

广西 2023 年 4 月高中毕业班模拟测试 数 学 (理科)

注意事项:

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟.
2. 答题前, 考生将自己的姓名、准考证号填写在答题卡指定位置上.
3. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂; 非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写, 字体工整, 笔迹清楚.
4. 请按题号顺序在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试题卷上答题无效.

一、选择题: 本题共 12 个小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 1 \leq 0\}$, $B = \{x | x - 2a \geq 0\}$, 若 $A \cup B = B$, 则实数 a 的取值范围是

- A. $(-\infty, -2]$ B. $[-2, +\infty)$ C. $[-\frac{1}{2}, +\infty)$ D. $(-\infty, -\frac{1}{2}]$

2. 若复数 z 满足方程 $z^2 - 4z + 6 = 0$, 则 $z =$

- A. $2 \pm \sqrt{3}i$ B. $2 \pm \sqrt{2}i$ C. $-2 \pm \sqrt{3}i$ D. $-2 \pm \sqrt{2}i$

3. 某市商品房调查机构随机抽取 n 名市民, 针对其居住的户型结构和是否满意进行了调查, 如图

1, 被调查的所有市民中二居室住户共 100 户, 所占比例为 $\frac{2}{9}$, 四居室住户占 $\frac{1}{3}$. 如图 2, 这是

用分层抽样的方法从所有被调查的市民对户型是否满意的问卷中, 抽取 20% 的调查结果绘制成的统计图, 则下列说法错误的是

- A. $n = 450$
 B. 被调查的所有市民中四居室住户共有 150 户
 C. 用分层抽样的方法抽取的二居室住户有 20 户
 D. 用分层抽样的方法抽取的市民中对三居室满意的有 10 户



图1

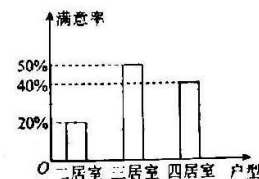


图2

第 3 题图

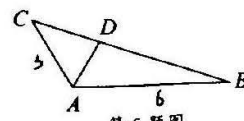
4. 若二项式 $(2x - \frac{1}{\sqrt{x}})^n$ ($n \in \mathbb{N}^+$) 的展开式中只有第 3 项

的二项式系数最大, 则展开式中 $x^{\frac{5}{2}}$ 项的系数为

- A. 32 B. -32 C. 16 D. -16

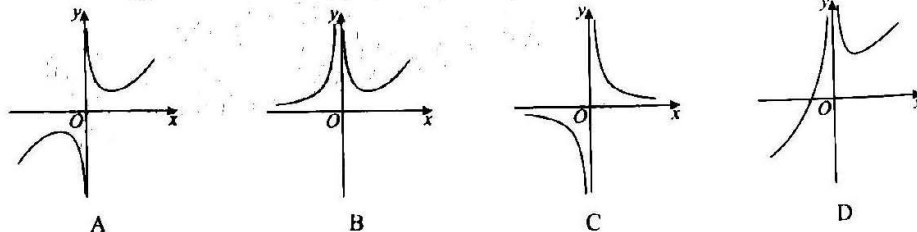
5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 6, AC = 3, \angle BAC = \frac{2\pi}{3}, \overline{BD} = 2\overline{DC}$, 则 $\overline{AB} \cdot \overline{AD} =$

- A. 18 B. 9
 C. 12 D. 6



第 5 题图

6. 函数 $f(x) = \frac{e^{|x|}}{3x}$ 的图像大致为



7. 函数 $f(x) = x^2 e^x$ 在区间 $(k, k+1.5)$ 上存在极值点, 则整数 k 的值为
 A. -3, 0 B. -2, 1 C. -3, -1 D. -2, 0
8. 高斯 (Gauss) 被认为是历史上最重要的数学家之一, 并享有“数学王子”之称. 小学进行 $1+2+3+\dots+100$ 的求和运算时, 他这样算的: $1+100=101, 2+99=101, \dots, 50+51=101$, 共有 50 组, 所以 $50 \times 101 = 5050$, 这就是著名的高斯算法, 课本上推导等差数列前 n 项和的方法正是借助了高斯算法. 已知正数数列 $\{a_n\}$ 是公比不等于 1 的等比数列, 且 $a_1 a_{2023} = 1$, 试根据以上提示探求: 若 $f(x) = \frac{4}{1+x^2}$, 则 $f(a_1) + f(a_2) + \dots + f(a_{2023}) =$
 A. 2023 B. 4046 C. 2022 D. 4044
9. 在椭圆中, 已知焦距为 2, 椭圆上的一点 P 与两个焦点 F_1, F_2 的距离的和等于 4, 且 $\angle PF_1 F_2 = 120^\circ$, 则 $\triangle PF_1 F_2$ 的面积为
 A. $\frac{3\sqrt{3}}{5}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ C. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{3\sqrt{3}}{7}$
10. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左顶点为 A , 点 P, Q 均在 C 上, 且关于 y 轴对称. 若直线 AP, AQ 的斜率之积为 $-\frac{1}{4}$, 则 C 的离心率为
 A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{2}$ D. 2
11. 已知球 O 的体积为 $\frac{125\pi}{6}$, 高为 1 的圆锥内接于球 O , 经过圆锥顶点的平面 α 截球 O 和圆锥所得的截面面积分别为 S_1, S_2 , 若 $S_1 = \frac{25\pi}{8}$, 则 $S_2 =$
 A. 2 B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{6}$ D. $2\sqrt{2}$
12. 函数 $f(x) = \frac{3}{4} \sin x + \frac{1}{4} \sin 3x$, 则关于函数 $f(x)$ 有下列四个结论:
 ① $f(x)$ 的一个周期为 2π ; ② $f(x)$ 的最小值为 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$;
 ③ $f(x)$ 图像的一个对称中心为 $(\frac{\pi}{3}, 0)$; ④ $f(x)$ 在区间 $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4})$ 内为增函数.
 其中所有正确结论的编号为
 A. ①②③ B. ①② C. ①②④ D. ②③

二、填空题: 本题共四小题, 每题 5 分, 共 20 分, 请将正确答案填在相应的答题卡位置.

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 并且 $a_1 + a_4 + a_7 = 6, a_6 = 0$, 若将 a_2, a_3, a_4, a_5 去掉一项后, 剩下三项依次为等比数列 $\{b_n\}$ 的前三项, 则 b_4 为 _____.
14. 若直线 $y = 2x - a$ 与曲线 $y = 2 \ln x + b$ 相切, 则 $a + b =$ _____.
15. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为梯形, $AB \parallel DC, AB = 2CD$, 点 M 在侧棱 PC 上, 点 Q 在侧棱 AP 上运动, 若三棱锥 $M-BDQ$ 的体积为定值, 则 $\frac{PM}{MC} =$ _____.

16. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(6,0)$, 满足 $|MA|:|MO|=2:1$ 的动点 M 的轨迹为 C , 若在直线 $l: x-ay+6a=0$ 上存在点 P , 在曲线 C 上存在两点 D, E , 使得 $PD \perp PE$, 则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分) 为了进一步提升基层党员自身理论素养, 强化基层党组织建设质量, 市委组织部举办了主题为“夯实基础抓党建, 心怀使命立新功”的党建主题知识竞赛(满分 120 分), 从参加竞赛的党员中采用分层抽样的方法, 抽取若干名党员, 统计他们的竞赛成绩得到下面的频率分布表:

成绩/分	[70, 80)	[80, 90)	[90, 100)	[100, 110)	[110, 120]
频率	0.1	0.3	0.3	0.2	0.1

已知成绩在区间 $[90, 100)$ 内的有 15 人.

- (1) 将成绩在 $[90, 120]$ 内的定义为“优秀”, 在 $[70, 90)$ 内的定义为“良好”. 请将下面的 2×2 列联表补充完整, 并判断是否有 99.9% 的把握认为竞赛成绩是否优秀与性别有关, 说明你的理由.
- (2) 若在抽取的竞赛成绩为优秀的党员中任意抽取 2 名党员进行党建知识宣讲, 设 ξ 为抽到的竞赛成绩在 $[110, 120]$ 内的人数, 求 ξ 的分布列及数学期望.

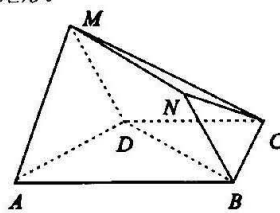
	男党员	女党员	总计
优秀			
良好		15	
总计		25	

$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, n = a+b+c+d.$$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

18. (本小题满分 12 分) 如图, 在多面体 $ABCDMN$ 中, 四边形 $ABCD$ 为直角梯形, $AB \parallel CD$, $AB = 2\sqrt{2}$, $BC \perp DC$, $BC = DC = AM = DM = \sqrt{2}$, 四边形 $BDMN$ 为矩形.

- (1) 求证: 平面 $ADM \perp$ 平面 $ABCD$
- (2) 线段 MN 上是否存在点 H , 使得二面角 $H-AD-M$ 的大小为 $\frac{\pi}{4}$? 若存在, 确定点 H 的位置并说明理由.



19. (本小题满分 12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $\frac{(b-c)\sin C}{b+a} = \sin B - \sin A$.

- (1) 求 A ;
- (2) 若 $a=2$, 求 $\frac{1}{\tan B} + \frac{1}{\tan C}$ 的最小值.

20. (本小题满分 12 分) 已知动圆 M 经过点 $N(2, 0)$, 且动圆 M 被 y 轴截得的弦长为 4, 记圆心 M 的轨迹为曲线 C .

(1) 求曲线 C 的标准方程;

(2) 设点 M 的横坐标为 x_0 , A, B 为圆 M 与曲线 C 的公共点, 若直线 AB 的斜率 $k=1$, 且 $x_0 \in [0, 4]$, 求 x_0 的值.

21. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = xe^x - a(x + \ln x)$, $x > 0$, 若 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处取得极小值.

(1) 求实数 a 的取值范围;

(2) 若 $f(x_0) > 0$, 求证: $\frac{f(x_0)}{x_0 - x_0^3} > 2$.

请考生在 22、23 两题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分. (10 分)

【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2\sqrt{3} + at \\ y = 4 + \sqrt{3}t \end{cases}$ (其中 t 为参数), 以坐标原点 O

为极点, x 轴的正半轴为极轴的极坐标系中, 点 A 的极坐标为 $(2, \frac{\pi}{6})$, 直线 l 经过点 A . 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho \sin^2 \theta = 4 \cos \theta$.

(1) 求直线 l 的普通方程与曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 过点 $P(\sqrt{3}, 0)$ 作直线 l 的垂线交曲线 C 于 D, E 两点 (D 在 x 轴上方), 求 $\frac{1}{|PD|} - \frac{1}{|PE|}$ 的值.

【选修 4-5: 不等式选讲】

23. 已知函数 $f(x) = |x - a| + |x + b|$ ($a > 0, b > 0$).

(1) 当 $a = b = 1$ 时, 解不等式 $f(x) < x + 2$;

(2) 若 $f(x)$ 的值域为 $[3, +\infty)$, 证明: $a^2 + b^2 + 2b + \frac{4}{a(b+1)} \geq 8$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。

