

北大附中 2020 届高三阶段性检测

数学(理)

一、选择题

1. 设集合 $A = \{x | 0 < x < 2\}$, $B = \{x | (x-1)(x+2) \geq 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $[1, 2)$ B. $(0, 1]$ C. $[-2, 2)$ D. $(0, 2)$

2. 与 $-\frac{7}{3}\pi$ 终边相同的角是 ()

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{4\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{3}$

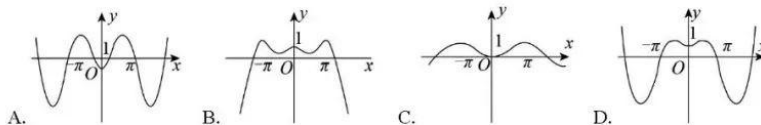
3. 设 $a = \sin 3$, $b = \log_2 \frac{2}{3}$, $c = \left(\frac{1}{2}\right)^{-0.3}$, 则 ()

- A. $c < a < b$ B. $a < b < c$ C. $b < a < c$ D. $b < c < a$

4. 下列函数中, 既不是奇函数, 也不是偶函数的是 ()

- A. $y = \sqrt{1+x^2}$ B. $y = x + \frac{1}{x}$ C. $y = x + e^x$ D. $y = 2^x + \frac{1}{2^x}$

5. 函数 $y = x \sin x + \cos x$ 的图象大致为 ()



6. 已知函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上的图象是连续不断的, 则 “ $f(x) > f(0)$ 对任意的 $x \in (0, +\infty)$ 都成立” 是 “ $f(x)$ 在

$(0, +\infty)$ 上是增函数” 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 已知函数 $f(x) = \frac{a}{x} - e^x$, $g(x) = x^2 - 2x - 1$, 若对任意的 $x_1, x_2 \in \left[\frac{1}{2}, 2\right]$, 都有 $f(x_1) - g(x_2) \geq 1$ 成立, (晓观数学) 则 a 的取值范围是 ()

- A. $[2e^2, +\infty)$ B. $[e, +\infty)$ C. $\left[\frac{\sqrt{e}}{2}, +\infty\right)$ D. $(-\infty, 1]$

8. 某餐厅有温度为 10°C ，质量为 0.25kg 的同规格的某种袋装饮料，用餐时客人要求将其加热至 $30^{\circ}\text{C}\sim 40^{\circ}\text{C}$ ，服务员将 x 袋这种饮料同时放入温度为 80°C ，质量为 2.5kg 的热水中，5分钟后立即取出，此时饮料与水的温度恰好相同，并且符合客人要求，若 $m_1\text{kg}$ 该饮料提高的温度 $\Delta t_1^{\circ}\text{C}$ 与 $m_2\text{kg}$ 热水降低的温度 $\Delta t_2^{\circ}\text{C}$ 满足关系

式 $m_1 \times \Delta t_1 = 0.8 \times m_2 \times \Delta t_2$ ，则符合客人要求的 x 可以是()

- A. 4 B. 10 C. 18 D. 22

二、填空题

9. 若 $\lg 3 \approx 0.48$ ，则 $\lg \frac{3^{100}}{10^{40}}$ 的值约为_____.

10. 已知 $\tan\left(\frac{n}{4} + \alpha\right) = \frac{1}{7}$ ， $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ ，则 $\tan \alpha$ 的值为_____； $\cos \alpha$ 的值为_____.

11. 在 $\triangle ABC$ 中， $b = 2\sqrt{2}$ ， $\angle B = 2\angle A$ ， $\cos A = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ，则 a 的值为_____.

12. 设 $f(x) = \begin{cases} x, & x < a \\ x^2, & x \geq a \end{cases}$ ，若存在实数 t 满足 $f(t) < t$ ，则实数 a 的取值范围为_____.

13. 如果函数 $f(x)$ 同时具有下列两个性质（晓观数学）：

(1) 对任意的 $x_1, x_2 \in \mathbf{R} (x_1 \neq x_2)$ ，都有 $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$ ；

(2) 对任意的 $x \in \mathbf{R}$ ，都有 $f(2-x) + f(x) = 0$ ，

则称 $f(x)$ 是“ $\S$ 函数”，给出下列函数：

① $f(x) = (x-1)^3$ ； ② $f(x) = \cos \frac{\pi}{2}x$ ； ③ $f(x) = \sin(x-1) + x - 1$.

其中，所有的“ $\S$ 函数”序号为_____.

14. 函数 $f(x) = \cos x - e^x - e^{-x} - b (b \in \mathbf{R})$.

(1) 当 $b = 0$ 时，函数 $f(x)$ 的零点个数是_____.

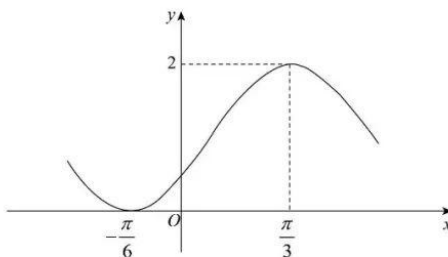
(2) 若函数 $f(x)$ 有两个不同的零点，则 b 的取值范围是_____.

三、解答题

15. 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi) + b$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 求 $f(x)$ 在区间 $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ 上的取值范围.



16. 已知函数 $f(x) = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 求函数 $f(x)$ 的单调区间.

17. 已知曲线 $f(x) = x^2 + ax - 3$ 在点 $(0, -3)$ 处的切线与直线 (晓观数学) $2x + y = 0$ 平行.

(1) 求 a 的值;

(2) 求函数 $g(x) = xf'(x) + 4x$ 在 $[0, 2]$ 上的最大值与最小值.

18. 在 $\triangle ABC$ 中, $c + c \cos A = \sqrt{3} a \sin C$.

(1) 求 $\angle A$ 的大小;

(2) 若 $a=2$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 求 b, c 的值.

19. 已知函数 $f(x) = x \ln x - \frac{a}{2} x^2$.

(1) 若 $f(x) < 2x$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;

(2) 判断 1 是否为函数 $f(x)$ 的极值点, 并说明理由.

20. 设数列 $M_n: m_0, m_1, \dots, m_n (n \geq 6)$, 其中 $m_k (k=0, 1, 2, \dots, n)$ 等于 $m_0, m_1, \dots, m_n$ 中 k 出现的次数.

(1) 若数列 M_6 为: $3, m_1, m_2, 1, 0, 0, 0$, 求 m_1, m_2 ;

(2) 对于数列 M_n , 证明: $m_0 + m_1 + \dots + m_n = n+1$;

(3) 证明: (晓观数学) 对每一个 $n (n \geq 6)$, M_n 数列存在且唯一.

自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注自主招生在线官方微信号：zizzsw。



微信扫一扫，快速关注