

绝密★启用前

榆林市 2022~2023 年度第四次模拟考试

数学试题(理科)

考生注意:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分, 共 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容: 高考全部内容。

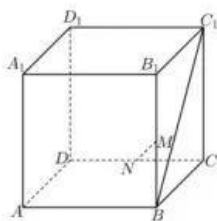
第 I 卷

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. (杨宪伟老师工作坊)集合 $P = \{-2, 2\}$, 集合 $Q = \{-1, 0, 2, 3\}$, 则 $P \cup Q = (\quad)$
 (A) $[-2, 3]$ (B) $\{-2, -1, 0, 2, 3\}$
 (C) $\{2\}$ (D) $\{-2, -1, 0, 3\}$
2. (杨宪伟老师工作坊)复数 $z = (1-i)(3+i)$, 则复数 z 在复平面内对应的点位于()
 (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限
3. (杨宪伟老师工作坊)双曲线 $\frac{y^2}{8} - \frac{x^2}{6} = 1$ 的一条渐近线方程为()
 (A) $3x - 4y = 0$ (B) $4x - 3y = 0$ (C) $\sqrt{3}x + 2y = 0$ (D) $2x - \sqrt{3}y = 0$
4. (杨宪伟老师工作坊)若 $\tan(\alpha + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{5}$, 则 $\tan \alpha = (\quad)$
 (A) $-\frac{2}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $-\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{3}$
5. (杨宪伟老师工作坊)若函数 $f(x) = x^2 - e^{-ax} (a \in \mathbf{R})$, 若 $f(x)$ 的图象在 $x=0$ 处的切线与坐标轴围成的三角形的面积为 1, 则 $a = (\quad)$
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) 2 (C) ± 2 (D) $\pm \frac{1}{2}$
6. (杨宪伟老师工作坊)将函数 $y = \cos 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{20}$ 个单位长度, 再把所得图象各点的横坐标缩小到原来的 $\frac{1}{2}$ (纵坐标不变), 所得图象的一条对称轴为 $x = (\quad)$
 (A) $\frac{\pi}{80}$ (B) $\frac{\pi}{60}$ (C) $\frac{\pi}{40}$ (D) $\frac{\pi}{20}$
7. (杨宪伟老师工作坊)已知 $a = \log_3 \sqrt{2}$, $b = 0.3^{0.5}$, $c = 0.5^{-0.4}$, 则()
 (A) $c < b < a$ (B) $c < a < b$ (C) $a < b < c$ (D) $b < c < a$
8. (杨宪伟老师工作坊) $(5x^2 + \frac{8}{x})^9$ 的展开式中含 x^3 项的系数为()
 (A) $C_9^5 \cdot 5^3 \cdot 8^6$ (B) $C_9^5 \cdot 5^4 \cdot 8^5$ (C) $C_9^7 \cdot 5^2 \cdot 8^7$ (D) $C_9^5 \cdot 5^5 \cdot 8^5$

9. (杨宪伟老师工作坊)如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别为 BB_1, CD 的中点, 则异面直线 MN 与 BC_1 所成角的余弦值为()

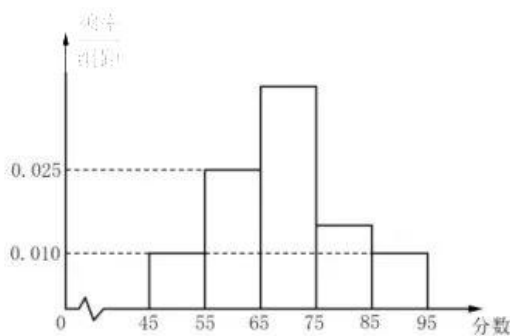
- (A) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$



10. (杨宪伟老师工作坊)某学校举行了一次航天知识竞赛活动, 经过班级初选后一共 100 名学生参加学校决赛, 把他们的成绩(满分 100 分)分成 $[45, 55), [55, 65), [65, 75), [75, 85), [85, 95]$ 共五组, 并得到如图所示的频率分布直方图, 其中第三组的频数为 40. 分析样本数据后, 发现学生的竞赛分数 X 近似服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ 近似为样本平均数, σ^2 近似为样本方差. 若某学生的成绩高于 79.9 即给该学生颁发优胜奖杯, 则估计此次竞赛获得优胜奖杯的人数为(结果根据四舍五入保留到整数位)()

参考数据: 随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu - \sigma < X \leq \mu + \sigma) \approx 0.6827, P(\mu - 2\sigma < X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0.9545, \sqrt{119} \approx 10.9$.

- (A) 15 (B) 16 (C) 34 (D) 35



11. (杨宪伟老师工作坊)已知球 O 的内接三棱锥 $P-ABC$ 的体积为 6, 且 PA, PB, PC 的长分别为 6, 3, 2, 则三棱锥 $A-BOC$ 的体积为()

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6

12. (杨宪伟老师工作坊)已知函数 $f(x), g(x)$ 的定义域均为 \mathbf{R} , 且 $g(x) = 2f(x+1) - 2, 2f(x) + g(x-3) = 2$. 若 $y=f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称, 且 $f(1)=3$, 现有四个结论: ① $g(0)=4$; ② 4 为 $g(x)$ 的周期; ③ $g(x)$ 的图象关于点 $(2, 0)$ 对称; ④ $g(3)=0$. 其中结论正确的编号为()

- (A) ②③④ (B) ①③④ (C) ①②④ (D) ①②③

第Ⅱ卷

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. (杨宪伟老师工作坊)已知向量 $a=(3, 2)$, $b=(\lambda, -4)$, 若 $a \perp (a-b)$, 则 $\lambda = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

14. (杨宪伟老师工作坊)中国象棋是中国棋文化, 也是中华民族的文化瑰宝, 它源远流长, 趣味浓厚, 基本规则简明易懂. 张三和李四下棋, 张三获胜的概率是 $\frac{1}{3}$, 和棋的概率是 $\frac{1}{4}$, 则张三不输的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. (杨宪伟老师工作坊)已知抛物线 $C: y^2=4x$ 的顶点为 O , 经过过点 A , 且 F 为抛物线 C 的焦点, 若 $|AF|=3|OF|$, 则 $\triangle OAF$ 的面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. (杨宪伟老师工作坊)在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $a^2-b^2=3bc$, $\sin C=2\sin B$, 则 $A = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

三、解答题：共70分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤. 第17题-第21题为必考题, 每个考题考生必须作答. 第22、23题为选考题, 考生根据要求作答.

(一)必考题：共60分.

17. (杨宪伟老师工作坊)(12分)已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1+a_5=7$, $a_6=\frac{13}{2}$.

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)求数列 $\left\{ \frac{1}{a_n a_{n+1}} \right\}$ 的前 n 项和为 S_n .

18. (杨宪伟老师工作坊)(12分)推进垃圾分类处理是落实绿色发展理念的必然选择. 某社区开展有关垃圾分类的知识测试. 已知测试中有 A, B 两组题, 每组都有4道题目, 甲对 A 组其中3道题目有思路, 1道题目完全没有思路. 有思路的题目每道题做对的概率为 $\frac{2}{3}$, 没有思路的题目, 只好任意猜一个答案, 猜对的概率为 $\frac{1}{4}$. 甲对 B 组每道题做对的概率为 0.6, 甲可以选择从 A 组中任选2道题目或从 B 组中任选2道题目.

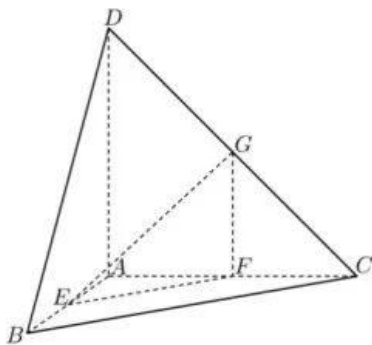
(1)若甲选择从 A 组中任选2道题目, 设 X 表示甲答对题目的个数, 求 X 的分布列和期望;

(2)以答对题目数量的期望为依据, 判断甲应该选择哪组题答题.

19. (杨宪伟老师工作坊)(12分)在如图所示的三棱锥 $D-ABC$ 中, 已知 $AB \perp AC$, $AB \perp AD$, $AC \perp AD$, $2AB=AC=AD=4$, E 为 AB 的中点, F 为 AC 的中点, G 为 CD 的中点.

(1)证明: $AD \parallel$ 平面 EFG .

(2)求平面 BCD 与平面 EFG 夹角的余弦值.



20. (杨宪伟老师工作坊)(12分)已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3ax + 2a^2 \ln x$, $a \neq 0$.

(1)讨论 $f(x)$ 的单调区间;

(2)若 $f(x)$ 有 3 个零点, 求 a 的取值范围.

21. (杨宪伟老师工作坊)(12分)已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{3}{4}$, 左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 短轴长为 $2\sqrt{7}$.

(1)求椭圆 C 的方程.

(2) P 为第一象限内椭圆 C 上一点, 直线 PF_1, PF_2 与直线 $x=5$ 分别交于 A, B 两点, 记 $\triangle PAB$ 和 $\triangle PF_1F_2$ 的面积分别为 S_1, S_2 , 若 $\frac{S_1}{S_2} = \frac{9}{13}$, 求 $|AB|$.

(二)选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 并用 2B 铅笔将所选题号涂黑, 多涂、错涂、漏涂均不给分, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (杨宪伟老师工作坊)[选修 4-4: 坐标系与参数方程](10分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的方程为 $x+y=5$, 圆 M 以 $(3, 0)$ 为圆心且与 l 相切. 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(1)求圆 M 的极坐标方程;

(2)若射线 $\theta = \alpha (0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \rho > 0)$ 与圆 M 交于点 A, B 两点, 且 $\frac{1}{|OA|} + \frac{1}{|OB|} = \frac{1}{7}$, 求直线 AB 的直角坐标方程.

23. (杨宪伟老师工作坊)[选修 4-5: 不等式选讲](10分)已知函数 $f(x) = |2x-1| + |2x+2|$ 的最小值为 M .

(1)解关于 x 的不等式 $f(x) < M + |2x+2|$;

(2)若正数 a, b 满足 $a^2 + 2b^2 = M$, 求 $2a+b$ 的最大值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



自主选拔在线
微信号: zizzsw



自主选拔在线
微信号: zizzsw



自主选拔在线
微信号: zizzsw