

2023 高一下数学答案

一、单选题：1.B 2.D 3.C 4.D 5.B 6.D 7.C 8.D

二、多选题：9.AD 10.ABC 11.AC 12.ACD

三、填空题：13. $\frac{1}{5}$ 或 0.2 14. $\frac{7}{10}$ 15.-5 16. $2\sqrt{3}$ 或 $2\sqrt{13}$

四、解答题：

17. 解： (1) $\because z_1 = 1 + 2i, z_2 = 3 - 4i$,

$$\therefore z_1 + \lambda z_2 = 1 + 2i + \lambda(3 - 4i) = 1 + 3\lambda + (2 - 4\lambda)i,$$

$\because$ 复数 $z_1 + \lambda z_2$ 在复平面内对应的点在第二象限, $\therefore \begin{cases} 1 + 3\lambda < 0 \\ 2 - 4\lambda > 0 \end{cases}$, 解得

$$\lambda < -\frac{1}{3},$$

故实数 λ 的取值范围为 $(-\infty, -\frac{1}{3})$ 5 分

$$(2) \because z = (1 + 2i) \cdot (\mu + 3\lambda - 4\lambda i) = \mu + 11\lambda + (2\mu + 2\lambda)i,$$

$$\therefore \begin{cases} \mu + 11\lambda = 0 \\ 2\mu + 2\lambda \neq 0 \end{cases} \therefore \begin{cases} \mu = -11\lambda \\ \mu \neq -\lambda \end{cases},$$

$$\therefore z = -20\lambda i (\text{或 } z = \frac{20}{11}\mu i)$$

$\therefore z$ 的虚部为 -20λ (或 $\frac{20}{11}\mu$).

..... 10 分

$$18. (1) \because \mathbf{a} = (1, x), \mathbf{b} = (2, 1) \therefore 2\mathbf{a} + \mathbf{b} = (4, 2x + 1), \mathbf{a} + 2\mathbf{b} = (5, x + 2)$$

又 $(2\mathbf{a} + \mathbf{b}) \parallel (\mathbf{a} + 2\mathbf{b})$, $\therefore 4(x + 2) - 5(2x + 1) = 0$, 解得 $x = \frac{1}{2}$,

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{1^2 + (\frac{1}{2})^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$(2) \because \mathbf{a} - \mathbf{b} = (-1, x-1) \text{ 且 } (\mathbf{a} - \mathbf{b}) \perp \mathbf{b} \therefore (\mathbf{a} - \mathbf{b}) \cdot \mathbf{b} = -1 \times 2 + (x-1) \times 1$$

$$\text{解得 } x=3, \text{ 则 } \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 1 \times 2 + 3 \times 1 = 5, \quad |\mathbf{b}| = \sqrt{5}$$

则向量 $\mathbf{a}$ 在向量 $\mathbf{b}$ 上的投影向量为 $|\mathbf{a}| \cos \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle \cdot \frac{\mathbf{b}}{|\mathbf{b}|} = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{b}|^2} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{b} = (2, 1)$.

…………… 12 分

19. 解: (1) 记甲部门 3 名职工分别为 A、B、C, 乙部门 2 名职工分别为 a、b.

样本空间 $\Omega = \{(ab), (aA), (aB), (aC), (bA), (bB), (bC), (AB), (AC), (BC)\}$, 共 10 个样本点.

设事件 $M = \text{“这 2 人来自同一部门”}$, 则 $M = \{(ab), (AB), (AC), (BC)\}$, 共 4 个样本点.

故所求概率为 $P(M) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$. …………… 7 分

(2) 由题意可知甲部门每名职工被安排到每个高速路口的概率为 $\frac{1}{3}$,

则恰有 1 人被安排到第一高速路口的概率为 $3 \times \frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{4}{9}$.

…………… 12 分

20. 解: (1) 解法一 因为 $a + b(1 + \cos C) = c \cos B$,

所以由正弦定理可得 $\sin A + \sin B(1 + \cos C) = \sin C \cos B$,

又 $\sin(B + C) = \sin(\pi - A) = \sin A$,

所以 $\sin(B + C) + \sin B + \sin B \cos C = \sin C \cos B$,

所以 $2 \sin B \cos C + \sin B = 0$.

因为 $B \in (0, \pi)$, 所以 $\sin B \neq 0$, 所以 $\cos C = -\frac{1}{2}$,

又 $C \in (0, \pi)$, 所以 $C = \frac{2\pi}{3}$. …………… 6 分

解法二 因为 $a + b(1 + \cos C) = c \cos B$,

所以由余弦定理可得 $a + b = c \cdot \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ac} - b \cdot \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$,

整理得 $2a(a + b) = 2c^2 - 2b^2$, 即 $a^2 + b^2 - c^2 + ab = 0$,

因为 $a^2 + b^2 - 2ab \cos C = c^2$,

所以 $ab(1 + 2 \cos C) = 0$,

所以 $\cos C = -\frac{1}{2}$,

又 $C \in (0, \pi)$, 所以 $C = \frac{2\pi}{3}$ 6 分

(2) 因为 $c = \sqrt{3}$, $C = \frac{2\pi}{3}$, 所以由正弦定理得 $\frac{\sqrt{3}}{\sin \frac{2\pi}{3}} = \frac{b}{\sin B} = \frac{a}{\sin A} = 2$,

则 $b = 2 \sin B$, $a = 2 \sin A$,

故 $\triangle ABC$ 的周长 $L = \sqrt{3} + 2 \sin B + 2 \sin A = \sqrt{3} + 2 \sin B + 2 \sin\left(\frac{\pi}{3} - B\right)$

$= \sqrt{3} + \sin B + 2\left(\sin \frac{\pi}{3} \cos B - \cos \frac{\pi}{3} \sin B\right) = \sqrt{3} + 2 \sin B + \sqrt{3} \cos B - \sin B$

$= \sqrt{3} + 2\left(\frac{1}{2} \sin B + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos B\right) = \sqrt{3} + 2 \sin\left(B + \frac{\pi}{3}\right)$.

易知 $0 < B < \frac{\pi}{3}$, 所以 $B + \frac{\pi}{3} \in \left(\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right)$,

因为 $y = \sin t$ 在 $t \in \left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right)$ 时单调递增, 在 $t \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\right)$ 时单调递减,

所以 $\sin \frac{\pi}{3} < \sin\left(B + \frac{\pi}{3}\right) \leq \sin \frac{\pi}{2}$,

则 $\sin\left(B + \frac{\pi}{3}\right) \in \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right]$,

所以 $\sqrt{3} + 2 \sin\left(B + \frac{\pi}{3}\right) \in (2\sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}]$,

故 $\triangle ABC$ 周长的取值范围为 $(2\sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}]$ 12 分

21. (1) 由 $10(a + 0.02 + 0.03 + 0.04 + a) = 1$, 可得 $a = 0.005$ 4 分

(2) 73. 7 分

(3) 由频率分布直方图知, 原始分成绩位于区间 $[90, 100]$ 的占比为 5%,
位于区间 $[80, 90]$ 的占比为 20%,

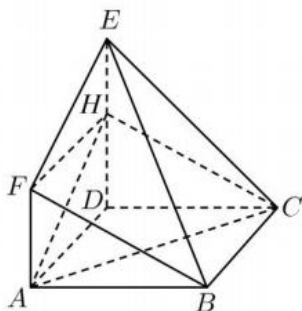
估计等级 A 的原始分区间的最低分为 $90 - \frac{15\% - 5\%}{20\%} \times 10 = 85$,

所以估计此次考试化学成绩 A 等级的原始分区间为 $[85, 98]$

由 $\frac{98-90}{90-85} = \frac{100-T}{T-86}$, 解得 $T = \frac{1188}{13} \approx 91$, 该学生的等级分为 91 分.

…………… 12 分

22. (1) 方法一: 取 ED 中点 H , 连接 HA, HC, HF , 如下图:



由题意 $ED = 2, AF = 1$ 可知 $AF \parallel HE, AF = HE$, 即四边形 $AFEH$ 为平行四边形,

可得 $AH \parallel EF$, $AH \not\subset$ 面 EFB , $EF \subset$ 面 EFB , 可得 $AH \parallel$ 面 EFB ,

四边形 $AFHD$ 为平行四边形, 则 $FH \parallel AD \parallel BC$, $FH = BC$,

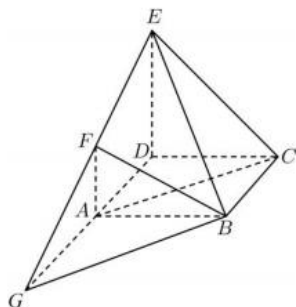
可得四边形 $BCHF$ 为平行四边形, 则 $HC \parallel FB$, $HC \not\subset$ 面 EFB , $FB \subset$ 面 EFB ,

可得 $HC \parallel$ 面 EFB , $AH \cap HC = H$, $AH \subset$ 面 AHC , $HC \subset$ 面 AHC ,

根据面面平行的判定定理可得面 $EFB \parallel$ 面 AHC , $AC \subset$ 面 AHC ,

从而可得 $AC \parallel$ 面 EFB . …………… 6 分

方法二: 在面 $AFED$ 内, 延长 EF, DA 交于 G 点, 连接 BG , 如下图:



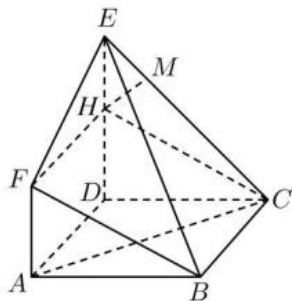
则 $BG \subset$ 面 EFB . 由条件 $DE = 2AF$, 则 $AG = AD$.

从而可得 $AG \parallel BC, AG = BC$, 四边形 $AGBC$ 为平行四边形.

可得 $AC \parallel GB$ ，又 $AC \not\subset$ 面 EFB ， $GB \subset$ 面 EFB ，

根据线面平行的判定定理可得 $AC \parallel$ 面 EFB 。……………6 分

(2) 取 ED 中点 H ，在平面 DEC 内作 $HM \perp EC$ 于 M 点，如下图：



由题意 $FH \parallel AD \parallel BC$ ， $FH = BC$ ，

进而可得四边形 $FHCB$ 为平行四边形， $BF \parallel HC$ 。

直线 BF 与平面 EBC 所成的角即为直线 HC 与平面 EBC 所成的角，

在翻折过程中，始终有 $AD \perp ED$ ， $AD \perp DC$ ， $ED \cap DC = D$ ，

即恒有 $AD \perp$ 面 EDC ， $BC \perp$ 面 EDC ， $BC \subset$ 面 BEC ，

可得面 $EDC \perp$ 面 BCE ，面 $EDC \cap$ 面 $BCE = CE$ ， $HM \subset$ 面 DEC ， $HM \perp EC$

可得 $HM \perp$ 面 BCE ，从而 HC 在面 EBC 内的射影为 MC ，

因此 BF 与平面 EBC 所成的角为 $\angle ECH$ ，

若 $EC = 2\sqrt{2}$ ，则 $ED \perp DC$ ，进而可得 $EH = 1$ ， $HC = \sqrt{5}$ ， $\angle DEC = 45^\circ$ ，

在 $\triangle EHC$ 中，由正弦定理可得 $\frac{HC}{\sin \angle DEC} = \frac{EH}{\sin \angle ECH}$ ，即 $\frac{\sqrt{5}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{\sin \angle ECH}$ ，

解得 $\sin \angle ECH = \frac{\sqrt{10}}{10}$ ，即直线 BF 与平面 EBC 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{10}$ 。

……………12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线