

7. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数且在 $[0, +\infty)$ 上为减函数, 若 $a = f(\log_1 3)$, $b = f(0.9^{1.1})$,

$c = f(0.9^{1.2})$, 则 ()

- A. $c > b > a$ B. $b > a > c$ C. $c > a > b$ D. $b > c > a$

8. 定义 $\min\{x, y\}$ 表示两个数 x, y 中的较小者, $\max\{x, y\}$ 表示两个数 x, y 中的较大者, 设集合

$M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, S_1, S_2, \dots, S_k 都是 M 的含有两个元素的子集, 且满足: 对任意的

$S_i = \{a_i, b_i\}, S_j = \{a_j, b_j\} (i \neq j, i, j \in \{1, 2, 3, \dots, k\})$ 都有, $\min\left\{\frac{a_i}{b_i}, \frac{b_i}{a_i}\right\} \cdot \max\left\{\frac{a_j}{b_j}, \frac{b_j}{a_j}\right\} = 1$, 则 k 的最大值

是 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

二、多选题: 本题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 2 分.

9. 下列结论正确的是 ()

- A. “ $x > 1$ ”是“ $|x| > 1$ ”的充分不必要条件
 B. “ $a \in P \cap Q$ ”是“ $a \in P$ ”的必要不充分条件
 C. “ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + x + 1 \geq 0$ ”的否定是“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + x + 1 < 0$ ”
 D. “ $x = 1$ 是方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的实数根”的充要条件是“ $a + b + c = 0$ ”

10. 下列各式正确的是 ()

- A. 设 $a > 0, a \neq 1$ 则 $a^2 \div \sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{1}{2}}$ B. 已知 $3a + b = 1$, 则 $\frac{81^a \cdot 3^b}{3^a} = 8$
 C. 若 $\log_a 2 = m, \log_a 5 = n$, 则 $a^{2m+n} = 20$ D. $\frac{1}{\log_4 9} + \frac{1}{\log_5 3} > 2$

11. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , $f(3x+1)$ 为奇函数, $f(x+2)$ 为偶函数, 当 $x \in [1, 2]$ 时, $f(x) = a + \log_2 x$. 则下列结论正确的是 ()

- A. $f(1) = 1$ B. $f(7) = 0$ C. $\sum_{k=1}^{2023} f(k) = 1$ D. $\sum_{k=1}^{100} kf(k) = -100$

12. 若 $a = \tan 0.0\beta$, $b = \ln 1.03$, $c = \frac{3}{103}$, 则 ()

- A. $a < b$ B. $a > b$ C. $c > a$ D. $b > c$

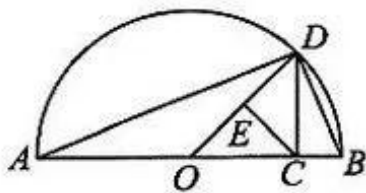
II卷

三、填空题：本题共有4个小题，每小题5分，共20分.

13. 已知幂函数 $f(x) = m^2 - 2m - 2x^m$ 满足 $f(2) < f(3)$ ，则 $m =$ _____.

14. 《几何原本》中的几何代数法是以几何方法研究代数问题，这种方法是后西方数学家处理问题的重要依据，通过这一原理很多的代数公理或定理都能够通过图形实现证明，也称之为无字证明，现有图形如图所示， C 为线段 AB 上的点，且 $AC = a, BC = b, O$ 为 AB 的中点，以 AB 为直径作半圆，过点 C 作 AB 的垂线交半圆于 D ，连结 OD, AD, BD 过点 C 作 OD 的垂线，垂足为 E ，若不添加辅助线，则该图形可以完成的所有无字证明为_____。（填写序号）

- ① $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} (a>0, b>0)$; ② $a^2 + b^2 \geq 2ab (a>0, b>0)$;
③ $\sqrt{ab} \geq \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} (a>0, b>0)$ ④ $\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} \geq \frac{a+b}{2} (a>0, b>0)$



15. 已知函数 $f(x) = 2022^{x-3} + (x-3)^3 - 2022^{3-x} + 2x$ ，则不等式 $f(x^2 - 4) + f(2 - 2x) \leq 12$ 的解集为_____.

16. 已知 $a > 0, b > 0, c > 0, b \log_4 2 + 4c \log_{16} \sqrt{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$ ，则 $\frac{ac^2 + 2a}{bc} + \frac{18}{a+1}$ 最小值为_____.

四、解答题：本题共有6个小题，共70分.

17. 设函数 $f(x) = x^2 + ax + b (a, b \in \mathbb{R})$ ，集合 $A = \{x | x = f(x), x \in \mathbb{R}\}$ ， $B = \{x | x = f[f(x)], x \in \mathbb{R}\}$

(1) 证明： $A \subseteq B$.

(2) 当 $A = \{-1, 3\}$ 时，求 B .

18. 2023年7月8日，哈尔滨获得2025年第九届亚冬会举办权，这为冰雪设备生产企业带来了新的发展机遇，某冰雪装备器材生产企业，生产某种产品的年固定成本为2000万元，每生产 x 千件，需另投入成本 $C(x)$ （万元），经计算若年产量 x 千件低于100千件，则这 x 千件产品成本

$C(x) = \frac{1}{2}x^2 + 10x + 1100$ ；若年产量 x 千件不低于100千件时，则这 x 千件产品成本

$C(x) = 120x + \frac{4500}{x-90} - 5400$. 每千件产品售价为100万元，为了简化运算我们假设该企业生产的产品

能全部售完.

(1) 写出年利润 L （万元）关于年产量 x （千件）的函数解析式；

(2) 当年产量为多少千件时，企业所获得利润最大？最大利润是多少？

19. 已知 $f(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} , 对任意 $x, y \in \mathbb{R}$ 都有 $f(x+y) = f(x) + f(y) - 1$, 当 $x > 0$ 时, $f(x) < 1, f(1) = 0$.

(1) 求 $f(0), f(-1)$;

(2) 证明: $f(x)$ 在 \mathbb{R} 上是减函数;

(3) 解不等式: $f(2x^2 - 3x - 2) + 2f(x) > 4$.

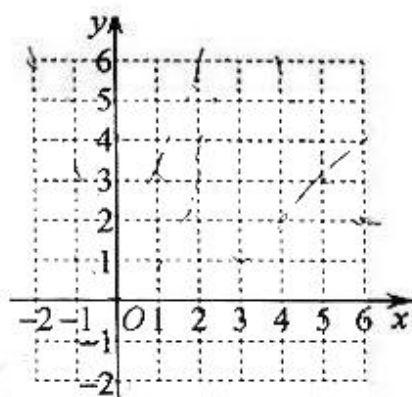
20. 已知 $f(x) = x+1, g(x) = x^2 + 2$. 定义 $\min\{a, b\} = \begin{cases} a, a \leq b \\ b, b \leq a \end{cases}$, 设 $m(x) = \min\{f(|x-t|), g(|x-2t|)\}$.

(1) 若 $t = 3$, 画出函数 $m(x)$ 的图象并直接写出函数 $m(x)$ 的单调区间;

(2) 定义区间 $A = (p, q)$ 的长度 $L(A) = q - p$. 若

$B = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n (n \in \mathbb{N}^*), A_i \cap A_j = \emptyset (1 \leq i < j \leq n)$, 则

$L(B) = \sum_{i=1}^n L(A_i)$. 设关于 x 的不等式 $m(x) < t$ 的解集为 D . 是否存在实数 t ,

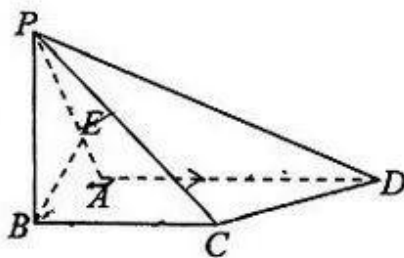


且 $t \leq 3$, 使得 $L(D) = 6$? 若存在, 求出 t 的值; 若不存在, 请说明理由.

21. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 平面 $PAB \perp$ 平面 $ABCD$, $AB \perp BC$, $AD \parallel BC$, $AD = 3$, $PA = BC = 2AB = 2$, $PB = \sqrt{3}$.

(1) 求证: $BC \perp PB$;

(2) 若点 E 为棱 PA 上不与端点重合的动点, 且 CE 与平面 PAB 所成角正弦值为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$, 求 E 点到平面 PCD 的距离.



22. 已知函数 $f(x) = x \ln x$

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若 $a \leq -2$, 证明: $f(x) \geq ax - e^{-3}$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立;

(3) 若方程 $f(x) = b$ 有两个实数根 x_1, x_2 , 且 $x_1 < x_2$, 求证: $be + 1 < x_2 - x_1 < \frac{e^{-3} + 2 + 3b}{2}$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

