A. $2\sqrt{3}$ B. 3 C. $\sqrt{6}$ D. $\sqrt{3}$

11. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 经过点 $(3, 1)$, 当该椭圆的四个顶点构成的四边形的周长最小时, 其标准方程为

- A. $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$ B. $\frac{x^2}{15} + \frac{6y^2}{15} = 1$ C. $\frac{x^2}{16} + \frac{7y^2}{16} = 1$ D. $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{2} = 1$

12. 已知函数 $f(x) = e^x(\frac{1}{2}x^2 - x + m)$ (e 是自然对数的底数) 在 $x=0$ 处的切线与直线 $x - 2y + 1 = 0$ 垂直, 若函数 $g(x) = f(x) - k$ 恰有一个零点, 则实数 k 的取值范围是

- A. $(\frac{3}{e^2}, +\infty)$ B. $[\frac{3}{e^2}, +\infty)$ C. $(\frac{3}{e^2}, +\infty) \cup \{-e^2\}$ D. $(-\infty, -e^2) \cup (\frac{3}{e^2}, +\infty)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

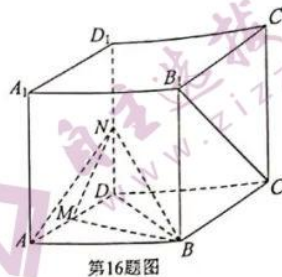
13. 已知命题 “ $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 - x_0 + 1 < 0$ ”, 写出这个命题的否定: $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

14. 设 $a \log_4 3 = 1$, 则 $(\frac{1}{3})^a = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + na_n = 2n$, 若 $b_n = \frac{a_n a_{n+1}}{2}$, 设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 则 $T_{2021} = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

16. 如图, 在棱长为2的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别为棱 AD, DD_1 的中点, 给出下列五个命题:

- ① AD, B_1C 所成的角为 $\frac{\pi}{4}$;
 - ② $B_1C \perp BN$;
 - ③ 三棱锥 $A-BDN$ 的外接球的表面积为 8π ;
 - ④ 平面 BMN 截正方体所得的截面是等腰梯形;
 - ⑤ 以点 A 为球心, $2\sqrt{2}$ 为半径作球面, 则该正方体表面被球面所截得的所有弧长的和为 3π ;
- 其中真命题是 .



第16题图

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

(一) 必考题: 共 60 分。

17. (12 分)

已知 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边, 且 $a \sin B = 2c \sin A$.

- (1) 若 $a = \sqrt{3}c$, 求 A ;
- (2) 若 $c = 2$, 且点 D 在 BC 的延长线上, 满足 $BC = 2CD = 4$, 求 AD .

18. (12 分)

$PM_{2.5}$ 是指大气中直径小于或等于 2.5 微米的颗粒物, 也称为可入肺颗粒物。虽然 $PM_{2.5}$ 只是地球大气成分中含量很少的组分, 但它对空气质量和能见度等有重要的影响。 $PM_{2.5}$ 粒径小, 富含大量的有毒、有害物质且在大气中的停留时间长、输送距离远, 因而对人体健康和大气环境质量影响很大。我国 $PM_{2.5}$ 标准采用世卫组织设定的最宽限值, 即 $PM_{2.5}$ 日均值在 35 微克/立方米以下的空气质量为优级; 在 35 微克/立方米与 75 微克/立方米之间的空气质量为良级 (含边界值); 在 75 微克/立方米以上的空气质量为超标。为了解 A 城市 2020 年的空气质量情况, 从全年每天的 $PM_{2.5}$ 日均值数据中随机抽取 20 天的数据作为样本, 日均值 (单位: 微克/立方米) 如茎叶图所示 (十位为茎, 个位为叶)。

茎	叶
1	6
2	0 4 7
3	2 6 7
4	0 2
5	4 7
6	2 3 5
7	1 6 8
8	2 5
9	3

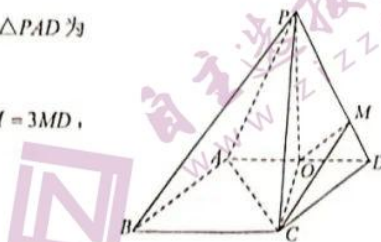
- (1) 求 20 天样本数据的平均数;
- (2) 在 A 城市共采集的 20 个数据样本中, 从 $PM_{2.5}$ 日均值在 $[70, 90]$ 范围内随机取 2 天数据, 求取到 2 天的 $PM_{2.5}$ 日均值均超标的概率;
- (3) 以这 20 天的 $PM_{2.5}$ 日均值数据来估计一年的空气质量情况, 求 A 城市一年 (按 365 天计算) 中空气质量达到优级、良级分别有多少天? (结果四舍五入, 保留整数)

19. (12分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为菱形, $\triangle PAD$ 为等边三角形, $\angle ABC = 60^\circ$, O 为 AD 的中点.

(1) 证明: 平面 $PAD \perp$ 平面 POC ;

(2) 若 $AD = 2$, $PC = \sqrt{6}$, 点 M 在线段 PD 上, $PM = 3MD$, 求三棱锥 $P-OCM$ 的体积.



20. (12分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点与双曲线 $\frac{5x^2}{4p} - \frac{5y^2}{p} = 1$ 的右焦点重合.

(1) 求抛物线的标准方程;

(2) 若直线 l 过抛物线焦点 F , 与抛物线相交于 P, Q 两点, 求证: $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = -12$;

(3) 若直线 l' 与抛物线相交于 M, N 两点, 且 $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = -12$, 那么直线 l' 是否一定过焦点 F , 请说明理由.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = \ln x - \frac{x-a}{x-1}$.

(1) 当 $a = \frac{3}{2}$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 当 $a \geq \frac{5}{3}$, $x \in (1, +\infty)$ 时, 求证: $f(x) > 0$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + \sqrt{2} \cos \alpha \\ y = 1 + \sqrt{2} \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数) 以坐标原点 O 为

极点, x 轴的正半轴为极轴的极坐标系中, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho \sin(\frac{\pi}{4} - \theta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

(1) 求曲线 C_1 的普通方程与曲线 C_2 的直角坐标方程;

(2) 设点 $M(0, -1)$, 若曲线 C_1, C_2 相交于 A, B 两点, 求 $|MA| + |MB|$ 的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知函数 $f(x) = |2x + 3|$.

(1) 解不等式 $f(x) + f(x-3) \leq 8$;

(2) 已知关于 x 的不等式 $f(x) + |x+a| \leq x+5$, 在 $x \in [-1, 1]$ 上有解, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。

总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》