
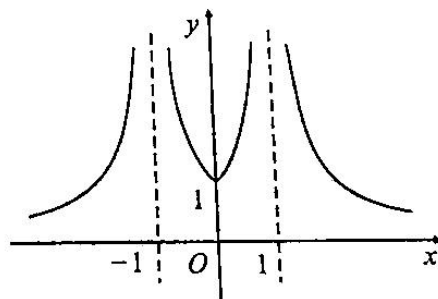


第 I 卷 (选择题 共 60 分)

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

1. 设集合 $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 4\}$, $B = \{1, a\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值集合为 (C)
 A. $\{-2, -1, 0\}$ B. $\{-2, -1\}$ C. $\{-1, 0\}$ D. $\{-1\}$
2. 设向量 $\overrightarrow{AB} = (a, 2)$, $\overrightarrow{AC} = (-1, 2a+1)$, 则 " $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} < 6$ " 是 " $a < 1$ " 的 (D)
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
3. 已知函数 $f(x)$ 的导数为 $f'(x)$, 且 $f(x) = 2xf'(e) + \ln x$, 则 $f(e) =$ (B)
 A. $-\frac{1}{e}$ B. -1 C. 1 D. e
4. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, 数列 $\{b_n\}$ 是等差数列, 若 $a_7 = \sqrt{5}$, $b_6 = \frac{10\pi}{3}$, 则 $\sin \frac{b_2 + b_{10}}{1 - a_3 a_{11}} =$ (D)
 A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$
5. 我国著名数学家华罗庚曾说: "数缺形时少直观, 形少数时难入微, 数形结合百般好, 隔离分家万事休." 在数学的学习和研究中, 常用函数的图象来研究函数的性质, 也常用函数的解析式来研究函数图象的特征. 我们从这个商标  中抽象出一个图象, 如图, 其对应的函数解析式可能是 (B)

- A. $f(x) = \frac{1}{|x-1|}$
- B. $f(x) = \frac{1}{\|x|-1\|}$
- C. $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$
- D. $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$



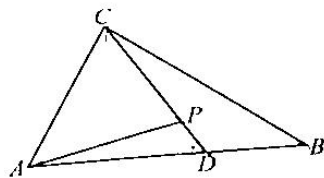
- 若函数 $y = \sqrt{a - a^x}$ ($a > 0, a \neq 1$) 的定义域和值域都是 $[0, 1]$, 则 $\log_a 2 =$ (D)
- A. -1
 - B. $-\frac{1}{2}$
 - C. $\frac{1}{2}$
 - D. 1

科) 试题

宣城中学 滁州中学 池州一中 阜阳一中 灵璧中学 宿城一中 合肥六中 太和中学
满分150分, 考试时间120分钟。请在答题卡上作答。

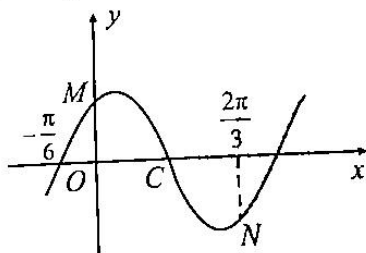
7. 已知 $a = \log_5 2$, $b = \frac{1}{\log_{0.1} 0.7}$, $c = 0.7^{0.3}$, 则 a, b, c 的大小关系为 (A)
 A. $a < c < b$ B. $a < b < c$ C. $b < c < a$ D. $c < a < b$

8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{DB}$, P 为 CD 上一点, 且满足 $\overrightarrow{AP} = m\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ($m \in \mathbf{R}$), 则 m 的值为 (C)



- A. $-\frac{3}{4}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{4}$
9. 定义域为 \mathbf{R} 的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1) = 3f(x)$, 且当 $x \in (0, 1]$ 时, $f(x) = 4x(x-1)$, 则当 $x \in [-2, -1]$ 时, $f(x)$ 的最小值是 (C)
 A. -9 B. -3 C. $-\frac{1}{9}$ D. $-\frac{1}{3}$

10. 已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 图象与 y 轴交于点 M , 与 x 轴交于点 C , 点 N 在 $f(x)$ 的图象上, 且点 M, N 关于点 C 对称, 则下列说法: ① $\omega = 2$ ② $f\left(\frac{5\pi}{3} + x\right) + f(-x) = 0$; ③ $f(x)$ 在 $\left(-\frac{2\pi}{3}, 0\right)$ 上单调递增; ④ 将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到的函数图象关于 y 轴对称, 其中正确的个数为 (C)



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

已知函数 $f(x) = a - x^2$ ($\frac{1}{e} \leq x \leq e$) 与 $g(x) = 2 \ln x$ 的图象上存在关于 x 轴对称的点, 则

- 的取值范围是 ()
- A. $\left[\frac{1}{e^2} + 2, e^2\right]$ B. $[e^2 - 2, +\infty)$ C. $\left[1, \frac{1}{e^2} + 2\right]$ D. $[1, e^2 - 2]$
12. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $2a_{n+1} - a_n = n + 2 (n \in \mathbb{N}^+)$, $a_1 = 5$, 若 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n , 则满足不等式 $S_n > 2021$ 的最小整数 n 的值是 (B)
- A. 60 B. 62 C. 63 D. 65

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

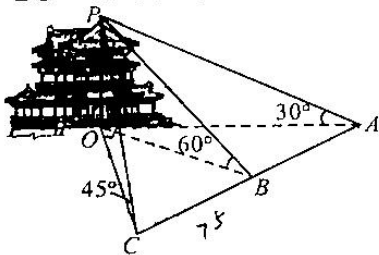
二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.)

13. 已知向量 a, b 满足 $a = (0, 1)$, $|b| = \sqrt{2}$, a 与 b 的夹角为 135° , 则 $|a - 2b| = 11$.
14. 若 $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{3}$, 则 $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{7}{9}$.

15. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x, & x \leq 0 \\ \frac{2}{3}x^3 - 3x^2 + 4x + 3, & x > 0 \end{cases}$, 若函数 $g(x) = [f(x)]^2 - (a+2)f(x) + 2a$ 恰有 4

个不同的零点, 则 a 的取值范围为 $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$.

16. 滕王阁, 江南三大名楼之一, 因初唐诗人王勃所作《滕王阁序》中的“落霞与孤鹜齐飞, 秋水共长天一色”而名扬世界. 如图, 在滕王阁旁地面上共线的三点 A, B, C 处测得阁顶端点 P 的仰角分别为 $30^\circ, 60^\circ, 45^\circ$, 且 $AB = BC = 75$ 米, 则滕王阁的高度 $OP = 75$ 米.



三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.)

17. (本小题满分 10 分)

已知命题 $p: |4 - a| \leq 2$, 命题 $q: \text{函数 } f(x) = \log_a(x^2 - ax + a) \text{ 的定义域为 } \mathbb{R}$.

(I) 若 q 为真命题, 求实数 a 的取值范围;

(II) 若 $p \vee (\neg q)$ 为假命题, 求实数 a 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

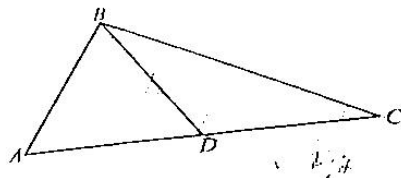
已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin(\omega x + \varphi) + 2 \sin^2\left(\frac{\omega x + \varphi}{2}\right) - 1 (\omega > 0, 0 < \varphi < \pi)$ 为偶函数, 且 $f(x)$

象的相邻两对称轴间的距离为 $\frac{\pi}{2}$.

- (I) 求 $f(x)$ 的解析式;
 (II) 将函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 再把横坐标缩小为原来的 $\frac{1}{2}$ (纵坐标不变), 得到函数 $g(x)$ 的图象, 若 $g(x) - m = 0$ 在 $\left[-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6}\right]$ 上有两个不同的根, 求 m 的取值范围.

19. (本小题满分 12 分)

- 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $\cos 2A - \cos 2B = 2 \sin C (\sin B - \sin C)$, 且 $BC = 3$, 点 D 在边 AC 上, $AB = AD$.



- (I) 若 $BD = 2$, 求 $\sin C$ 的值;
 (II) 若 $BD = 2CD$, 求 AC 的长.

20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 4^x + 4^{-x} + m(2^x - 2^{-x})$.

- (I) 若 $m = 2\sqrt{2}$, 求证: $f(x) \geq 0$;
 (II) 若 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上的最小值为 0, 求实数 m 的值.

21. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的首项为 2, 且 $\frac{(n^2 + 1)a_{n+1}}{a_n} = 2(n^2 - 2n + 2)$.

- (I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (II) 求数列 $\left\{\frac{n^2}{2^n} - \frac{1}{a_n}\right\}$ 的前 n 项和 S_n .

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{3a - \ln x^3}{x}$.

- (I) 讨论函数 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上的单调性;
 (II) 若 $a = -1$, 求证: $f(x) > -3x - 2$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

