

保密★启用前

山东中学联盟 2020 级高三 12 月百校大联考

数 学

命题学校：历城二中 审题学校：临沂一中

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置。
2. 选择题的作答：选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 5x + 6 \leq 0\}$ ，集合 $B = \{x | y = \sqrt{\log_2(x-1)}\}$ ，则 $A \cup B =$
 A. $(1, 3]$ B. $(1, +\infty)$ C. $[2, +\infty)$ D. $[2, 3]$
2. 已知复数 z 满足 $z(1+i) = 2-i$ (i 是虚数单位)，则 \bar{z} 的虚部为
 A. $-\frac{3}{2}$ B. $-\frac{3}{2}i$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{3}{2}i$
3. “ $a \leq 4$ ” 是 “函数 $f(x) = e^x - (a-3)x - 3$ 是 \mathbb{R} 上的单调增函数” 的
 A. 充要条件 B. 必要不充分条件 C. 充分不必要条件 D. 即不充分也不必要条件
4. 设非零向量 a, b 满足 $|a| = 2|b|, |a+b| = \sqrt{3}|b|$ ，则向量 a 在 b 方向上的投影向量
 A. $-b$ B. b C. $-a$ D. a
5. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = 1, a_9 = 4$ ，则 $a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8$ 等于
 A. ± 128 B. 128 C. ± 256 D. 256
6. 下列点中为函数 $y = (\sin x + \cos x)^2 + 2\cos^2 x$ 的对称中心的是
 A. $(-\frac{\pi}{8}, 0)$ B. $(\frac{\pi}{8}, 2)$ C. $(\frac{7\pi}{8}, 2)$ D. $(-\frac{\pi}{8}, 1)$
7. 已知三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $C_1C \perp AC, A_1A \perp BC$ ，平面 $A_1BC \perp$ 平面 AA_1B ， $AC = 5$ ，若该三

棱柱存在体积为 $\frac{4}{3}\pi$ 的内切球, 则三棱锥 $A-A_1BC$ 体积为

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. 2 D. 4

8. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-1, 1)$, 对 $\forall x, y \in (-1, 1)$, 都有 $f(x) + f(y) = f\left(\frac{x+y}{1+xy}\right)$,

且当 $x \in (-1, 0)$ 时, $f(x) > 0$ 恒成立. 若 $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, 则不等式 $2f(\tan \alpha) > f(\tan 2\alpha)$ 的解集是

- A. $\left(-\frac{\pi}{4}, 0\right)$ B. $\left(-\frac{\pi}{8}, 0\right)$ C. $\left(-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8}\right)$ D. $\left(0, \frac{\pi}{8}\right)$

二、多选题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 在下列函数中, 最小值是 4 的是

- A. $y = x + \frac{4}{x}$ B. $y = \frac{x+5}{\sqrt{x+1}} (x > 0)$ C. $y = \sin x + \frac{4}{\sin x}, x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ D. $y = 4^x + 4^{1-x}$

10. 给出的下列选项中, 正确的是

- A. 函数 $y = \sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)$ 的单调递增区间为 $\left[-\frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{5\pi}{12} + k\pi\right] k \in Z$
 B. 将函数 $y = \sin 7x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位, 将得到 $y = \sin\left(7x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象
 C. 函数 $y = \sin x + \frac{1}{2}\sin 2x$ 在 $[0, 2\pi]$ 上有 3 个零点
 D. 函数 $y = \sqrt{\frac{1-\cos 2x}{2}} + \sqrt{\frac{1+\cos 2x}{2}}$ 最小正周期为 π

11. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, E, F, H 是棱 BC, D_1C_1, AA_1 上的动点(包含端点),

且满足 $CE = D_1F = AH$, 则下列结论正确的是

- A. $DB_1 \perp$ 平面 EFH B. 存在 E, F, H , 使得点 D 到平面 EFH 的距离为 1
 C. 平面 EFH 截此正方体所得截面面积的最大值为 $3\sqrt{3}$
 D. 平面 EFH 截此正方体所得截面的周长为定值

12. 已知函数 $f(x) = x - \ln(x+1)$, 数列 $\{x_n\}$ 按照如下方式取定: $x_1 = 1$, 曲线 $y = f(x)$ 在点

$(x_{n+1}, f(x_{n+1}))$ 处的切线与经过点 $(0, f(0))$ 与点 $(x_n, f(x_n))$ 的直线平行, 则

- A. $x_2 > \sqrt{2} - 1$ B. $x_n > 0$ 恒成立 C. $\frac{x_{n+1}}{x_n} > \frac{1}{2}$ D. 数列 $\{x_n\}$ 为单调数列

第 II 卷

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AD = 1, AA_1 = 2$, 直线 AD 与 A_1C_1 所成的角为 $\frac{\pi}{4}$, 点 E 为棱 BB_1 的中点, 则点 D_1 到平面 ACE 的距离为 _____.

14. 已知正实数 x, y 满足 $4x + 7y = 4$, 则 $\frac{2}{x+3y} + \frac{1}{2x+y}$ 的最小值为 _____.

15. 已知矩形 $ABCD$ 的边 $AB = 4, BC = 16$, Q 为 BC 的中点, P 为矩形 $ABCD$ 所在平面内的动点, 且 $PA = 1$, 则 $\overrightarrow{PQ} \cdot (\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB})$ 的取值范围为 _____.

16. 著名的斐波那契数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = a_2 = 1, a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$, 其通项公式为

$a_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right]$, 则 $a_1 + a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{100}$ 是斐波那契数列中的第 _____

项; 又知高斯函数 $y = [x]$ 也称为取整函数, 其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 如

$[1.1] = 1, [-1.1] = -2$, 则 $\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{14} \right] =$ _____ . (第一空 2 分, 第二空 3 分, $\sqrt{5} \approx 2.236$)

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 三边 a, b, c 与面积 S 满足关系式:

$4\sqrt{3}S - b^2 = c^2 - a^2, a = 2$, 且 _____ . 在 ① $b = 2\sqrt{3}$, ② $b = 4$, ③ $b = 3\sqrt{2}$ 这三个条件中任

选一个, 补充在前面横线中, 求满足条件 $\triangle ABC$ 的个数.

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答得分.

18. (12分) 数列 $\{a_n\}$ 是各项均为正数的等比数列, 且 $a_1 = 8, a_3 = 32, b_n = \log_2 a_n (n \in \mathbb{N}^*)$.

(1) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式, 并证明数列 $\{b_n\}$ 是等差数列;

(2) 令 $c_n = \frac{2b_n}{a_n}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

19. (12分) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c 且满足 $2\cos A \cos B = \sqrt{3} \sin B - 2\cos C$,

(1) 求角 A ;

(2) 若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, 且 $M(\sqrt{3}, a), N(2\sin B, b)$ 是斜率为 2 的直线上的两个不重合的点, 求 $b+c$ 的取值范围.

20. (12分) 已知函数 $f(x) = x - \ln x, g(x) = \frac{x}{e^c}$ ($e = 2.71828 \dots$ 为自然对数的底数).

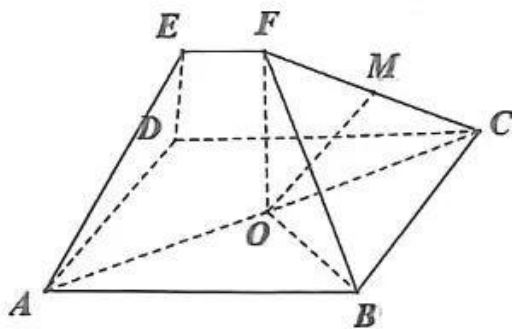
(1) 讨论当 $a \leq e$ 时, 函数 $h(x) = f(x) + ag(x)$ 的单调性;

(2) 判断方程 $f(x) = g(x) + \frac{\sqrt{3}}{3}$ 是否有解, 并说明理由.

21. (12分) 刍甍(chú méng)是中国古代数学书中提到的一种几何体, 《九章算术》中对其有记载: “下有袤有广, 而上有袤无广”, 可翻译为: “底面有长有宽为矩形, 顶部只有长没有宽为一条棱.” 如图, 在刍甍 $ABCDEF$ 中, 四边形 $ABCD$ 是正方形, $EF \parallel AB, AB = 4EF = 4, FB = FC, FO \perp$ 平面 $ABCD, O$ 为垂足, 且 $\angle OAB = \angle OBA, M$ 为 FC 的中点.

(1) 求证: $OM \parallel$ 平面 $ABFE$;

(2) 若多面体 $ABCDEF$ 的体积为 12, 求平面 BCF 与平面 ADE 所成角的正弦值.



22. (12分) 已知函数 $f(x) = e^x - a \tan x - 1$

(1) 当 $a = 1$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(2) 若 $f(x)$ 在区间 $(-\frac{\pi}{2}, 0), (0, \frac{\pi}{2})$ 各恰有一个零点, 求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线

