郑州外国语学校高三开学摸底测试

数学（文科）

参考答案

一、选择题：

BCBACD　　DCBABD

二、填空题：

13. $\frac{1}{5}$　　14. $\frac{12\sqrt{5}}{5}$　　15. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　16. 20

三、解答题：

17.解：（1）选条件①$\because \overline{z}=\left(m^2-2m-3\right)-\left(m^2-3m-4\right)i, z+\overline{z}=-8$

$\therefore 2\left(m^2-2m-3\right)=-8$，解得 $m=1$.　　……5 分

选条件②$\because$ z 为纯虚数

$\therefore \begin{cases} m^2-2m-3=0 \\ m^2-3m-4\neq 0 \end{cases}$，解得 $m=3$.　　……5 分

选条件③$\because$ z 为非零实数，$\therefore \begin{cases} m^2-2m-3\neq 0 \\ m^2-3m-4=0 \end{cases}$，解得 $m=4$.　　……5 分

（2）因为 $\omega=1-i$ 为实系数一元二次方程：$x^2+ax+b=0$ 的一个根，

$\therefore (1-i)^2+a(1-i)+b=0$，解得：$a=-2, b=2$，　　……8 分

$\therefore$原方程为 $x^2-2x+2=0$，配方得：$(x-1)^2=-1$，解得：

$\therefore x_1=1+i, x_2=1-i$.　　……10 分

18.解：（1）假设结论不成立，即 $0°<A<60°, 0°<B<60°, 0°<C<60°$，　　……2 分

则 $A+B+C<180°$，这与 $A+B+C=180°$ 相矛盾，所以假设不成立，　　……4 分

即 A,B,C 中至少有一个角大于或等于 60°.　　……6 分

（2）要证 $\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}=\frac{3}{a+b+c}$，只需证 $\frac{a+b+c}{a+b}+\frac{a+b+c}{b+c}=3$，　　……7 分

即证：$\dfrac{c}{a+b}+\dfrac{a}{b+c}=1$，

即证 $c(b+c)+a(a+b)=(a+b)(b+c)$，

即：$c^2+a^2=ac+b^2$.　　……9 分

又因 $\triangle ABC$ 的三个内角 A，B，C 成等差数列，故 $B=60^0$.　　……10 分

由余弦定理可得：$b^2=c^2+a^2-2ac\cos 60^0$，即：$b^2=c^2+a^2-ac$，　　……11 分

故 $c^2+a^2=ac+b^2$，

所以 $\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{1}{b+c}=\dfrac{3}{a+b+c}$ 成立.　　……12 分

19.解：（1）因为曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=2\cos\alpha \\ y=2+2\sin\alpha \end{cases}$（$\alpha$ 为参数），M 为 C_1 上的动点,

所以可设 M 的坐标为 $M(2\cos\alpha,2+2\sin\alpha)$.　　……1 分

设 P 的坐标为 $P(x,y)$，由 $\overline{OP}=2\overline{OM}$，

得到：$\begin{cases} x=4\cos\alpha \\ y=4+4\sin\alpha \end{cases}$,，消去参数得：$x^2+(y-4)^2=16$，　　……3 分

转化为极坐标方程得：$\rho=8\sin\theta$，

即曲线 C_2 的极坐标方程为：$\rho=8\sin\theta$，　　……4 分

同理可求 C_1 的极坐标方程：$\rho=4\sin\theta$.　　……6 分

（2）设 $A(\rho_1,\theta_1)$，则 $\begin{cases} \rho=4\sin\theta \\ \theta=\dfrac{\pi}{3} \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} \rho_1=4\sin\dfrac{\pi}{3} \\ \theta=\dfrac{\pi}{3} \end{cases}$，所以 $A\left(2\sqrt{3},\dfrac{\pi}{3}\right)$；　　……8 分

设 $B(\rho_2,\theta_2)$，则 $\begin{cases} \rho=8\sin\theta \\ \theta=\dfrac{\pi}{3} \end{cases}$，

解得：$\begin{cases}\rho_2=8\sin\dfrac{\pi}{3}\\ \theta=\dfrac{\pi}{3}\end{cases}$，所以$B\left(4\sqrt{3},\dfrac{\pi}{3}\right)$. ……10 分

所以$|AB|=|\rho_2-\rho_1|=4\sqrt{3}-2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ ……12 分

20.解：（1）a，b，x 均为正数，因为$a>b$，

所以$a+x>b+x>0$，所以$\dfrac{a+x}{b+x}>1$； ……2 分

$$\frac{a+x}{b+x}-\frac{a}{b}=\frac{b(a+x)-a(b+x)}{b(b+x)}=\frac{x(b-a)}{b(b+x)}<0$$

故$1<\dfrac{a+x}{b+x}<\dfrac{a}{b}$ ……4 分

（2）已知 a，b，x 均为正数，$a<b$，则$\dfrac{a}{b}<\dfrac{a+x}{b+x}<1$， ……5 分

证明：$a<b$，根据（1）知$1<\dfrac{b+x}{a+x}<\dfrac{b}{a}$，取倒数得到$\dfrac{a}{b}<\dfrac{a+x}{b+x}<1$ ……8 分

（3）在△ABC 中，根据正弦定理可知：$\dfrac{\sin A}{\sin B+\sin C}=\dfrac{a}{b+c}<\dfrac{2a}{a+b+c}$，

同理可得：$\dfrac{\sin B}{\sin C+\sin A}=\dfrac{b}{c+a}<\dfrac{2b}{c+a+b}$，$\dfrac{\sin C}{\sin A+\sin B}=\dfrac{c}{a+b}<\dfrac{2c}{a+b+c}$

$$\frac{\sin A}{\sin B+\sin C}+\frac{\sin B}{\sin C+\sin A}+\frac{\sin C}{\sin A+\sin B}=\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}$$

$<\dfrac{2a}{b+c+a}+\dfrac{2b}{c+a+b}+\dfrac{2c}{a+b+c}=2$ ……12 分

21.解：（1）由表中数据易求：

$\bar{x}=\dfrac{1+2+3+4}{4}=2.5$，$\bar{y}=\dfrac{125+105+100+90}{4}=105$， ……2 分

则$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{4}x_iy_i-4\bar{x}\bar{y}}{\sum\limits_{i=1}^{4}x_i^2-4\bar{x}^2}=\dfrac{995-1050}{30-25}=-11$， ……4 分

$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}=105-(-11)\times\dfrac{5}{2}=132.5$， ……6 分

故所求回归直线方程为$\hat{y}=-11x+132.5$， ……7 分

令$x=5$，则$\hat{y}=-11\times5+132.5=77.5\approx78$ 人，

预测该路口5月份不“礼让行人”的驾驶员大约人数为78人. ……8分

（2）由表中数据可得：$K^2=\dfrac{50\times(10\times12-20\times8)^2}{18\times32\times30\times20}\approx0.231<2.706$， ……10分

对比表中数据可知，没有90%的把握认为“礼让行人”行为与驾龄有关. ……12分

22. 解：（1）曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=-\dfrac{1}{2}t \\ y=1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$（$t$ 为参数），

消去 t 得：$\sqrt{3}x+y-1=0$； ……2分

当 $k=1$ 时，曲线 C_2 的极坐标方程为 $3\sin(\dfrac{\pi}{4}+\theta)\rho=4$， ……3分

即 $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\rho\sin\theta+\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\rho\cos\theta=4$，转化为直角坐标方程为 $3x+3y-4\sqrt{2}=0$；

即 C_1 的直角坐标方程为：$\sqrt{3}x+y-1=0$；C_2 的直角坐标方程为：$3x+3y-4\sqrt{2}=0$；
……6分

（2）当 $k=2$ 时，C_2 的直角坐标方程为：$4x^2+y^2=4$， ……7分

将 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=-\dfrac{1}{2}t \\ y=1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$ 代入，整理得：$7t^2+4\sqrt{3}t-12=0$， ……8分

设 A、B 对应的参数分别为 t_1、t_2，则 $t_1+t_2=-\dfrac{4\sqrt{3}}{7},t_1t_2=-\dfrac{12}{7}$， ……9分

易知：$t_1t_2<0$，t_1与t_2异号，

所以 $\dfrac{1}{|PA|}+\dfrac{1}{|PB|}=\dfrac{1}{|t_1|}+\dfrac{1}{|t_2|}=\dfrac{|t_1|+|t_2|}{|t_1t_2|}=\dfrac{|t_1-t_2|}{|t_1t_2|}=\dfrac{\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}}{|t_1t_2|}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.
……12分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜

自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》