

南京市第十二中学 2022 届高三线上月考数学试题

一、单项选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{x | 0 < x < 3\}$, 则 $A \cap B =$ ()

A. $\{-1, 0, 1\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{-1, 1, 2\}$ D. $\{1, 2\}$

2. 已知复数 $(3+i)z = 1+ai$ 为纯虚数（其中 i 为虚数单位），则实数 $a =$ ()

A. 3 B. -3 C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

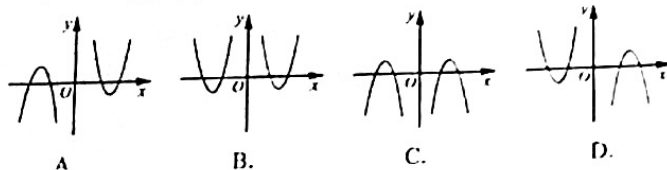
3. 若 $x \in \mathbb{R}$, 则“ $1 < x < 2$ ”是“ $|x-2| < 1$ ”的()

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 若 $\tan \alpha = 2$, 则 $\frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos^2 \alpha} =$ ()

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 1

5. 函数 $f(x) = \log_2 |x|$, $g(x) = -x^2 + 2$, 则函数 $f(x) \cdot g(x)$ 的图像大致是()



6. 已知 $a = 2^{\frac{1}{3}}$, $b = \log_2 0.3$, $c = a^b$, 则 ()

A. $a < b < c$ B. $b < a < c$ C. $b < c < a$ D. $c < a < b$

7. 等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 且 $a_4 a_6 + a_3 a_7 = 18$, 则

$\log_3 a_1 + \log_3 a_2 + \log_3 a_3 + \dots + \log_3 a_9 =$ ()

A. 12 B. 10 C. 9 D. 8

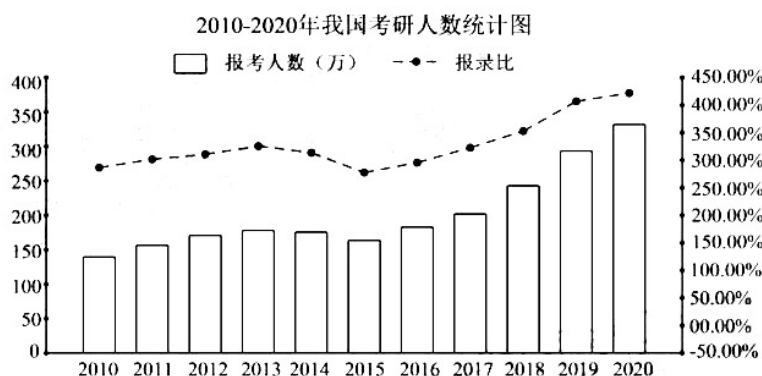
8. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的奇函数, 且满足 $f(1+x) = f(1-x)$, 当 $x \in (0, 1]$ 时,

$f(x) = -e^{ax}$ (其中 e 是自然对数的底数). 若 $f(2020 - \ln 2) = 8$, 则实数 a 的值为()

A. 3 B. -3 C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

二、多项选择题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 3 分，有选错的得 0 分）

9. 下图是 2010—2020 年这 11 年我国考研人数统计图, 则关于这 11 年考研人数下列说法错误的是 ().



- A. 2010年以来我国考研报名人数逐年增多
- B. 这11年来考研报名人数的极差超过260万人
- C. 2015年是这11年来报考人数最少的一年
- D. 2015年的报录比最低
10. 设函数 $f(x) = 3\sin(2x - \frac{\pi}{3})$ 的图象为C, 下列叙述正确的是()
- A. 由 $y = 3\sin 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度可以得到图象C
- B. 图象C关于直线 $x = \frac{11}{12}\pi$ 对称
- C. 图象C关于点 $(\frac{\pi}{3}, 0)$ 对称
- D. 函数 $f(x)$ 在区间 $(-\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12})$ 内是增函数
11. 已知圆M与直线 $x + y + 2 = 0$ 相切于点 $A(0, -2)$, 圆M被x轴所截得的弦长为2, 则下列结论正确的是()
- A. 圆M的圆心在定直线 $x - y - 2 = 0$ 上
- B. 圆M的面积的最大值为 50π
- C. 圆M的半径的最小值为1
- D. 满足条件的所有圆M的半径之积为10
12. 关于函数 $f(x) = a \ln x + \frac{2}{x}$, 下列判断正确的是()
- A. 函数 $f(x)$ 的图像在点 $x=1$ 处的切线方程为 $(a-2)x - y - a + 4 = 0$
- B. $x = \frac{2}{a}$ 是函数 $f(x)$ 的一个极值点
- C. 当 $a=1$ 时, $f(x) \geq \ln 2 + 1$
- D. 当 $a=-1$ 时, 不等式 $f(2x-1) - f(x) > 0$ 的解集为 $(\frac{1}{2}, 1)$

三、填空题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x, & x \leq 1, \\ \ln x, & x > 1, \end{cases}$ 则 $f(f(e))$ _____.

14. 已知角 α 的顶点在原点，始边与 x 轴的非负半轴重合，终边经过点 $(-1, 2)$ ，则 $\cos 2\alpha =$ _____.

15. 在 $(\frac{1}{x} - 2x)^6$ 的展开式中，常数项为 _____.

16. 已知正实数 a, b 满足 $ab - b + 1 = 0$ ，则 $\frac{1}{a} + 4b$ 的最小值是 _____.

四、解答题（本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

17. （本小题满分 10 分）在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，向量 $\vec{m} = (\cos C, 2b - \sqrt{3}c)$ ， $\vec{n} = (\cos A, \sqrt{3}a)$ ， $\vec{m} \perp \vec{n}$.

(1) 求角 A 的大小；(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ，且 $b^2 - a^2 = \frac{1}{2}c^2$ ，求 b 的值.

18. （本小题满分 12 分）在等差数列 $\{a_n\}$ 中，已知 $a_6 = 12$ ， $a_{18} = 36$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n ；

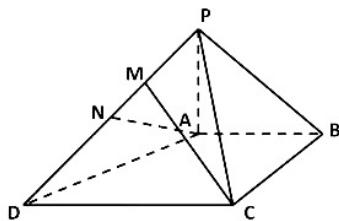
(2) 若 _____，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

在① $b_n = \frac{4}{a_n a_{n+1}}$ ，② $b_n = (-1)^n \cdot a_n$ ，③ $b_n = 2^{a_n} \cdot a_n$ 这三个条件中任选一个补充在第 (2) 问中，并

对其求解.

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

19. （本小题满分 12 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ， $AB \parallel CD$ ，且 $CD = 2$ ， $AB = 1$ ， $BC = 2\sqrt{2}$ ， $PA = 1$ ， $AB \perp BC$ ， N 为 PD 的中点.



(I) 求证： $AN \parallel$ 平面 PBC ；

(II) 求平面 PAD 与平面 PBC 所成锐二面角的余弦值；

20. (本小题满分 12 分) 携号转网, 也称作号码携带、移机不改号, 即无需改变自己的手机号码, 就能转换运营商, 并享受其提供的各种服务. 2019 年 11 月 27 日, 工信部宣布携号转网在全国范围正式启动. 某运营商为提质量保客户, 从运营系统中选出 300 名客户, 对业务水平和服务水平的评价进行统计, 其中业务水平的满意率为 $\frac{13}{15}$, 服务水平的满意率为 $\frac{2}{3}$, 对业务水平和服务水平都满意的客户有 180 人.

(I) 完成下面 2×2 列联表, 并分析是否有 97.5% 的把握认为业务水平与服务水平有关;

	对服务水平满意人数	对服务水平不满意人数	合计
对业务水平满意人数			
对业务水平不满意人数			
合计			

(II) 为进一步提高服务质量, 在选出的对服务水平不满意的客户中, 抽取 2 名征求改进意见, 用 X 表示对业务水平不满意的人数, 求 X 的分布列与期望;

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, \quad n = a+b+c+d.$$

$P(K^2 \geq k)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

21. (本小题满分12分) 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $P\left(-1, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, 短轴的一个

个端点到焦点的距离为2.

(1) 求椭圆 E 的方程;

(2) 定义 k_{PQ} 为 P, Q 两点所在直线的斜率, 若四边形 $ABCD$ 为椭圆的内接四边形, 且

AC, BD 相交于原点 O , 且 $k_{AC} = \frac{1}{4k_{BD}}$, 试判断 k_{AB} 与 k_{BC} 的和是否为定值. 若为定值,

求出此定值; 若不为定值, 请说明理由.

22. (本小题满分12分) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2ax + \ln x, a \in \mathbf{R}$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $f(x)$ 有两个极值点 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, 求 $f(x_2) - 2f(x_1)$ 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料:

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》